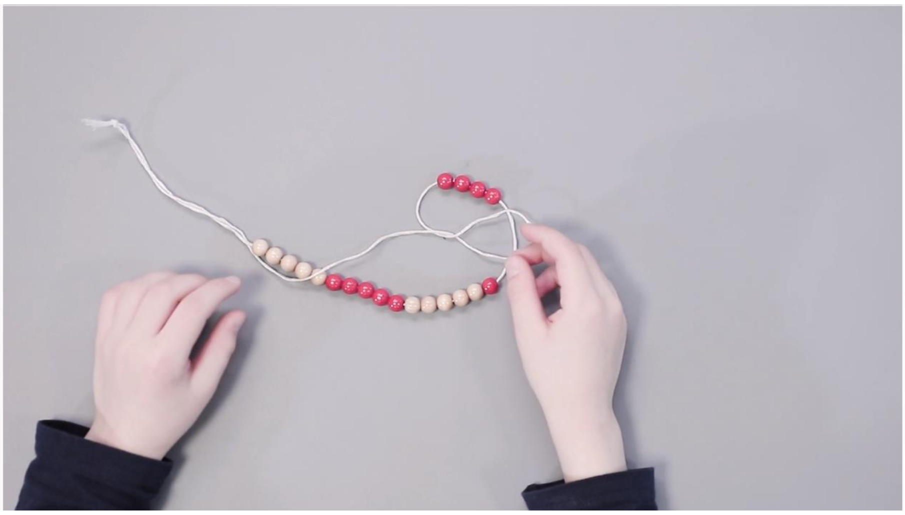
Institutt for lærerutdanning
Matematikksenteret

Barns utvikling av regnestrategier



Forfatter:
Olaug Ellen Lona Svingen

Publisert dato: Februar, 2021

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

«Jeg har aldri tenkt over hva fem pluss ni er, men så kom jeg på, fem pluss ti er femten, så tar du bare minus en. Det blir jo fjorten.»
Slik forklarer en elev sin strategi for å løse oppgaven 5 + 9. Artikkelen beskriver hvordan elever utvikler strategier i arbeid med tall. Kunnskap om hvordan elever utvikler sine strategier, gir deg som lærer et redskap for å vurdere hvor elevene er i sin utvikling og hvordan eleven kan utvikle sine strategier videre. Denne artikkelen er en omarbeiding av artikkelen «Barns strategier i arbeid med tall» (Svingen, 2016) og hovedfokuset her vil være på hvordan elever utvikler tallfaktakunnskap. Målet er at elever effektivt og fleksibelt skal kunne behandle grunnleggende tallfakta og etter hvert automatisere denne kunnskapen. Tallfaktakunnskap er grunnlaget for regning med større tall og etter hvert også for regning med rasjonale tall. Addisjon og subtraksjon er motsatte regneoperasjoner og det samme gjelder multiplikasjon og divisjon. Når elever utvikler forståelse for denne sammenhengen, utnytter de addisjons- og multiplikasjonsfakta når de løser oppgaver med subtraksjon og divisjon. Carpenter, Fennema, Franke, Levi, and Empson (1999) beskriver elevers utvikling av strategier i arbeid med tall med fire grupper av strategier: 1) direkte modellering, 2) tellestrategier 3) avledet tallfakta og 4) tallfakta.[1] Jeg vil presentere disse fire gruppene av strategier innenfor addisjon og subtraksjon og deretter innen multiplikasjon og divisjon.

Vi kan observere hvordan små barn tenker matematisk når de møter praktiske situasjoner. Molly (4 år) deler 12 drops med tre venner ved å dele ut ett og ett drops til hver av vennene. Jonathan (5 år) bruker tellebrikker til å representere drops. Han skal løse oppgaven «Det var 7 drops i krukken. Hvor mange er igjen, når du har spist 3 av dem?» Jonathan teller 7 tellebrikker, tar vekk 3 av dem og teller tellebrikkene som er igjen, for å finne svaret. Hverken Molly eller Jonathan har lært divisjon eller subtraksjon, men de viser en forståelse av de praktiske situasjonene. Denne forståelsen kan de bygge videre på når de skal lære om addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon (Carpenter et al., 1999).

Små barn utvikler strategier for å løse matematiske problemer naturlig i sin hverdag. Barna kan konstruere løsninger til en mengde problemer uten formell undervisning i tallfakta, algoritmer eller prosedyrer. Når barna begynner på skolen, har de en uformell eller intuitiv kunnskap om matematikk som danner grunnlaget for deres videre utvikling av forståelse i matematikk (Carpenter et al., 1999). I et klasseromsmiljø som oppmuntrer elever til å bruke strategier som er meningsfulle for dem, vil eleven selv konstruere strategier som modellerer handlingen eller sammenhengen i et problem.

---

1 I sin forskning knyttet til elever med matematikkvansker, bruker Ostad (2013) begrepene backupstrategier og retrievalstrategier. Backupstrategier tilsvarer direkte modellering og tellestrategier, mens retrievalstrategier tilsvarer tallfakta og fleksibel bruk av strategier. Ostad (2013) bruker også begrepene strategifattigdom og strategirikdom, hvor yngre elever kjennetegnes ved strategifattigdom, mens eldre elever kjennetegnes ved strategirikdom. Videre beskriver Ostad (2013) fenomenet strategirigiditet og strategifleksibilitet, hvor et normalt utviklingsmønster kjennetegnes ved gradvis større effektivitet og fleksibilitet i strategibruk.

NTNU
Institutt for lærerutdanning
Matematikksenteret

LK20 vektlegger at elevene skal utvikle strategier gjennom utforsking, eksperimentering, bruk av ulike representasjoner, bruk av egenskaper til regneoperasjoner og gjennom å forklare sammenhenger. Å bruke kunnskap om sammenhenger mellom tall, gjør at man ikke trenger å huske alle tallfakta. Man kan heller ta utgangspunkt i tallfakta som er enkle å huske, for eksempel dobling, tiervenner, 1-, 2-, 5- og 10 gangen.

Elever går ulike stier i sin utvikling av matematisk kompetanse. Vi kan se for oss et landskap med ulike landemerker. I horisonten ser vi målet, en godt utviklet tallforståelse og effektive strategier i arbeid med tall. I starten er noen landemerker synlig og læreren hjelper elevene å orientere mot disse. Etter hvert vil andre landemerker dukke opp og gi nye mål å strekke seg etter. En av lærerens viktigste oppgaver blir å bygge videre på og utvide elevenes intuitive modelleringsferdigheter. Ved å ta utgangspunkt i regnefortellinger, konkreter, tegninger, symboler eller modeller som for eksempel tallinje og rutenett (Valenta, 2015) og synliggjøre sammenhengen mellom ulike representasjoner, kan læreren hjelpe elevene fra konkret modellering til abstrakt modellering knyttet sammen med symbolspråket.

Effektiv og fleksibel bruk av tallfakta er grunnleggende for videre utvikling i matematikk. Tenk på hvordan kunnskap om tiervenner har betydning for arbeid med større tall som tiere, hundrere, tusener osv. Dersom noe koster 70 kr og du betaler med en hundrelapp skal du ha 30 tilbake, 3 og 7 er tiervenner. Videre utvikling til 100-venner vil eksempelvis omfatte at du skal betale 73 kr og da får du 27 kr tilbake. Å legge et godt grunnlag for grunnleggende tallfakta er derfor viktig. Grunnlaget legges ved at elever får leke med tall og former, og lete etter mønster og sammenhenger. Elevene inviteres inn til en undervisning der de kan stille spørsmål, undre seg, og se sammenhenger og de vil kunne oppdage at deres rolle er å tenke, finne meningsfulle sammenhenger og utvikle sin kompetanse(Boaler, Chen, Williams, & Cordero, 2016). Elevene utvikler et matematisk tankesett. Pisa-undersøkelsen (OECD, 2016)har sett på hva som kjennetegner elever som scorer lavt og høyt i bruk av strategier. Elever som scorer høyt, nærmer seg matematikk ved å se etter matematiske ideer og se sammenhengen mellom dem. Elever som scorer lavt, tar i bruk strategier hvor de memorerer framgangsmåter. Å bidra til at alle elever utvikler et matematisk tankesett er derfor et viktig virkemiddel for å styrke alle elevers mulighet til å lykkes i matematikk. Pugg og drill av tallfakta vil være lite produktivt i denne sammenhengen. Dette er ofte den første opplevelsen elever får av at de ikke er flinke i matematikk. Tidspress under prøver som tester tallfakta, fremmer angst hos elever, blokkerer arbeidsminnet og hindrer dem i å vise hva de faktisk kan (Boaler). Målrettede matematiske samtaler er en måte å fremme et matematisk tankesett. Gjennom matematiske samtaler gis elevene mulighet til å utvikle sine strategier fra direkte modellering til tallfaktakunnskap. Utgangspunktet for disse samtalene kan være aktiviteter som kvikkbilder, oppgavestrenger og «telle i kor» (Matematikksenteret).

Videre i artikkelen blir det beskrevet hva som kjennetegner direkte modellering, tellestrategier, avledet tallfakta og tallfakta. Deretter blir det vist eksempler på hvordan ulike strategier kommer til uttrykk i addisjon og subtraksjon, og multiplikasjon og divisjon.

Direkte modellering

Ved direkte modellering bruker elevene konkreter, de teller på fingrene sine eller de tegner for å modellere handlingen i oppgaven. La oss se på et eksempel som viser hvordan Kari tar i bruk direkte modellering for å løse en oppgave. «Randi har 4 lekebiler. En venn gir henne 7 lekebiler. Hvor mange lekebiler har Randi nå?» Kari løser oppgaven ved å bruke centikuber. Hun lager en mengde med 4 centikuber og en mengde med 7 centikuber. Hun slår sammen de to mengdene og teller «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11». Hun peker på en centikube for hver gang hun teller. Kari sier: «Hun har 11 lekebiler.» (Carpenter et al., 1999). Dette eksemplet illustrerer hvordan Kari gjengir handlingen i oppgaven med konkretene hun bruker. Hun lager de to mengdene hver for seg, slår dem sammen og teller deretter alle elementene.

Tellestrategier

Når elever tar i bruk tellestrategier, har de funnet ut at de ikke trenger å lage og telle mengdene som er beskrevet i en oppgave. De har utviklet en forståelse av tall som et abstrakt begrep. Vi ser på Jens som løser oppgaven med Randi og lekebilene. Jens teller «4 (pause), 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Hun har 11 biler.» Mens Jens teller, strekker han ut en finger for hver gang han teller. Når han har strukket ut sju fingre, stopper han tellingen og sier svaret. Jens bruker fingrene til å holde orden på tellingen (Carpenter et al., 1999).

Selv om elevene kan se for seg et tall i hodet, kan de ha behov for å bruke en eller annen form for objekter for å holde orden på tellingen, det kan være fingrene, tellebrikker eller tellestreker. De gjennomfører telling på to plan, å telle videre og å holde orden på hvor mange de har telt. Mange elever bruker fingrene til støtte når de teller. Elever effektiviserer tellestrategier når de ser at de kan telle fra det største tallet selv om det kommer til slutt i regnestykket, som for eksempel i oppgaven 3 + 8.

Avledet tallfakta

For strategiene direkte modellering og tellestrategier vil handlingen i en oppgave ha betydning for hva de velger å gjøre når de skal løse oppgaven. Etter hvert ser elevene at de kan løse oppgaven uten å modellere handlingen i oppgaven, og de blir mer fleksible i sine valg av strategier. Elevene vil se sammenhengen mellom delene og helheten i addisjon og subtraksjon. Det innebærer at de ikke trenger å tenke på handlingen, men heller se på sammenhengen mellom delmengde og hel mengde. Magnus skal løse oppgaven «Anne har 13 drops. Hun gir bort noen til Eva. Da har hun 7 igjen. Hvor mange fikk Eva?» Slik forklarer Magnus hvordan han løser oppgave. «7 pluss 7 er 14. Men Anne hadde 13 drops, ikke 14. Da kan det ikke være 7 pluss 7, men 7 + 6. Da er svaret 6.» Magnus utnytter det han vet om addisjon til å løse oppgaven. De utvikler også en forståelse av at når man slår sammen to mengder, kan disse skilles ut fra helheten igjen. De utvikler altså en forståelse for at en handling er reversibel. I avledet tallfakta bruker elevene kjente tallfakta til å regne ut oppgaver de ikke umiddelbart vet svaret på. Eksempel på kjente tallfakta kan være dobling, tiervenner, 1-, 2-, 5- og 10 gangen.

Tallfakta

Elevene viser tallfaktakunnskap når de «bare vet» svaret. Dette er automatisert kunnskap som raskt hentes fra hukommelsen. Det er praktisk å kunne hente fram tallfakta kjapt og effektivt. Det er likevel ikke krise om ikke alle tallfakta fra addisjon 0 – 20 og multiplikasjonstabellen er automatisert. Dersom eleven har gode strategier for å bruke kjente tallfakta til å regne ut det som er vanskelig, vil dette være godt nok. Elever med god tallforståelse vil foreta disse beregningene raskt og effektivt. Etter hvert vil flere og flere tallfakta bli automatisert.

Addisjon og subtraksjon

Oppgaver i addisjon og subtraksjon har ulik struktur og denne strukturen har betydning for hvordan elever løser dem. Noen strukturer er enklere å modellere enn andre. Det er nødvendig at elevene møter alle de ulike strukturene og etter hvert utvikler forståelse for at selv om de ser ulike ut, handler det om addisjon eller subtraksjon. Vedlegg 1 viser oversikt over ulike additive strukturer.

Direkte modellering

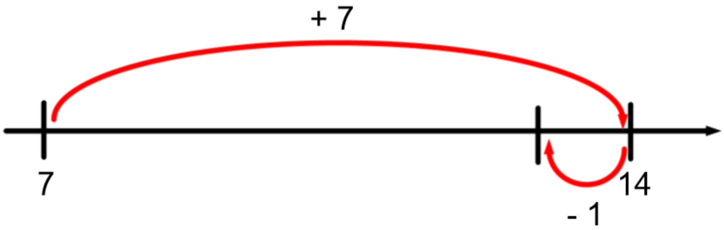
I direkte modellering gjør elevene ulike handlinger når de skal løse oppgaven avhengig av strukturen i oppgaven.
Legge sammen alle. Eleven teller hver av mengdene, slår sammen mengdene, og teller den sammenslåtte mengden.
Legge til. Når endringen er ukjent teller eleven den opprinnelige mengden. Eleven legger til objekter til det totale antallet er nådd. Svaret er de objektene som er lagt til.
Skille ut. Eleven teller hele mengden, tar bort mengden som skal trekkes fra. Svaret er objektene som er igjen.
Skille ut til. Eleven teller opp hele mengden, skiller ut objekter til man når antallet som skal være igjen. Svaret er objektene man har skilt ut.
Pare sammen. I oppgaver der to mengder skal sammenlignes og man skal finne forskjellen, telles begge mengdene. Man parer objekter fra hver av mengdene og teller de som er til overs i den største mengden.
Prøve og feile. I oppgaver der man skal finne utgangspunktet i endringsoppgaver, prøver eleven seg med å lage en startmengde. Eleven legger deretter til den gitte mengden. Teller alle objektene, dersom det er for får objekter til å nå resultatet, prøver eleven på nytt med en større mengde.

Tellestrategier

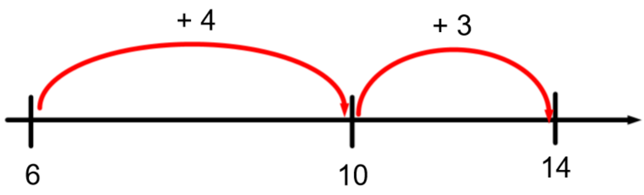
Telle videre fra den første mengden. I oppgaven 3 + 4 begynner eleven å telle fra 3 og teller 3 – 4 – 5 – 6 - 7. Fingrene eller tellestreker kan tas i bruk for å holde orden på tellingen.
Telle videre fra det største tallet. Teller videre fra det største tallet uavhengig av om det er først eller sist. I oppgaven 3 + 4 vil eleven telle fra 4 i stedet for fra 3.
Telle videre til. Denne strategien tas i bruk når utgangspunktet og hele mengden er kjent, som for eksempel i oppgaven «Per hadde fem biler. Nå har han 8. Hvor mange biler har Per fått?» Eleven starter med 5 og teller videre til man når 8. Svaret er antallet man har telt.
Telle ned. Når hele mengden og endringen er kjent, teller eleven baklengs. «Per har 8 kaker. Han spiser 3. Hvor mange har han igjen?» Eleven teller fra 8 tre ganger. 8 – 7 – 6 – 5. Tallet man slutter på er svaret.
Teller ned til. I oppgaver der hele mengde og delmengden som er igjen er kjent, kan eleven telle baklengs. «Per har 8 kaker. Han spiser noen og har igjen 3. Hvor mange kaker har Per spist?» Denne kan løses med å telle fra 8 til 3. Svaret er antall tellinger.
Prøv og feil. Dersom utgangspunktet er ukjent, prøver eleven å starte å telle fra et tall. Blir svaret for lite eller stort, prøver eleven med et større eller mindre tall.

Avledet tallfakta/tallfakta.

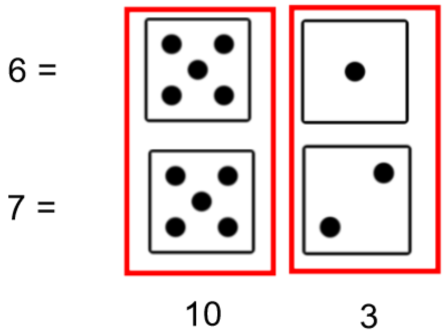
I avledede tallfakta bruker eleven kjente tallfakta til å finne svaret. Svaret på 6 + 7 kan finnes ved at eleven vet hva 6 + 6 eller 7 + 7 er. Dersom eleven tar utgangspunkt i 6 + 6, legges det til 1 fordi 7 er én mer enn 6. Tar eleven utgangspunkt i 7 +7, trekkes det fra 1 fordi 6 er én mindre enn 7.



Eleven kan også ta utgangspunkt i tiervennene. 6 + 7 kan da bli 6 + 4 + 3, fordi 4 er tiervennen til 6 og da er det 3 igjen av 7-eren.



Eleven kan også tenke 7 + 3 + 3. Starter med tiervennen til 7. Grupper på fem kan også være utgangspunkt for avledede tallfakta. I dette eksemplet er 6 = 5 + 1 og 7 = 5 + 2. (5 + 5) + (1 + 2).



Når eleven bare vet at svaret er 13, har eleven utviklet tallfaktakunnskap. På samme måte kan eleven utnytte kjente tallfakta i subtraksjon. Svaret på 15 – 8 kan finnes ved at eleven vet at 8 + 8 = 16. Da må 8 +7 bli 15 og 15 - 8 blir da 7. En annen måte å tenke på er å se 8 som 5 +3. 15 – 5 = 10. 10 – 3 = 7, fordi tiervennen til 3 er 7. Det er også mulig å tenke 15 – 10 som er 5. Da har man tatt bort 2 for mye, som må legges til. 5 + 2 = 7. Når man vet at 8 + 7 = 15 og utnytter sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon, vet man også at 15 – 8 = 7. Dette er eksempler på mulige tenkemåter, men når man er nysgjerrig på elevens strategier, vil helt sikkert andre tenkemåter dukke opp. Læreren bør bruke denne innsikten og legge til rette for læringssamtaler i klassen hvor elevene får mulighet til å dele og forklare sin foretrukne strategi knyttet til ulike oppgaver og slik bidra til innsikt i et bredt utvalg av strategier for medelever. Dette gjør det både mer interessant og lærerikt både for elevene og læreren.

Multiplikasjon og divisjon

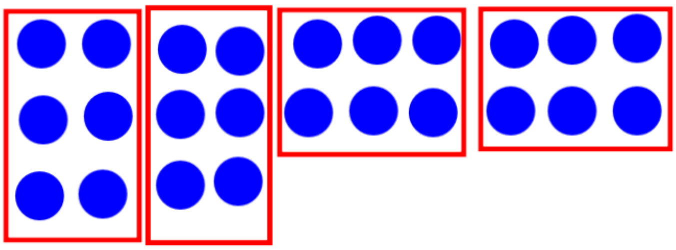
En vanlig situasjon som involverer multiplikasjon og divisjon er følgende eksempel: «Bestefar har 4 esker med sjokolade. I hver eske er det 6 sjokoladebiter. Til sammen har bestefar 24 sjokoladebiter.»

Dette eksemplet gir oss tre ulike problemstillinger som har betydning for hvordan elever løser oppgaven; multiplikasjonsproblemer, delingsdivisjon og målingsdivisjon. (Carpenter et al., 1999)
Når vi vet antall esker og antall sjokolader i hver eske kan vi finne antall sjokolader ved å addere fire like grupper med seks i hver gruppe, et multiplikasjonsproblem. Vi har delingsdivisjon, når vi vet antall sjokolader og disse skal fordeles likt i esker. I dette tilfellet skal 24 sjokolader fordeles i 4 esker. Vi finner antall sjokolader i hver eske. Til slutt har vi målingsdivisjon. Da vet vi antall sjokolader og antall sjokolader i hver eske og skal finne ut hvor mange esker vi trenger. I dette eksemplet fordeler vi 6 sjokolader i hver eske til alle sjokolader er fordelt. Vi finner hvor mange esker vi trenger.

Direkte modellering

Å løse et multiplikasjonsproblem ved direkte modellering, gjøres ved å lage hver gruppe med konkreter eller tegne hver gruppe og deretter telle antall objekter.

Målingsdivisjon kan løses på to ulike måter, enten med å telle opp den totale mengden for deretter å skille ut like grupper eller ved å lage en og en gruppe til man har gruppert hele mengden.

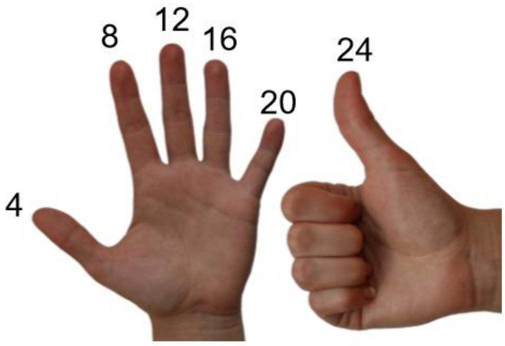


Delingsdivisjon kan løses ved å telle opp alle objektene og deretter fordele ett og ett objekt i det antall grupper man skal ha og deretter telle hvor mange objekter det er i en gruppe. En annen variant er at elevene fordeler ett og ett element i hver gruppe, samtidig som han teller helt til riktig antall er nådd. Noen ganger prøver eleven seg fram ved å legge for eksempel fem i hver gruppe og deretter telle alle objektene. Dersom det ble for lite legges det til flere objekter i hver gruppe. Dersom det ble for mye, tas det bort et antall objekter fra hver gruppe.

Tellestrategier

Å løse multiplikasjon med bruk av en tellestrategi innebærer som oftest hoppetelling, som for eksempel 3 – 6 – 9 osv. Noen tall er lettere å hoppetelle med enn andre. De fleste vil synes det er lettere å telle 5 og 5 heller enn 7 og 7. Det kan også tenkes at det går greit å hoppetelle på de første tre – fire tallene for deretter å gå over til å telle en og en videre.

NTNU
Institutt for lærerutdanning
Matematikksenteret



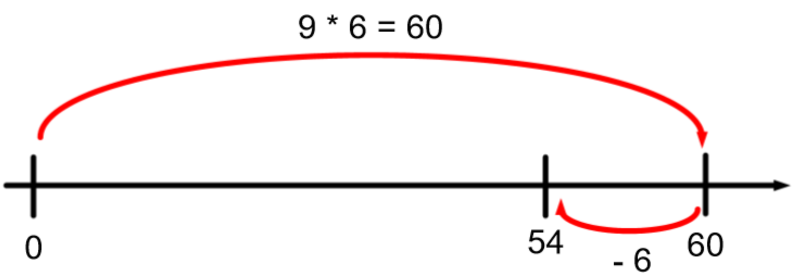
Når barnet teller, holder det orden på antall grupper ved å telle på fingrene eller tegne tellestreker samtidig som det foretar hoppetelling.

Konvensjonen for hvordan vi skriver multiplikasjon, bestemmer at den første faktoren beskriver antall grupper og den siste faktoren beskriver antallet i hver gruppe. Når elever møter rene talloppgaver kan noen velge den faktoren som det er enklest å telle med. De har oppdaget at faktorenes rekkefølge ikke har betydning for svaret og utnytter dette til å gjøre tellingen enklere.

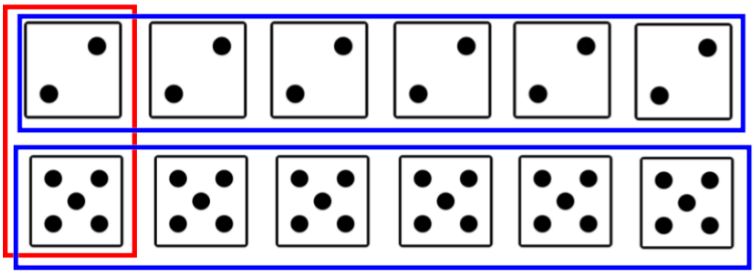
Ved målingsdivisjon vil elevene hoppetelle opp til total mengde eller motsatt at de hoppeteller ned fra total mengde. Fingrene eller tellestrekker blir brukt til å holde orden på hvor mange tellinger man har gjort. Det er mer krevende å bruke tellestrategier når man skal løse delingsdivisjonsproblem. Antallet i gruppen er ukjent og elever kan bruke en prøve og feile-strategi. Når 24 skal deles i 4 esker, prøver de først å telle med for eksempel fem og fem. Det blir for lite. Da må de prøve med et større tall.

Avledet tallfakta

Også i multiplikasjon og divisjon, lærer elevene seg noen tallfakta før andre. Kjente tallfakta blir brukt til å finne de man ikke umiddelbart husker. 10-gangen kan brukes til finne svarene i 9-gangen. I oppgaven $9 \cdot 6$, kan eleven tenke at 9 er nesten 10. $10 \cdot 6 = 60$. Da må $9 \cdot 6$ være 6 mindre.



Å invitere elevene til å se sammenhenger mellom tall på denne måten, kan lette trykket på hva de trenger å huske. Det er kanskje nok å kunne 1-, 2-, 5- og 10-gangen, og bruke disse til å regne ut de andre? Å se 7 som 5 + 2, kan utnyttes i oppgaven 6 · 7 der man bruker den distributive egenskapen.



$6 * 7 = 6 * (5 + 2) = 6 * 5 + 6 * 2 = 30 + 12 = 42$

Den kommutative egenskapen gjelder også for multiplikasjon og å bruke denne, vil redusere antall tallfakta elevene trenger å lære. Når eleven vet at 4 · 8 = 32, vet eleven også at 8 · 4 = 32. Når elevene bruker sammenhengene mellom tall aktivt, vil de etter hvert automatisere flere tallfakta. Kjente tallfakta for multiplikasjon vil være til hjelp også ved divisjon. I oppgaven 35 : 7, kan eleven tenke at 4 · 7 = 28. Da må 7 · 5 være 35. En annen strategi kan være å utnytte halvering. 32 : 2 = 16. Da må 32 : 4 være halvparten av 16, eller utnytte kjente tallfakta som 40 : 8 = 5 og 24 : 8 = 3, ut fra dette vet man da at 64 : 8 er 8.

NTNU
Institutt for lærerutdanning
Matematikksenteret

Vedlegg 1

Struktur	Hva er ukjent?	Eksempel på oppgave
Endring – legge til	Resultat 3 + 5 = ?	Per har 3 biler. Han får 5 til. Hvor mange har han nå?
	Endring 5 + ? = 8	Per hadde 5 biler. Nå har han 8 biler. Hvor mange biler har Per fått?
	Utgangspunktet ? + 3 = 8	Per hadde noen biler. Han fikk 3 biler. Nå har han 8 biler. Hvor mange biler hadde Per før han fikk de 3 bilene?
Endring – ta bort	Resultat 8 – 2 = ?	Ola har 8 kaker. Han spiser 2. Hvor mange har han igjen?
	Endring 8 - ? = 6	Ola hadde 8 kaker. Han spiste noen kaker. Nå har han 6 igjen. Hvor mange spiste Ola?
	Utgangspunktet ? – 2 = 6	Ola hadde noen kaker. Han spiste 2 kaker. Nå har han 6 igjen. Hvor mange hadde han før han spiste noen kaker?
Kombinere/ Separere	Resultat 3 + 6 = ?	Anne har 3 drops. Berit har 6 drops. Hvor mange drops har de til sammen?
	En av delene 3 + ? = 9	Anne og Berit har 9 drops til sammen. Anne har 3 drops. Hvor mange har Berit?
Sammenligne	Forskjellen 4 + ? = 7	Kari har 4 baller. Malin har 7 baller. Hvor mange flere har Malin enn Kari?
	En av mengdene man sammenligner ? – 3 = 4	Kari har 4 baller. Det er 3 færre enn Malin. Hvor mange baller har Malin?

Utvikling av barns strategier for tallfakta

Oppgave	Direkte modellering	Telling	Avledet tallfakta	Tallfakta
5 + 7 = ? Slå sammen mengder. Resultat ukjent	Lager en mengde med 5 tellebrikker og en mengde med 7 tellebrikker. Slår sammen mengdene og teller alle tellebrikkene.	Teller «5 (pause), 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,», strekker ut en finger for hver telling. «Svaret er 12.» Kan også begynne å telle fra 7.	«Tar 1 fra 7 og gir den til 5. Da blir det 6 + 6, og det er 12.»	5 pluss 7 er 12
12 – 5 = ? Skille ut mengde. Resultat ukjent	Lager en mengde med 12 tellebrikker og skiller ut 5 av dem. Teller tellebrikkene som er igjen.	Teller bakover «12, 11, 10, 9, 8 (pause), 7. Det er 7.» Bruker fingrene til å holde orden på antall steg i tellesekvensen.	«12 minus 2 er 10, minus 3 til er 7.»	12 minus 5 er 7.
4 + ? = 11 Slå sammen mengder. Endring ukjent.	Lager en mengde med 4 tellebrikker. Lager en ny mengde med tellebrikker og teller «5, 6, 7, 8, 9, 10, 11» til det totale antallet er 11. Teller de 7 tellebrikkene i den andre mengden.	Teller «4 (pause), 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.» Strekker ut en finger for hver telling. Teller de 7 utstrakte fingrene. «Det er 7.»	«4 + 6 er 10 og en til er 11, så det er 7.»	4 og 7 blir 11
5 · 7 =	Lager 5 mengder med 7 tellebrikker og teller alle.	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35	5 ganger 5 er 25 og 10 til er 35.	5 ganger 7 er 35
56 : 8 =	Teller opp 56 tellebrikker. Trekker ut grupper med 8 til det er 7 mengder.	8, 16, 24, 32, 40, 48, 56	8 ganger 8 er 64. 8 mindre er 56, så det er svaret 7.	8 · 7 er 56

Boaler, J., Chen, L., Williams, C., & Cordero, M. (2016). Seeing as understanding: The importance of visual mathematics for our brain and learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics, 5*(5), 1-6.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction* (L. Peake Ed.). Portsmouth, NH: Heinemann.

OECD. (2016). Is memorisation a good strategy for learning mathematics? doi:https://doi.org/10.1787/5jm29kw38mlq-en

Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring : med fokus på elever med matematikkvansker* (2. oppl. [i.e. rev.utg.]. ed.). Trondheim: Læreboka forl.

Svingen, O. E. L. (2016). Barns strategier i arbeid med tall. Retrieved from http://www.matematikksenteret.no/content/4791/Innholdsside#Strategier

Valenta, A. (2015, 17.12.2015). Aspekter ved tallforståelse. Retrieved from http://matematikksenteret.no/content/4791/Artikler