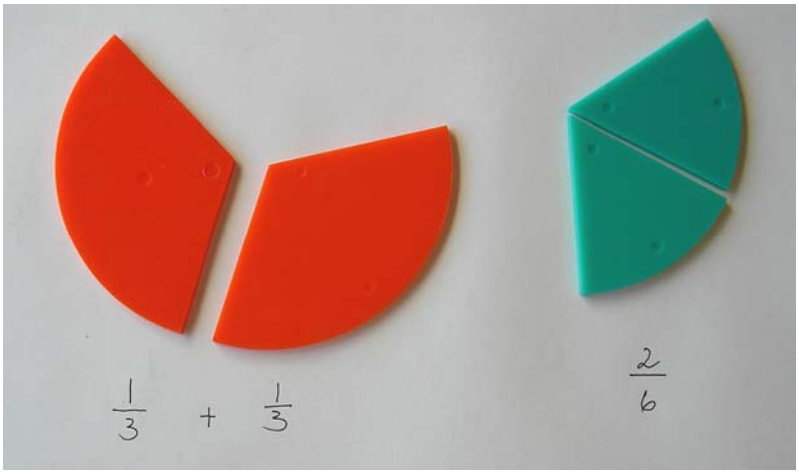
Videre arbeid med brøk og brøkregning

Regning med brøk viser seg å være mer komplisert enn regning med desimaltall. Dette kommer av at regning med desimaltall følger de samme reglene som for heltallene, mens det er helt nye regler for brøkregning.

Mange tror at $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ blir $\frac{2}{6}$ fordi de legger sammen teller + teller, og nevner + nevner. For å unngå dette er det viktig at elevene får jobbe med konkreter slik at de får et forhold til hvor store de ulike brøkene er. Da får de et bedre bilde av størrelsene de jobber med, og kan vurdere om svaret er rimelig. Hvis de skal addere to brøker vil de jo ikke ende opp med en brøk som er mindre enn en av brøkene de startet med! Men hvis elevene bare regner mekanisk og feil vil de ikke vurdere svaret sitt og finne dette urimelig.



På bildet ser vi tydelig at $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ ikke kan være $\frac{2}{6}$. Elevene kan faktisk oppdage at $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
Om de ikke forstår hvordan de skal regne ut summen, så innser de i alle fall at de valgte en metode som ikke gjelder.

Addisjon og subtraksjon
Fra eksempelet ovenfor kan elevene innse at når nevnerne er like, beholder vi nevneren når vi adderer og subtraherer. Kanskje de rett og slett troe at det ikke er ”lov” å skrive 2 i telleren. Når vi arbeider med konkreter er det viktig å innføre symbolbruken samtidig, slik at vi husker hva konkretene symboliserer.

Det er ofte vanskelig å sammenligne brøker med ulik nevner. For å kunne gjøre det må vi finne fellesnevneren.

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=$$
$$\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

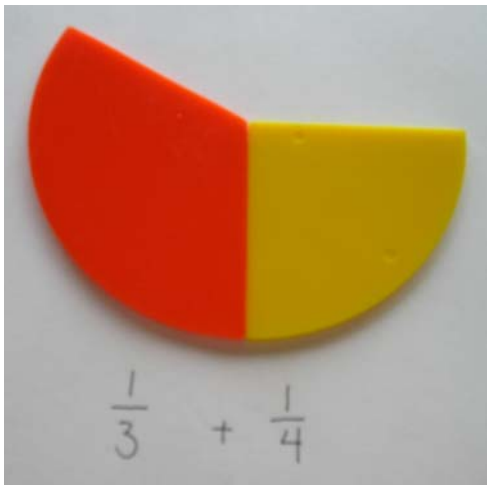
En må innse at brøker som skal adderes må ha samme nevner.
Ferdighetsmessig kan et interessert barn lære dette teknisk.
Spør ungene ”hvorfor” og få dem til å forklare. Still spørsmålet ”Kan ikke du vise meg?” i stedet for å gi dem ei forklaring.

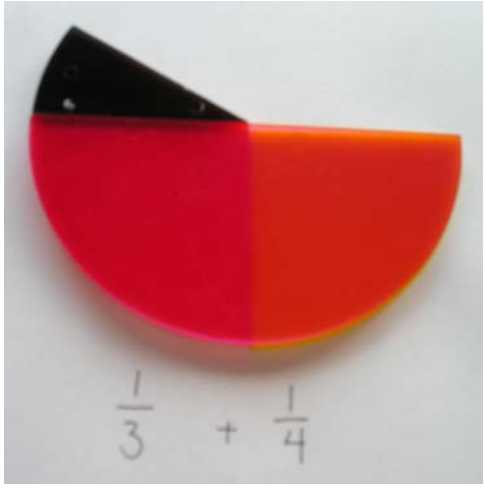
Av og til må man gå tilbake i tid for å finne ut hva elevene eventuelt gjør feil. Hva har de skjønt, og når har de mista oversikten? Be dem tegne $\frac{1}{3}$ eller $\frac{1}{4}$.

Noen gjør feil på grunn av slurv, andre fordi de vil det skal gå fort å bli ferdig. Men en del gjør feil fordi de ikke har forstått.

Eksempel:

$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$ Vi må finne en oppdeling som går opp i alle bitene.





Bildet til høyre viser at vi har lagt $\frac{1}{2}+\frac{1}{12}$ oppå, og at det blir det samme som $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$.

Dette viser at det er 12-deler går opp i begge brøkene og er fellesnevner. En måte å finne fellesnevneren på er å multiplisere alle nevnerne. Dette er på en måte riktig, men gir oss ofte unødvendig store tall å jobbe med. Vi er interessert i det minste tallet alle nevnerne går oppi, *minste felles multiplum*. For å få til det må vi faktorisere de ulike nevnerne.

$\frac{3}{4}+\frac{1}{10}+\frac{2}{5}$

Fordi vi kan gangetabellen ser vi at minste felles multiplum blir 20. Hadde vi multiplisert alle tallene ville vi fått 200 som fellesnevner. En måte å finne fellesnevneren på, er å primtallsfaktorisere de ulike nevnerne, og samle opp antall faktorer som trengs av hvert primtall for at alle nevnerne skal gå opp i fellesnevneren.

$4 = 2 \cdot 2$
$10 = 2 \cdot 5$
$5 = 5$
$2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

$$\frac{3\cdot 5}{4\cdot 5}+\frac{1\cdot 2}{10\cdot 2}+\frac{2\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{15+2+8}{20}=\frac{25}{20}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$$

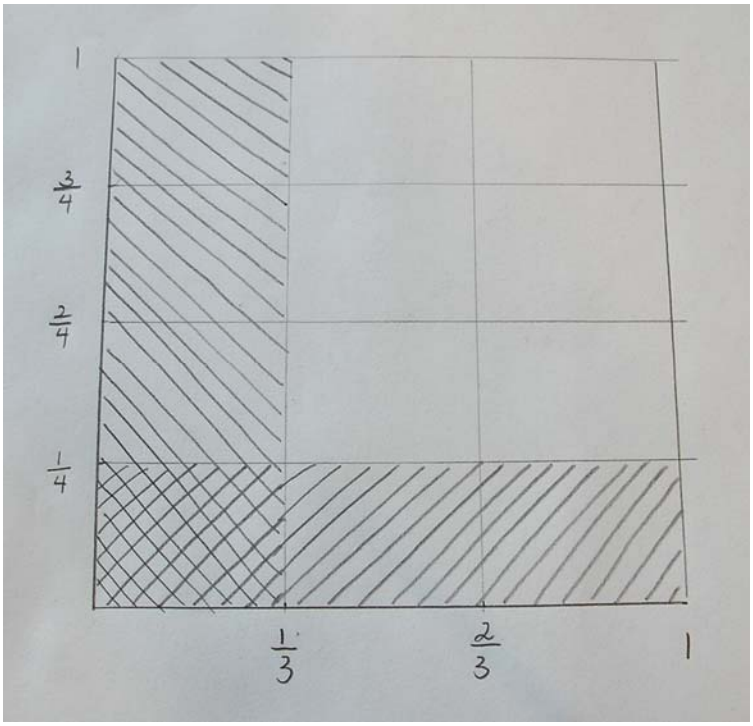
Dette er det samme som $1+\frac{1}{4}$.

Multiplikasjon
Multiplikasjon av brøk er enklere, der trenger vi ikke å finne fellesnevner. Reglene for multiplikasjon av brøk er ”teller ganger teller på nevner ganger nevner”. Men hvordan kan vi få fram hva som egentlig skjer når vi gjør dette. Regelen må bli mer enn bare noe elevene gjør rent mekanisk. Hvis elevene er vant til produkt som areal, er det enkelt å illustrer dette.

Eksempel: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$

Lag et enhetskvadrat og merkav $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ og 1 langs den ene siden. Tegn linjene som deler kvadratet ved disse verdiene**.** Rektangelet begrenset av $\frac{1}{3}$ skraveres. Langs den andre siden setter vi av $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ og 1. Der tegner vi igjen linjene ut fra de avsatte brøkene, og skraverer rektangelet ut fra $\frac{1}{4}$**.** Området er nå blitt inndelt i 12 like deler. Det skraverte området er $\frac{1}{3}$ ganger $\frac{1}{4}$**.**

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$



Divisjon
Divisjon med brøk er mer komplisert. Elevene lærer ofte bare en regel uten forklaring, for eksempel ”ganger med den omvendte brøk”. Ofte husker de ikke hvilken brøk de skal snu, så de snur like godt den første.
Divisjon med brøk kan være vanskelig å se for seg dette i praktiske situasjoner og få et bilde av hva som egentlig skjer. Hvis brøkene er enkle, med 1 i telleren, er det ganske greit å innse

hva svaret blir. Hvis vi tenker på $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ som ”Hvor mange 6-deler går det på en 3-del”, så må det bli $\frac{6}{3}$ = 2.

Vi mener det er greiest å se på brøk dividert med brøk som en *brudden brøk*. Det er lov å multiplisere med en hel uten at brøken forandrer seg.
Det er hensiktsmessig å multiplisere med minste felles multiplum i teller og nevner (elevene må være fortrolig med at multiplikasjon med samme tall i teller og nevner, er det samme som multiplikasjon med 1), slik at vi får korta bort ”smånevnerne”. Dette vil vi vise med et eksempel:

$$\frac{\frac{2}{3}\cdot 6}{\frac{5}{6}\cdot 6} = \frac{\frac{2}{1}\cdot 2}{\frac{5}{1}\cdot 1} = \frac{4}{5}$$

Minste felles multiplum for 3 og 6 er 6. Når vi multipliserer med 6 får vi forkorta slik at vi får igjen 4 i telleren, og vi blir stående igjen 5 i nevneren. Svaret blir altså $\frac{4}{5}$.
For å få til dette må elevene klare å finne fellesnevner /minste felles multiplum. Hvis de ikke gjør det, blir ikke brøken enklere, for de klarer ikke å forkorte.
Som vi ser er denne fremgangsmåten også ganske teknisk, men man bruker allerede kjente regneregler med brøk for å finne svaret.