Astrid Bondø

Brøk – er det noe problem, da?

> I tradisjonelt skolearbeid med brøk har vi ofte brukt liten tid på å hjelpe elevene til å forstå hva brøk er. Mer tid har vært brukt på å lære bort reglene for de fire regneoperasjonene. Disse reglene er vanskelige nok i seg selv, og enda verre når man ikke forstår tallene en skal gjøre operasjonene med (McIntosh, 2007, s. 27).

I grunnskolen er brøk et gjennomgående tema. I følge kompetansemålene i matematikk skal elevene allerede etter 2. trinn kunne doble og halvere, og etter 4. trinn skal de kunne bruke enkle brøker i praktiske sammenhenger. Fra 5. trinn skal de lære om likeverdige brøker og etter hvert regne med brøk. Mange elever opplever at brøk er vanskelig å forstå, og de husker ikke hvordan de skal utføre regneoperasjonene. I større etterutdanningsforløp som matematikksenteret har ansvar for, blir brøk ofte ønsket som tema på kurs og i demonstrasjonsundervisning.

Hva er en brøk?

Jeg tok ufordringen og slo opp i ulike kilder for å se hvordan begrepet brøk defineres. Jeg fant blant annet:

Astrid Bondø
Matematikksenteret
astrid.bondo@matematikksenteret.no

1. En brøk består av tre elementer, teller, brøkstrek og nevner. Brøkstrek er det samme som deletegn. En brøk er en del av noe (www.matematikk.net).
2. *Vi arbeider oss fram til en god forbindelse mellom begrepene divisjon og brøk. Brøken* 3/8 *er svaret på divisjonen* 3 : 8. *Generelt: En brøk* a/b *er svaret på divisjonsoppgaven* $a : b$ (Breiteig & Venheim, 1998, s. 211).
3. En brøk er et uttrykk som kan representere en operasjon eller et objekt.
   Eksempel: Uttrykket 24/3 *kan representere en operasjon, dvs. tjuefire dividert med tre, eller et objekt, nemlig brøken eller det rasjonale tallet tjuefire tredeler* (Nämnaren, 1997, s. 23).

I definisjonen fra matematikknett.no betraktes brøkstreken som et divisjonstegn. I definisjonen fra Breiteig og Venheim påpekes det eksplisitt at brøk og divisjon ikke er det samme, men at brøken er svaret på divisjonen. I definisjonen fra Nämnaren forenes disse i det brøk defineres som en operasjon og et objekt.

En av vanskelighetene med brøk er, i følge Breiteig og Venheim (1998), at begrepet brøk kan ha flere ulike betydninger, og alle disse betydningene møter oss i dagliglivet.

Brøk kan være

- *en del av et «hele»*
- *et punkt på tallinja som ligger mellom to hele tall*
- *en sammenlikning mellom en del og et hele*
- *svaret på en divisjonsoppgave*
- *en måte å sammenlikne to mengder eller to mål på*

Elevene må etter hvert lære å kjenne til de ulike aspektene av brøkbegrepet.

Vi trenger brøk for å angi størrelser som er mindre enn enheten og størrelser mellom de hele tallene. Hvis vi har en divisjon som ikke går opp, trenger vi brøk for å finne et tall uten rest som svar på denne divisjonen. Vi trenger brøk for å utrykke forhold mellom størrelser.

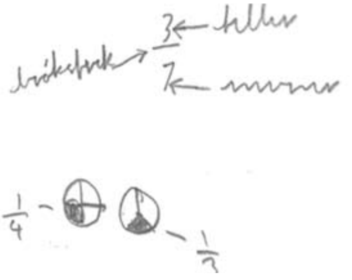
(fra Breiteig & Venheim, 1998, s. 207–209).

Eksempler fra elever på 6. trinn

Jeg arbeidet med ei gruppe elever på 6. trinn. Elevene hadde kjennskap til brøk fra småskolen og fra 5. trinn. Jeg ønsket innsikt i deres forståelse av brøkbegrepet. Nedenfor følger noen spørsmål og elevsvar.

Oppgave 1. Forklar hva en brøk er (med ord, symboler eller tegning).

Oles forklaring (figur 1) er representativ for de fleste elevene i gruppen. Ole vet hvordan han skal skrive en brøk, han vet hva teller, nevner og brøkstrek er, og han kan ved hjelp av ei tegning vise hva for eksempel en firedel betyr. Oles forklaring passer godt til definisjon 1. Han har med både navnsettingen på de ulike delene av brøken og illustrasjoner som viser at brøk er en del av noe.



Figur 1: Ole

Andre eksempler på elevsvar:

En brøk består av teller, nevner og brøkstrek.

Denne forklaringen er nært knyttet til definisjon 1, selv om eleven ikke presiserer at dette er en divisjon eller at brøk er en del av noe.

Det er et tall som er mindre enn en hel.

Denne forklaringen er knyttet til siste del av definisjon 1, at brøk er en del av noe. Forklaringen tyder på et ufullstendig brøkbegrep fordi det begrenser begrepet til å gjelde tall mellom 0 og 1. Det kan skyldes at elevene oppfatter dette som at de har en hel som deles opp i ulike deler. De kan ikke ta flere deler enn det de har delt den hele inn i.

Brøk er en mer nøye måte å skrive desimaltall på. 1/3 er mer nøyaktig enn 0,33333333.

Her betraktes brøk som et rasjonalt tall, jfr. siste del av definisjon 3.

Oppgave 2. Lag en tegning som viser 2/7 + 3/7.

Alle 16 elevene i denne gruppen visste at svaret på dette regnestykket ble 5/7. Men da de skulle tegne et regnestykke, hadde flere av dem problemer med å skjønne hva de skulle gjøre. En av elevene ble skikkelig frustrert og spurte: «Hva mener du, egentlig? Skal jeg pynte tallene? Tegne ører på totallet?»

Oppgave 2 kan vise noe om hvordan elevene tenker. Kan tegningene si oss noe om elevenes forståelse av brøkbegrepet? Har noen skjønt mer enn andre?

Eksempler på tegninger elevene lagde:

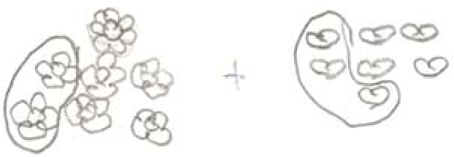
Anders tar for seg tall for tall, og tegner riktig antall over og under brøkstrekene, figur 2.

Han representerer tallene i teller og nevner med en tegning av objekter.

Figur 2: Anders

Marthe ser på brøkene hver for seg og bruker to ulike figurer, blomster og hjerter, figur 3. Hun får vist brøkene hver for seg og viser at brøkbegrepet er inntakt.

Når vi adderer brøker med like nevnere, er det for oss en selvfølge at delene er like, det vil si like i størrelse. Har Marthe tenkt slik?

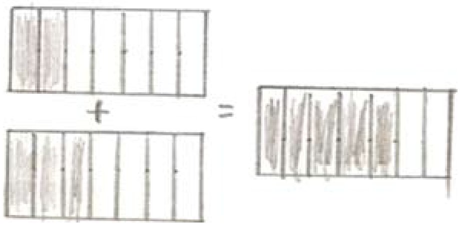


Figur 3: Marthe

Marthe har brukt to ulike objekter. Er dette en parallell til om vi har 2/8 pepperonipizza og *3/8* biffpizza. Vi vil da ha 5/8 pizza når vi kun betrakter mengden.

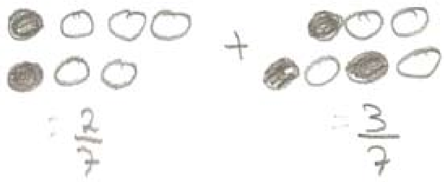
Amanda, Ola og Richard har i likhet med Marthe tegnet brøkene hver for seg, men disse tre har alle objektene like, figur 4–6. Det totale antall deler kan ved første øyekast synes å være 14, ikke sju. Men det er ikke sikkert at elevene betrakter det på samme måte, noe Olas forklaring kan tyde på.

Ola ville forklare tegningen sin: «Figuren til høyre er akkurat den samme som de to til venstre, dersom de hadde gått sammen til en. Jeg ser det i hodet mitt, men vet ikke hvordan jeg skal tegne det.»



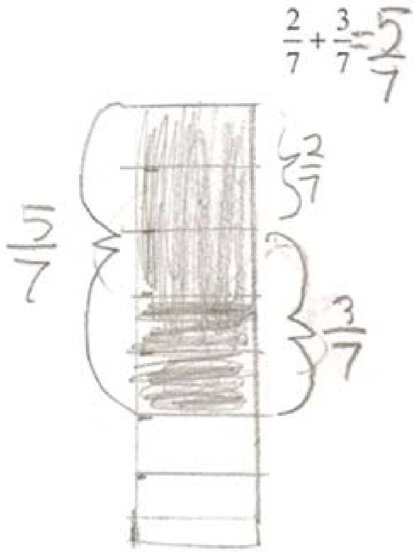
Figur 4: Ola

Figur 5: Richard



Figur 6: Amanda

Aksel skjønner at de to brøkene er deler av et hele som består av sju sjudeler, figur 7.



Figur 7: Aksel

Dersom disse elevene hadde fått i oppgave å regne ut dette regnestykket, hadde alle fått riktig svar. Jeg som lærer kunne vært fornøyd med at alle elevene i gruppen kan addere brøker med felles nevner. De kan lære seg teknikken, men tegningene viser at de ikke nødvendigvis kan knytte det symbolske utrykket til andre representasjoner. Spørsmålet blir da hvor dyp forståelsen er.

Oppgave 3. Sett ring rundt brøkene som er større enn 1/2:

$$\frac{4}{10} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{8}{20}$$

Elevene var utrolig raske da de svarte på denne oppgaven. Det var helt tydelig at denne gruppen med elever var vant til å vurdere brøker i forhold til null, en halv og en hel. De brukte konsekvent dobling og halvering, og kunne fort og lett avgjøre hvilke av brøkene som var større enn en halv.

Ola: *Her tenkte jeg at på den første brøken så er det tideler. Fem er halvparten av ti, så fire av ti må bli for lite, altså mindre enn en halv. På den neste er* 4/8 *det minste det kan være fordi det er akkurat en halv, så da er* 5/8 *mer enn en halv. Slik fortsatte jeg, og fant at også* 5/6 *og* 7/12 *er mer enn halvparten.* 4/9*, der er* 4,5 *det minste det kan være, så fire er akkurat for lite.*

Marthe: *½ er en halv, det er halvparten, jeg skulle finne de som var større enn en halv.*

Jeg tenkte først at 4 + 4 = 9*, det er mindre enn* 10*, da er* 4/10 *mindre enn en halv.*

5 + 5 *er* 10*, da må* 5 *av* 8 *være mer enn halve. På den første er forresten* 4 + 4 *lik* 8*, ikke* 9*, da ER det mindre enn en halv. Slik tenkte jeg på alle, og fant ut hva som var mer enn en halv.*

Aksel: *Tenkte dobling og halvering på alle. Hvis teller er halvparten av nevner, så blir det en halv. Er teller mindre enn det halve av nevneren, blir brøken mindre enn halvparten. Først* 4/10, 5 *er halvparten av* 10*, da blir* 4 *av* 10 *mindre enn en halv. På den neste er halvparten av nevneren fire, da er fem åttedeler mer enn en halv. Slik fortsatte jeg.*

Elevene hadde forståelse for at dersom teller var halvparten av nevner, så var dette lik en halv. Dette er en fin innfallsvinkel til arbeid med likeverdige brøker. Vi kan følge opp med å la elevene sammenligne andre forhold mellom teller og nevner som en tredel, en firedel, to tredeler, tre firedeler osv. Illustrasjoner vil vise hvilke brøker som har samme verdi, og dette kan føre til god forståelse av utviding og forenkling av brøker. I begynnelsen tenker jeg det er lurt at dette arbeidet foregår ved hjelp av konkreter og tegninger. Det kan danne grunnlag for operasjoner med brøker på symbolsk nivå og gi elevene erfaring med ulike representasjoner i arbeidet med brøk

Referanser

Breiteig, T. & Venheim, R. (1998). *Matematikk for lærere I.* Oslo: Universitetsforlaget.

McIntosh, A. (2007). *Alle teller! Håndbok for lærer som underviser i matematikk i grunnskolen.* Trondheim: Matematikksenteret.

Nämnaren tema (1997). *Algebra för alla.* Nationellt Centrum för matematikutbildning.

www.matematikk.net/ressurser (13.07.09)