

Utforsking med kenguruoppgaver

Mange av oppgavene fra Kengurukonkurransen er problemløsningsoppgaver som egner seg til å bruke i den ordinære matematikkundervisningen. Oppgavene dekker fagemnene tall og algebra, geometri og logikk.

Matematisk idé

Som alle problemløsningsoppgaver, bygger også kenguruoppgavene på en matematisk idé. Det vil si den eller de matematiske tema som utfordres og bearbeides i arbeidet med oppgaven. I problemløsningsoppgaver er ideen satt inn i en kontekst. Hensikten er å vekke nysgjerrighet og gjøre oppgaven interessant å arbeide med. Et eksempel er den klassiske håndtrykk-oppgaven som går ut på å finne antall håndtrykk mellom personer dersom alle hilser på hverandre i en gruppe. I en slik kontekst skal hver kombinasjon kun telles en gang, for når en person A har hilst på person B, har også person B hilst på person A. Ideen i oppgaven bygger på kombinatorikk og systematikk.

Mennesker har gjennom flere århundrer blitt fasinert av matematiske problemer. Klassiske problemløsningsoppgaver fra oldtiden, som for eksempel kubens fordobling og vinkelens tredeling, har bidratt til utviklingen av matematikken (abelie.no).

Den som løser en problemløsningsoppgave, trenger ikke nødvendigvis å kjenne til ideen oppgaven bygger på. For en lærer derimot, er kjennskap til den matematikken som ligger bak, et viktig redskap når han blant annet skal velge problemer elevene skal arbeide med. En lærer bør kunne identifisere viktige matematiske ideer og de muligheter en oppgave kan inneholde. Hva slags matematikk handler oppgaven om, og hva kan elevene lære ved å arbeide med oppgaven? Er det tallenes egenskaper, sifrenes plassering i et multiplikasjonstykke, tallmøn-

ster, kombinatorikk, egenskaper til to- eller tredimensjonale figurer eller logiske resonnement matematikken i oppgaven handler om? Når elevene skal arbeide med oppgaven må læreren, slik Valenta (2015) beskriver det, «pakke ut» det faglige innholdet i oppgaven og gjøre det tilgjengelig for elevene.

Jeg betrakter ofte den matematiske ideen som kjernen i en problemløsningsoppgave, og jeg bruker denne som utgangspunkt når jeg utvider en oppgave med nye problemstillinger. En bevissthet om den matematiske ideen kan sørge for at den matematikken elevene skal utfordres på, ikke forsvinner eller forringes i en slik prosess.

Nye ressurser

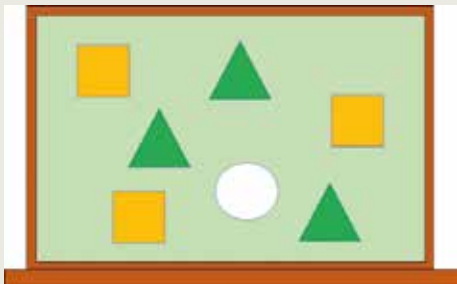
Matematikksenteret har laget ressurser kalt Hopp videre med Kenguru som viser eksempler på hvordan oppgaver fra Kengurukonkurransen kan brukes som en start for videre utforsking. Noen av ressursene har vi oversatt fra dansk Kenguru (Kænguruen.dk). Hver ressurs starter med en kenguruoppgave, der de påfølgende oppgavene er slik at spørsmålet i originalen er utvidet, andre og flere betingelser er trukket inn, eller problemstillingen er snudd om på. Hensikten er at elever kan arbeide og utforske én og samme idé fra ulike innfallsvinkler og med variert vanskegrad. Når elever har jobbet seg inn i en problemstilling, kan en lignende, en mer kompleks eller en noe annerledes spørsmålsformulering, utfordre elevene på et høyere faglig nivå.

Originaloppgaven i Hopp videre med Kenguru har vi merket med oppgavenummer og årstall slik at det er enkelt å finne fasit med korte løsningsforslag i oppgavebanken på våre nettsider. De påfølgende oppgavene er nummerert, og lærer kan velge de oppgavene som er mest egnet for elevene sine. Originaloppgaven har fem svaralternativer, mens de mer utforskende oppgavene er uten svaralternativer.

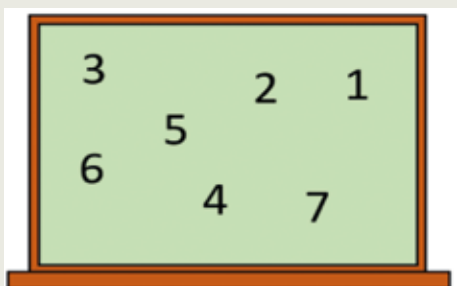
Hopp videre med Kenguru - et eksempel

Her ser vi at ideen i oppgave 17 fra Ecolier 2020 er bearbejdet og utviklet videre. Tavleoppgaven handler om summer av tall mellom 0 og 10. I oppgaven oppgis to ulike summer samt hvor mange tall som skal summeres. Hvert av tallene kan bare brukes én gang. Det er om å gjøre å finne hvilket tall som ikke er med i noen av summene.

1. Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7 på tavla. Deretter dekker læreren til tallene med trekanter, kvadrater og en sirkel. Hvis du legger sammen tallene bak trekantene, får du 6. Hvis du legger sammen tallene bak kvadratene, får du 15. Hvilket tall skjuler seg bak sirkelen?

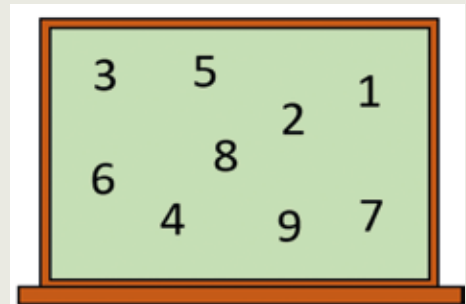
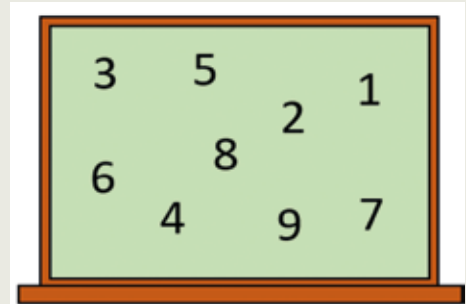
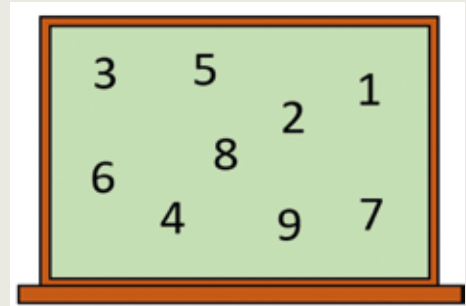


2. Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7 på tavla. Du skal dekke til tallene med trekanter, kvadrater og en sirkel slik at: Hvis du legger sammen tallene bak trekantene, får du 9. Hvis du legger sammen tallene bak kvadratene, får du 18.



3. Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 på tavla. På hver av de tre tavlene skal du dekke tallene med trekanter, kvadrater og sirkler slik at summen av tallene bak

hver av figurene er den samme. Kan du finne flere løsninger?



I oppgave 2 utelates opplysninger om hvor mange tall som er med i hver sum. Oppgaven kan oppleves som mer utfordrende fordi den nå har mer enn én løsning. Både elever og lærer må stille spørsmålene: Hvor mange løsninger finnes, og hvordan vet vi at vi har funnet alle løsningene? Elevene må sammenligne løsninger, argumentere for ulike kombinasjoner av tall som gir en bestemt sum, prøve og feile for å undersøke om de har funnet alle kombinasjoner – gjerne i lys av hvilke kombinasjoner som ikke er mulige.

Dersom elevene starter på oppgave 3 etter å ha jobbet med de to første, vil de være godt

kjent med i problemstillingen. Elever kan her dra nytte av noen erfaringer fra arbeidet med de to første oppgavene. Lærer kan stille spørsmål som løfter fram hvilke erfaringer elevene kan ha bruk for. For eksempel i oppgave 1 har elevene sett at det kun er tre tall som kan gi sum 6, mens i den neste, har de erfart at det er flere kombinasjoner av tall som gir sum 9. I oppgave 3 får elevene enda flere tall å velge mellom, og vil ha flere kombinasjonsmuligheter enn tidligere. Det stiller større krav til at de må jobbe mer systematisk. Må alle tallene dekkes til med figurer eller ikke? Det kan elevene selv være med på å avgjøre.

Sammenlignet med de to første oppgavene er problemstillingen i nummer 3 veldig åpen. Elevene vet ingen summer og må selv finne summer som er aktuelle i denne sammenhen-

gen. De får heller ikke vite hvor mange tall som skal danne den summen de selv bestemmer.

Før elever går i gang med å arbeide med tavleoppgaven, kan de selv skissere de ulike tavlene på et A4-ark, men elevene bør ha tilgang på tallkort og geometriske figurer. Disse hjelpemidlene gjør at det blir enkelt å prøve forskjellige tallkombinasjoner ved å flytte og bytte om på tallkort eller figurer. På denne måten legger lærer til rette for at elevene får konsentrere seg om å utforske problemet og jakte på flere løsninger.

Nye ressurser på *Hopp videre med Kenguru* er tilgjengelig på Matematikksenteret sine nettsider fra midten av februar.

Referanser

Valenta, A. (2015). *Matematikklærerkompetanse*. Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen