

Halvparten og litt til.

Morten Svorkmo

I en av oppgavene fra Kengurukonkurransen 2015 skal man finne hvor mange penger Magnus hadde før han kjøpte tre leketøy til ulik pris. Det er ganske mange opplysninger i teksten, men opplysningene følger et system. Han betaler hele tida halvparten av det beløpet han har pluss 1, 2 eller 3 euro i tillegg.

Dette var en krevende oppgave i settet, og det som gjør den utfordrende er kanskje at elever ikke vet hvordan de skal angripe den. Oppgaven kan løses på ulike måter og med ulike strategier, og den kan forenkles og utvides. Jeg skal her se på noen av mulighetene en slik oppgave kan gi.

Benjamin 2015 oppgave 19

Magnus kjøpte tre leketøy. For det første leketøyet betalte han halvparten av det han hadde pluss 1 euro. For det neste betalte han halvparten av det han nå hadde igjen pluss 2 euro. For det siste leketøyet betalte han halvparten av det han hadde igjen etter å ha kjøpt de to første leketøyene pluss 3 euro. Da hadde han brukt alle pengene sine.

Hvor mange penger hadde Magnus før han kjøpte leketøyene?

(A) 100 euro (B) 65 euro (C) 45 euro (D) 36 euro (E) 34 euro

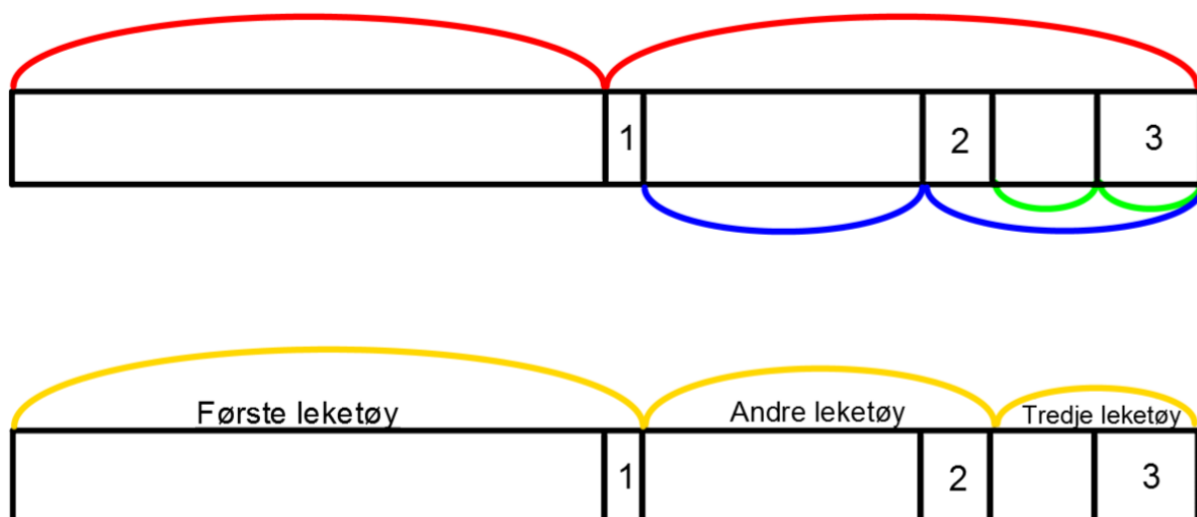
I og med at dette er en flervalgsoppgave med fem alternativer, er det mulig å bruke alternativene som utgangspunkt, dvs. prøve de ulike alternativene for å se hvilket av dem som kan gi riktig svar.

Jeg skal først vise to strategier uten å bruke svaralternativene, og deretter et eksempel på hvordan det er mulig å utnytte tallkunnskap til relativt raskt å finne riktig svar ved å bruke svaralternativene som utgangspunkt.

Tegning eller modell

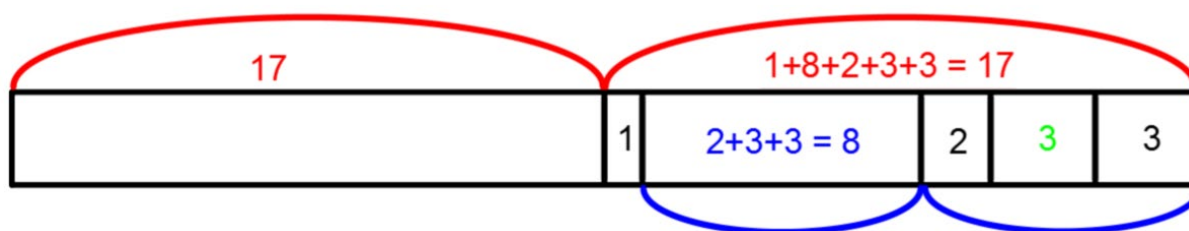
Å modellere en slik oppgave ved hjelp av en skisse, for eksempel en barmodell, kan være en egnet strategi. En slik modellering egner seg godt til å løse oppgaver med brøk og prosent. I denne oppgaven er det kun snakk om halvparten, men i og med at utgangspunktet for halvparten hele tida endrer seg, vil en tegning kunne være til hjelp for å forstå problemet.

Den første barmodellen i figur 1 viser hvordan halveringa foregår, mens den neste viser prisen for hvert enkelt leketøy.



Figur 1

Sett deretter inn tallene slik de vil komme fram ved å bruke halvparten. Mest hensiktsmessig er det her å begynne med det tredje leketøy. Ved hjelp av en slik modell kan elever oppleve at det i denne sammenhengen kan være gunstig å «tenke» baklengs, dvs. å regne fra det man har igjen til slutt for å finne ut hvor mye Magnus hadde i starten.



Figur 2

Algebraisk løsning

x er det beløpet han (Magnus) hadde før han kjøpte tre leketøy.

Pris for det første leketøy: Halvparten av beløpet pluss 1 euro.

$$0,5x + 1$$

Pris for det andre leketøy: Halvparten av det han hadde igjen pluss 2 euro.

$$(x - (0,5x + 1))/2 + 2 = 0,25x + 1,5$$

Pris for det tredje leketøy: Halvparten av det han hadde igjen pluss 3 euro, noe som da medfører at det tredje leketøy måtte ha kostet 6 euro i og med at halvparten er 3 euro.

Dette gir:

$$(0,5x + 1) + (0,25x + 1,5) + 6 = x$$

$$0,75x + 8,5 = x$$

$$8,5 = 0,25x$$

$$x = 34$$

Bruk av svaralternativ

Elever som bruker svaralternativene og samtidig greier å se at oppgaven kan løses ved å vurdere delelighet der du må finne halvparten av hele tall, kan forenkle resonnementet sitt og finne riktig løsning nokså raskt:

- (A) 100 euro $(100 : 2) - 1 = 49$ ikke delelig med 2
- (B) 65 euro ikke delelig med 2
- (C) 45 euro ikke delelig med 2
- (D) 36 euro $(36 : 2) - 1 = 17$ ikke delelig med 2
- (E) 34 euro $(34 : 2) - 1 = 16$ delelig med 2 og dermed eneste mulige svaralternativ

Eksempel på utvidelser av oppgaven

- Hvor mye kostet hvert av de tre leketøyene?
- Hva hvis han hadde igjen 1€, 2€ osv. Bruk regneark til å lage en oversikt.

Beløp igjen	1 €	2€	3 €	4 €	5 €	n €
Leketøy 1	10	14	18	22	26	
Leketøy 2	6	8	10	12	14	
Leketøy 3	2	4	6	8	10	
Totalbeløp	18	26	34	42	50	

- Lag algebraiske uttrykk for de tre leketøyene dersom den siste opplysningen hadde vært n euro. Hvor mange penger ville da Magnus hatt før han kjøpte de tre leketøyene?
Å bruke to av modellene som ble brukt til modelleringen av problemet, kan også være til god hjelp når man skal lage algebraiske uttrykk.



Figur 3

Kengurukonkurransen 2016 starter torsdag 17. mars.
Påmelding: www.matematikkssenteret.no/kengurusidene

