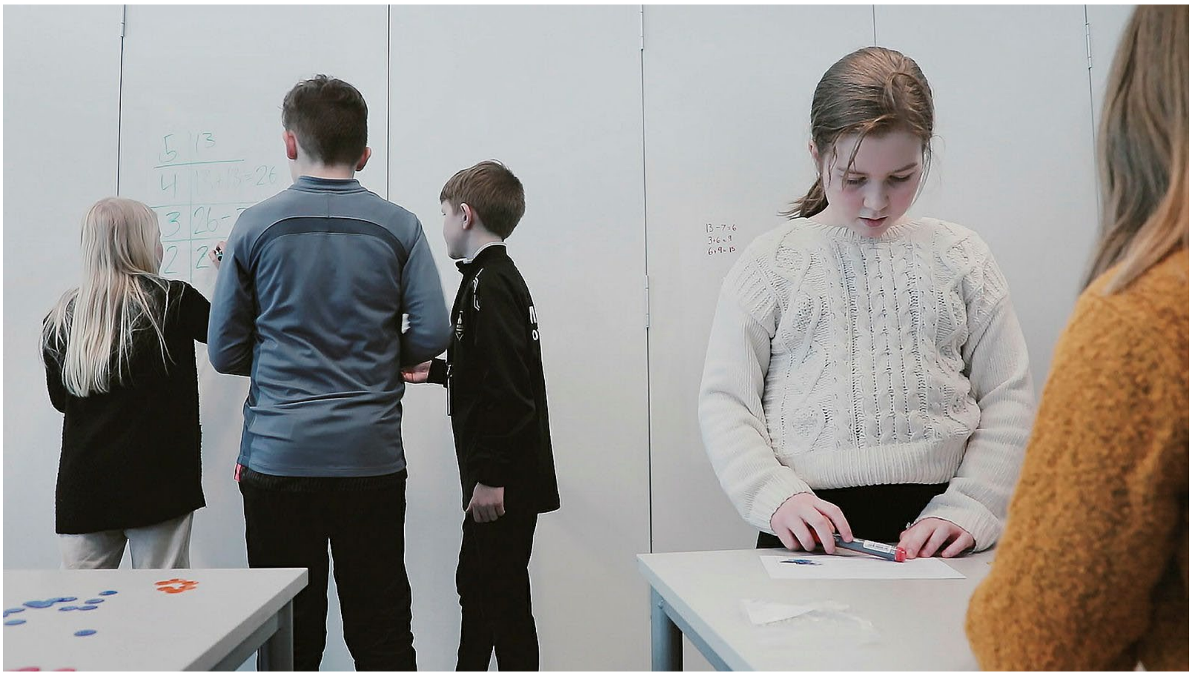
Prinsipper i Ambisiøs matematikkundervisning

Forfatter: Svein H. Torkildsen

Publisert: November 2017

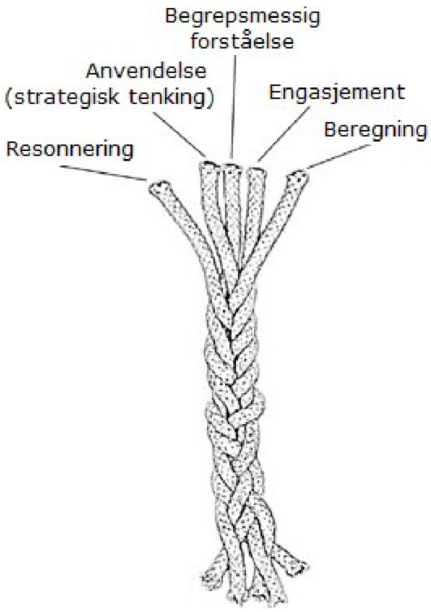
Revidert av Astrid Bondø og Olaug Lona Svingen, februar 2024



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Innhold

Ambisiøs matematikkundervisning



Målet med matematikkundervisningen i skolen er at elevene skal utvikle en bred matematisk kompetanse som er karakterisert ved begrepsmessig forståelse, fleksibilitet i beregninger, resonnering, anvendelse og engasjement (Kilpatric, Swafford, & Findell, 2001).

En undervisning som har dette ambisiøse målet for elevenes læring, kaller vi for «ambisiøs matematikkundervisning».

I en ambisiøs matematikkundervisning tar læreren utgangspunkt i elevenes tenking og bruker elevenes ideer for å orientere dem mot læringsmålene.

Ambisiøs matematikkundervisning bygger på fire grunnleggende prinsipper (Ghousseini, H., Beasley, H., & Lord, S., 2015).

1. Matematikk som gir mening. Elevene er meningsskapere
2. Deltagelse og likeverdig tilgang
3. Tydelige læringsmål
4. Kunnskap om elevene som lærende

1 Matematikk som gir mening

Små barn er nysgjerrige av natur. De har et ønske om å finne ut av ting og å sette dem inn i en sammenheng (Carpenter & al, 1999). Barn blir tidlig opptatt av mengder og geometriske former, de sorterer og klassifiserer. De bruker erfaringene sine til å løse praktiske problem, som å finne størrelsen på mengder og fordele mengder likt. Fra barna er ganske små lurer de på mange ting, stiller spørsmål og reflekterer over det de erfarer. Dette gjelder også forhold knyttet til matematiske problemstillinger.

I en ambisiøs undervisning posisjonerer læreren elevene som meningsskapere. Det vil si at de gir elevene muligheter til å tenke selv og resonnere, og de tar utgangspunkt i, og bygger på, elevenes tenking. Ambisiøse lærere anerkjenner alle elevers bidrag som viktig for fellesskapet.

Dette eksempelet fra 6. trinn viser hvordan lærer Thomas inviterer alle elevene til å bidra i den matematiske samtalen[1].

> *Klassen til Thomas hadde arbeidet med problemet «Skredder og skjerf». Elevene undersøkte hvor mange skjerf det ville bli av seks meter stoff. Skjerfene skulle ha lik lengde. Under oppsummeringen la Thomas vekt på å løfte fram elevenes tenking og strategier: Noen elever hadde funnet ut at hvis lengden til skjerfene halveres, dobles antallet skjerf. Thomas lyttet til elevenes resonnement og spurte videre om noen hadde noe de ville tilføye. Det ledet til følgende samtale om sammenhengen mellom antall skjerf og lengden på hvert skjerf:*
>
> *Thomas: Er det noen som har noen tanker de vil dele? Vi tar Jakob først.*
>
> *Jakob: En meter ... som tråd ... og så skulle alt være null og hver av dem skal være null. Da går det ikke.*
>
> *Thomas: At hvis du tenker at vi minsker og minsker skjerfet helt til det blir null.*
>
> *Jakob: Ja, da går det ikke noe mer. Da, da blir jo null, det er jo null, det er jo ingenting.*
>
> *Thomas: Syntaks error på kalkulatoren, ja.*
>
> *Erik: Jeg tenker, jeg tok litt, eller vi tok litt sånn det prinsippet med en lengde, en lengde er en lengde, liksom, uansett hvor langt det er. Det har ikke noe å si hvor stort tallet er, hva slags tall det er, for uansett kan det halveres. Det er bare, hvis du er på en meter da, så halverer du det, det du kan halvere i evig tid fordi det er umulig å få helt null, det må, kan uansett halveres til et utrolig lite desimaltall, men kan halveres i evig tid.*

Eksemplet viser at elevene på eget initiativ utvider oppgaven de arbeider med. Jakob tenker på hvordan det blir hvis han deler opp stoffet i mindre og mindre lengder, helt til lengden blir null. Erik reflekterer over innspillet til Jakob og kommer til en annen konklusjon: Uansett hvor liten lengde vi har, kan den alltid deles i to, og kan derfor aldri bli null. Resonnementet til Erik er nært knyttet til omvendt proporsjonalitet og grenseverdier som vil bli et sentralt tema senere i utdanningsløpet.

Lærer Thomas kunne valgt å avslutte oppsummeringen etter at elevene hadde konkludert med at antall skjerf dobles dersom lengden halveres. I stedet valgte han å gi elevene mulighet til å resonnere videre, noe som førte til en utvidelse og generalisering av problemstillingen. På denne måten ble elevene posisjonert som meningsskapere i den matematiske samtalen.

Ambisiøs lærere gir elevene rike muligheter til å tenke selv, og finne framgangsmåter. De legger til rette for matematiske samtaler hvor elevenes ideer og resonnementer utforskes i fellesskap.

---

[1] Eksemplet er hentet fra transkripsjonen til filmen «Skredder og skjerf»: http://matematikksenteret.no/grunnskole/kompetanseutvikling/mam/

2 Deltagelse og likeverdig tilgang

Ambisiøs undervisning tar utgangspunkt i at alle elevene kan lære sentrale matematiske ideer, uansett hvilke ferdigheter eller kompetanse elevene har. Undervisningen må planlegges og gjennomføres slik at alle elevene får anledning til å arbeide med utfordringer i matematikk og får likeverdig tilgang til å lære. Dette kan vi gjøre gjennom valg av aktiviteter og arbeidsmåter.

> *Klasse 5B kommer inn til matematikktime. Læreren presenterer følgende oppgave muntlig:*
>
> *Kalle Kanin skal hoppe opp ei trapp med ti trinn. Han kan bare hoppe ett eller to trinn i hvert hopp. Han hopper aldri ned. På hvor mange ulike måter kan Kalle Kanin komme seg opp trappa?*
>
> *Elevene blir delt i tilfeldige grupper med tre elever i hver gruppe og gruppene går til hver sin vertikale whiteboardtavle som de skal stå og jobbe på. Emma blir stående litt unna gruppa si, og det ser ikke ut som hun har tenkt å delta. De andre to elevene er godt i gang med å diskutere oppgaven, og den ene eleven har begynt å skrive på tavla. Læreren legger merke til at Emma ikke er involvert i gruppas arbeid. Han gir klassen beskjed om at elevene ikke kan skrive egne forslag, men få andre til å skrive det de foreslår. Dette resulterer i at Emma får tusjen og begynner å skrive. I løpet av timen legger læreren merke til at tusjen går på omgang mellom elevene på gruppa til Emma og at Emma kommer med egne forslag til hvordan Kalle kanin kan hoppe i trappa. I oppsummeringen av arbeidet, velger læreren å løfte fram arbeidet til Emma sin gruppe først. Han utfordrer de andre gruppene til å forklare hvordan de kan ha tenkt når de løste oppgaven.*

Grepene som læreren gjør, gir elevene mulighet til å engasjere seg i matematiske aktiviteter. Selv om elevene har ulike utgangspunkt, kan de i samarbeid finne fram til en felles løsning. Det å arbeide på vertikale tavler, gir alle på gruppa lik tilgang til arbeidet med oppgaven (Liljedahl, 2023). I tillegg fører grepet med å la tusjen gå på rundgang, og at de ikke kan skrive opp egne ideer, til at alle elever kan delta i arbeidet.

Å gi likeverdig tilgang til å lære sentrale ideer i matematikk kan komme til uttrykk gjennom valg av oppgaver og arbeidsmåter, bruk av representasjoner, deltagelse i matematiske diskusjoner o.a. (Wæge og Nosrati, 2018).

Ambisiøse lærere ser på elever som nysgjerrige og tenkende individer, har tro på at alle elever kan lære matematikk og er i stand til å engasjere seg i krevende utfordringer.

3 Tydelige læringsmål

Læringsmål som er knyttet både til en gjennomtenkt progresjon og sentrale matematiske ideer gir et godt grunnlag når læreren skal foreta viktige valg i planlegging og gjennomføring av undervisning. Lærere og elever bør være bevisst sentrale spørsmål som: Hvilken matematikk arbeider vi med nå? Hvorfor er det viktig? Hvordan henger det sammen med det vi allerede har lært? Hva kan vi bruke denne matematikken til? (NCTM, 2014).

> *Ingvill er lærer på 9. trinn. Elevene hennes vet hvordan de skal konstruere sirkler, midtnormaler, halveringslinjer og paralleller, men ikke hvorfor konstruksjonene gir det ønskede resultatet, og begrepet geometrisk sted er ukjent for dem. Ingvill setter dette målet for undervisningen: Elevene skal kunne forklare hva som ligger i begrepet geometrisk sted og begrunne hvorfor konstruksjonene de utfører gir det ønskede resultatet.*

Som utgangspunkt for arbeidet gir Ingvill elevene denne oppgaven: To trær står på en flat slette. Hunden Hannibal har gravd ned et bein som ligger dobbelt så langt fra det ene treet som fra det andre. Hvor kan beinet ligge?

Her er det en nær sammenheng mellom målet for undervisningen og oppgaven elevene får. Problemstillingen i oppgaven er ny for dem, og de må derfor undersøke hvordan de kan finne alle punktene som tilfredsstiller kravene til beinets plassering. I utforskingen av problemet må elevene ta i bruk det de vet om sirkler. Slik får de løftet fram den sentrale ideen om geometriske steder. Denne kunnskapen har nær sammenheng med geometriske representasjoner av proporsjonale og omvendt proporsjonale størrelser, parabler, ellipser osv.

Ambisiøse lærere planlegger aktivitetene og gjennomfører dem med tydelige læringsmål i sikte. Læringsmålene er knyttet til sentrale matematiske ideer. Læreren må kjenne det matematiske innholdet godt for å kunne bistå elevene i læringsprosessen.

4 Kunnskap om elevene som lærende

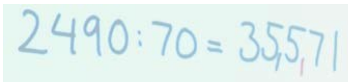
Læreren har den undervisningskunnskapen i matematikk som er nødvendig for å bygge videre på elevenes forkunnskaper. For eksempel hvordan elever utvikler regnestrategier (Svingen, 2016), eller hvilke vanlige misoppfatninger elever kan ha. Å ha kunnskap om eleven som lærende innebærer å kjenne til egne elevers måte å tenke på, deres styrker, vaner og utfordringer. I tillegg handler prinsippet om at læreren har kunnskap om hvordan elevene oppfatter seg selv som lærende i matematikk, hvordan de arbeider best og hva de håper å få til. Spørsmål som lærerne kan reflektere over for å få innsikt i eleven som lærende er: Har eleven tro på seg selv faglig? Tar eleven initiativ i aktiviteter som legger opp til samarbeid? Tør eleven dele sine tanker og resonnement i matematiske samtaler?

En matematisk samtale i klassen kan gi nyttig kunnskap om eleven som lærende. En slik samtale kan for eksempel omhandle estimering av tall og forståelse av posisjonssystemet[2].

Lærer Morten arbeider med en oppgavestreng på 7. trinn. Elevene får først divisjonen

249 : 7 = 35571 og blir bedt om å vurdere hvor kommaet skal stå. Elevene argumenterer for at kommaet må stå mellom de to femmerne, for svaret kan ikke bli 3 eller 355. Neste oppgave i strengen er 2490 : 70 = 35571.

Nå kommer det to forslag: Samme som i sted, at kommaet må stå mellom de to femmerne, og at kommaet må stå mellom 5 og 7.



Morten skriver forslagene på tavla og sier: «Jaha. Vi tar en annen farge på den da, for vi har jo to forslag. Det kan ikke være to desimalkomma i et tall hvert fall. Her har vi to forslag. Er det noen som har lyst til å argumentere for det ene? Eller for det andre? Hva tenker du Marius?»

2 Eksemplet er hentet fra transkripsjonen til filmen «Divisjon med desimaltall»: https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/oppgavestrenger

Den påfølgende samtalen viser at mange av elevene er usikre, og selv om de blir enige om riktig svar, er det tydelig at de ikke har en gyldig begrunnelse for at begge divisjonene har samme kvotient.

Denne samtalen viser at Morten og elevene har skapt et klassemiljø hvor de tør å tenke høyt i klassen og at de ikke er så opptatt av om svaret er riktig eller feil. Morten sin respons på elevenes innspill utfordrer elevene til å tenke videre og signaliserer samtidig at han har tro på at elevene kan finne ut av dette sammen. Morten har i samspill med klassen skapt et miljø der det er trygt å prøve og feile.

I denne samtalen får Morten innblikk i hvordan elevene tenker, hva elevene kan og hva som er utfordrende. Dette gir Morten et godt grunnlag for å planlegge videre undervisning, hvor han kan bygge videre på elevenes forståelse.

Ambisiøse lærere etablerer et positivt klassemiljø ved å behandle elevene med respekt, lytte til ideene deres og verdsette deres faglige bidrag.

Referanser

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L, Empson, S.B. (1999). *Children`s Mathematics, Cognitively Guided Instruction*. Heinemann, Portsmouth, NH.

Ghousseini, H., Beasley, H., & Lord, S. (2015). Investigating the potential of guided practice with an enactment tool for supporting adaptive performance. *Journal of the Learning Sciences, 24*(3), 461-497

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.)(2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Liljedahl, P., (2023). *Å bygge tenkende klasserom i matematikk*. Cappelen Damm Akademisk.

NCTM (2014). *Principles to Action. Ensuring Mathematical Success for All*. www.nctm.org

Svingen, O. E. L., (2016). Barns strategier I arbeid med tall. https://www.matematikksenteret.no/

Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforl.