

# Oppgaver som utfordrer og engasjerer

---

**Forfatter:**

Anne-Gunn Svorkmo

**Publisert: 8. januar 2019, redigert: februar 2023**

**© Matematikksenteret**



**Matematikksenteret**  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Alle elever trenger å bli utfordret kognitivt i matematikkundervisningen, også elever som presterer lavt i matematikk. Oppgaver som stiller store kognitive krav, fremmer og utfordrer blant annet elevenes resonnement- og problemløsningskompetanse, og krever at elevene må bruke relevant forkunnskap og ulike representasjoner, og oppgavetypen fokuserer på å utvikle forståelse for matematiske begreper og ideer (Utdanningsdirektoratet, 2018). At en oppgave er kognitivt krevende, betyr at den skal være utfordrende, men ikke for vanskelig. Med andre ord legger kognitivt krevende oppgaver til rette for dybdelæring.

Når elever arbeider med slike oppgaver, er det viktig at læreren er bevisst på at de kognitive kravene ikke må reduseres underveis. Den måten læreren støtter, veileder og stiller spørsmål til elevene på i arbeidsprosessen, må ikke minske utfordringene i oppgaven. Kuleisoppgaven som du nettopp har løst, er et eksempel på en kognitivt krevende oppgave. Vi skal se nærmere på mulighetene i oppgaven, slik at som du som lærer etter hvert blir godt kjent med den og kan utfordre egne elever på ulike måter.

*Lisa skal kjøpe kuleis og kan velge mellom fire forskjellige smaker.  
Hun vil kjøpe to kuler is.  
På hvor mange måter kan hun sette sammen den isen hun vil kjøpe?*

Kuleisoppgaven er en kombinatorikkoppgave der iskuler skal kombineres, og det gjelder å finne hvor mange måter isen kan settes sammen på. Oppgaven legger ingen føringer for hvordan de to kulene i isen kan settes sammen, og det er noe av hensikten med oppgaven. Kan det være to kuler med samme smak? Skal rekkefølgen av de to kulene ha betydning? Dette er det opp til den som løser oppgaven, å bestemme. Hvilke valg gjorde du da du løste oppgaven?

Det er fire ulike måter å løse kuleisoppgaven på, avhengig av om hver smak kan velges flere ganger, og om rekkefølgen av iskulene har betydning. Vi kan si at samme oppgave har fire problemstillinger, og hver av dem påvirker igjen antall kombinasjonsmuligheter.

- A Dersom rekkefølgen av kulene ikke har betydning, og kulene ikke kan ha samme farge (uordnet utvalg uten tilbakelegging), er det seks måter å sette sammen

kuleisen på. Her kombineres alle isene med hverandre én gang, og det spiller ingen rolle om for eksempel kula med vanilje i kombinasjon med en annen kule ligger øverst eller nederst.

- B Dersom rekkefølgen ikke har betydning, men det skal være mulig å velge to kuler av samme smak (uordnet utvalg med tilbakelegging), er det ti ulike måter å sette sammen kuleisen på. Sammenlignet med A, som har seks måter, vil det her være fire flere kombinasjonsmuligheter når to kuler med samme smak skal medregnes, fordi det er fire smaker å velge mellom.
- C Noen er nøye med hvordan kuler i en is plasseres. Dersom man mener at det vil bli to forskjellige kuleiser når for eksempel jordbærkula og vaniljekula bytter plass (ordnet utvalg uten tilbakelegging), finnes det 12 måter å sette sammen kuleisen på. Sammenlignet med A med seks måter vil det da bli dobbelt så mange kombinasjonsmuligheter.
- D Dersom alt er tillatt, det vil si både at det er forskjell på isene når kulene bytter plass, og at det er mulig å velge to kuler med samme smak (ordnet utvalg med tilbakelegging), vil det være 16 måter å sette sammen isen på når det er fire smaker å velge mellom.

Dette kan oppsummeres i en tabell der bokstavene A–D viser til de ulike problemstillingene, og tallet i parentes viser antall kombinasjonsmuligheter.

Tilbakelegging Rekkefølge	Hver smak kan velges én gang (uten tilbakelegging)	Hver smak kan velges flere ganger (med tilbakelegging)
Kulenes plassering har ingen betydning (uordnet utvalg)	A (6)	B (10)
Kulenes plassering har betydning (ordnet utvalg)	C (12)	D (16)

Kuleisoppgaven blir i annen faglitteratur beskrevet som en rik oppgave (Hedré et al., 2005). Et kjennetegn på at en oppgave er rik, er at den har lav inngangsterskel. Det vil si at alle elever skal ha mulighet til å komme i gang med å arbeide med oppgaven.

Kuleisoppgaven har en kort formulering, og den er satt i en kontekst og knyttet til en praktisk situasjon som mange elever har erfaring med og kan se for seg. Når alle elever kan arbeide med samme problemstilling, blir utgangspunktet det samme for alle, uansett faglig nivå. Det har mange fordeler og gir flere muligheter i undervisningen. Elever kan samarbeide om oppgaven, og alle elevene kan være med på å diskutere kriterier for oppgaven, forklare for medelever hvordan de har tenkt, lytte til andre elever som forklarer, begrunner og argumenter for sine løsninger, og delta i og involveres i hverandres måte å løse oppgaven på.

Et annet kjennetegn på rike oppgaver er at de skal kunne lede elever og lærere til å formulere nye interessante problemer. Etter å ha arbeidet med det vi kan kalle originaloppgaven, det vil si at Lisa kan velge to kuler is, og hun har fire smaker å velge mellom, kan oppgaven utvides og justeres, eller nye problemstillinger kan formuleres. Hvordan blir det hvis det er flere smaker å velge mellom? Hvis isen kan settes sammen av tre kuler? Hvis det strøssel? Osv.

Når elever har arbeidet med en rik oppgave, vil også mange som presterer lavt i matematikk, kunne klare å løse en utvidet og en mer krevende utgave av problemet fordi ideen oppgaven bygger på, er kjent for dem fra før.

Som tidligere nevnt er kuleisoppgaven brukt som et eksempel på en kognitivt krevende og rik oppgave. Det finnes andre oppgaver med mange av de samme kvalitetene og mange av de samme mulighetene. Kvalitetene og mulighetene i kuleisoppgaven kan overføres og brukes på andre og lignende oppgaver.

I det videre arbeidet, under *B – Samarbeid*, vil vi komme tilbake til at oppgaver som stiller kognitive krav, krever bruk av ulike representasjoner. Da vil vi se nærmere på og vise eksempler på hvordan ulike representasjoner kan brukes i arbeidet med kuleisoppgaven.

## Litteratur

Hedrén, R., Taflin, E., & Hagland, K. (2005). *Rika matematiska problem*. Stockholm: Liber AB.

Utdanningsdirektoratet. (2018). *Kvalitetskriterier for læremidler i matematikk*. Lastet ned 18.12.2018 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/kvalitetskriterier-for-laremidler/>