Oppgavetyper i Kengurukonkurransen

Anne-Gunn Svorkmo

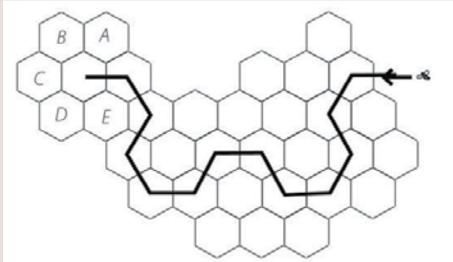
Kengurukonkurransen er satt sammen av forskjellige typer oppgaver. I de tre oppgavesettene Ecolier (4.–5. trinn), Benjamin (6.–8. trinn) og Cadet (9.–10. trinn) finnes det både tall-, geometri- og logiske oppgaver. Alle oppgavetypene er representert i hvert oppgavesett med ulik vanskegrad.

I de fleste oppgavesettene finnes det også oppgaver hvor det inngår mønster. I enkelte oppgaver er det å se mønster og sammenhenger avgjørende for å kunne løse oppgaven. Andre oppgaver kan løses uten at elevene oppdager mønsteret, men det vil da ta lengre tid å komme fram til en løsning.

Nedenfor finnes tre eksempler på oppgaver med mønstre. Kanskje disse kan brukes som en oppvarming til årets Kengurukonkurranse? Spørsmål, tips til utvidelse av hver oppgave og fasit står i rammen under svaralternativene.

Oppgave 1

En bie flytter seg rundt i bikuben etter et bestemt mønster. Så stopper den opp.

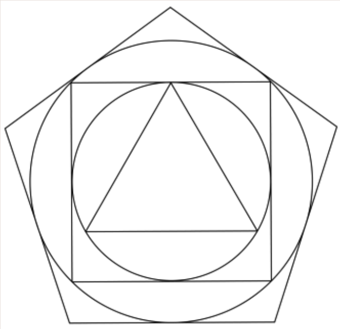


Til hvilken celle flytter bien seg etterpå?
A) A B) B C) C D) D E) E

Kommentar til Oppgave 1
La elevene tegne hvordan bien flytter seg videre. Forklar mønsteret til en annen. Biens vei gjentas etter 5 celler. Når bien har passert 13 celler, så beveger den seg på samme måte som når den går fra celle 3 til 4. Den svinger til venstre, venstre, høyre, høyre, høyre. Dette gjentas. Riktig svaralternativ er B.
Dersom det er utfordrende for elevene å se mønsteret, bruk gjerne matpapir og tegn hvordan bien flytter på det gjennomsiktige papiret. Forskyv matpapiret slik at elevene ser hvordan mønsteret forsetter fra den ruta hvor bien har stoppet opp. Hver elev kan så selv finne på et annet mønster som bien kunne ha beveget seg etter. Elevene beskriver mønsteret sitt og lager fasit. La deretter elevene løse hverandres oppgaver. Heksagonpapir kan lastes ned fra: www.printablepaper.net/category/hexagon_graph

Oppgave 2

Trine tegner en likesidet trekant. Så tegner hun den omskrevne sirkelen til trekanten. Deretter tegner hun det omskrevne kvadratet til sirkelen. Etter å ha tegnet enda en omskrevet sirkel, tegner Trine en omskrevet femkant til denne sirkelen. Hun fortsetter på samme måte med nye sirkler og nye regulære mangekanter, alle med én sidekant mer enn den forrige. Hun slutter etter at hun har tegnet en mangekant med 16 sidekanter.



Hvor mange områder er det til sammen innenfor den siste mangekanten?
A) 232 B) 240 C) 248 D) 264 E) 272

Kommentar til Oppgave 2
La elevene tegne eller konstruere figuren, og for hver figur som tegnes noteres antall områder som dannes. Etter den første sirkelen finnes det en sammenheng mellom antall områder og antall sidekanter på mangekanten. Hvilken sammenheng er det? Skriv mønsteret ned som begynnelsen på et regnestykke:
$1 + 3 + (2 \cdot 4) + (2 \cdot 5) + (2 \cdot 6) + \cdots + (2 \cdot 15) + 16$.
Bortsett fra 1, 3 og 16 er det alle de naturlige tallene fra 4 og oppover til 15 som blir multiplisert med to. Regnestykket kan omformuleres og forenkles til:
$1 + 3 + 2(4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + \cdots + 15)$
$+ 16 = 20 + 2\,(6 \cdot 19) = 248$.
Alternativ C er riktig løsning.
Oppgaven kan forenkles for eksempel ved at Trine avslutter tegninga med en åttekant.

Oppgave 3

Du legger sammen de 1000 første partallene og gjør det samme med de 1000 første oddetallene. Hva blir forskjellen mellom de to summene?
A) 1 B) 200 C) 500 D) 1000 E) 2000

Kommentar til Oppgave 3
Å legge sammen 1000 partall og 1000 oddetall kan virke som en uoverkommelig oppgave for mange elever! Hensikten med å velge et så stort antall, er at elevene må velge en annen framgangsmåte enn å summere 1000 tall manuelt. En god strategi er å forenkle problemet (som er et av Polyas (1945) kjente prinsipp for problemløsing). Et enklere problem er: Hva er differansen mellom summen av de fem første partallene og summen av de fem første oddetallene?
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ og
$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$
Differansen er her fem, og det er fem oddetall og fem partall. Elevene må selv bestemme om de vil undersøke færre eller flere tall enn 5. Er det noen sammenheng mellom antall tall som legges sammen og differansen mellom de to summene? Hvis det er, hvordan forklare sammenhengen? Hvilken forskjell blir det da mellom summen av de 1000 første partallene og de 1000 første oddetallene? Riktig svaralternativ er her D.
Kanskje en enda enklere måte å komme fram til en løsning på er å resonnere seg fram til at differansen mellom et oddetall og det påfølgende tallet som er et partall, alltid vil være 1. For fire påfølgende tall vil differansen mellom summen av oddetallene og summen av partallene være 2.
Da vil differansen mellom summen av de 1000 første oddetall og de 1000 første partallene være 1000.

Flere oppgaver finnes på www.matematikksenteret.no/kengurusiden. Fordi Sverige har deltatt i Kengurukonkurransen i flere år enn Norge, finnes det enda flere oppgaver på ncm.gu.se/node/6794, men disse oppgavene er på svensk. Ideer til løsninger og hvordan det kan arbeides videre med oppgave 1 og 2, er hentet fra Gennow og Wallby (2010). De er også ansvarlige for Kengurukonkurransen i Sverige.

Lykke til med forberedelsene til årets konkurranse!

Litteratur

Gennow, S. og Wallby, K. (2010). *Geometri og rumsuppfatning – med Känguruproblem*. Göteborgs universitet, Nationelt centrum för matematikutbildning.

Polya, G. (1945). *How To Solve It.* Princeton University Press, 1957.