Niels Henrik Abels matematikkonkurranse
Første runde 2021–2022

11. november 2021 (bokmål)

Ikke bla om før du får beskjed om det!

Abelkonkurransens første runde består av 20 flervalgsoppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Bare ett av de fem svaralternativene er riktig. Svarene skrives i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for riktig svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for galt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100. Blank besvarelse gir 20 poeng.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper (inklusive passer og linjal, men ikke gradskive) er tillatt.

Når du får beskjed, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn	Fødselsdato
	Kjønn K ☐ M ☐
Skole	Klasse
☐ Sett kryss om du godtar at vi setter navnet ditt på resultatlisten. (Gjelder kun de beste resultatene, ca. topp 33%.)	

Svar

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot\, 5 =$ ☐

Ubesvarte: $+$ ☐

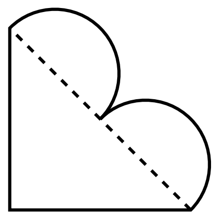
Poengsum: $=$ ☐

Oppgave 1

Szymon er på en restaurant og skal spise to ulike retter, den ene som forrett, og den andre som hovedrett. Restauranten tilbyr 13 ulike retter, som alle kan bestilles både som forrett og hovedrett. Hvor mange ulike måltider kan Szymon bestille?

A 66 B 78 C 132 D 169 E 156

Oppgave 2

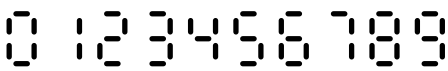


Et hjerte med areal 1 består av en rettvinklet, likebent trekant og to like store halvsirkler arrangert som i figuren. Hva er radien til de to halvsirklene?

A $\dfrac{1}{4+\pi}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{4+\pi}}$ C $\dfrac{1}{2+\pi}$
D $\dfrac{1}{\sqrt{2+\pi}}$ E $4+\pi$

Oppgave 3

Hva er summen av tallene som kan skrives med nøyaktig seks streker ved hjelp av «klokkesifrene» (gitt under)? For eksempel krever tallet 1 to streker, og 12 krever $2+5=7$ streker.



A 15 B 29 C 147 D 258 E 369

Oppgave 4

Tre epler, fire bananer og to pærer koster 63 kroner, mens tre pærer, fem epler og seks bananer koster 97 kroner. Hvor mange epler får man kjøpt for 120 kroner?

A 15 B 20 C 24 D 30 E 40

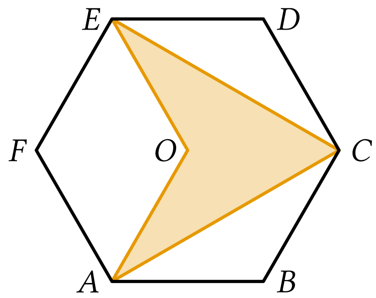
Oppgave 5

Du kaster en vanlig terning tre ganger. Hva er sannsynligheten for at produktet av resultatene (antall øyne opp i hvert kast) er et partall?

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{2}{3}$ D $\frac{5}{6}$ E $\frac{7}{8}$

Oppgave 6

Den regulære sekskanten $ABCDEF$ har areal 1 og sentrum i O. Hva er arealet av firkanten $ACEO$?



A $\dfrac{1}{3}$ **B** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ **C** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ **D** $\sqrt{2}$
E Ingen av disse

Oppgave 7

Hvilket tall er størst?

A $2\sqrt[3]{10}$ **B** $\sqrt{17}$ **C** $9^{2/3}$ **D** 4 **E** π

Oppgave 8

Dersom du skriver ned alle heltallene fra og med 1 til og med 9999, men hopper over alle tall som inneholder sifferet 4, må du skrive sifferet 1 i alt k ganger. Da er siste sifferet i k lik

A 0 **B** 2 **C** 4 **D** 6 **E** 8

Oppgave 9

Beregn
$$\cfrac{1}{2020}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2019}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2018}+\cfrac{1}{\ddots+\cfrac{1}{\cfrac{1}{3}+\cfrac{1}{\frac{1}{2}+1}}}}}$$

A $\dfrac{2018}{2020}$ **B** $\dfrac{2019}{2020}$ **C** $\dfrac{2020}{2020}$ **D** $\dfrac{2021}{2020}$ **E** $\dfrac{2022}{2020}$

Oppgave 10

To reelle tall x og y er slik at $xy \neq 0$ og $x < y$. Hvilken av følgende påstander er da helt sikkert sann?

A $x + 0{,}1 \leq y$ **B** $\dfrac{1}{x^3} < \dfrac{1}{y^3}$ **C** $x^2 < y^2$ **D** $x^3 < y^3$ **E** $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{y}$

Oppgave 11

Du har uendelig mange linjer $\dots, \ell_{-2}, \ell_{-1}, \ell_0, \ell_1, \ell_2, \dots$ i planet. Ligningen til linje ℓ_n er gitt ved

$$n^4 y + \frac{x}{n^2 + 1} + n = 0.$$

Hvor mange av disse linjene skjærer alle de andre linjene?

A 0 B 1 C 2 D 4 E Uendelig mange

Oppgave 12

Marthe leser bok på vei til jobb, på vei hjem fra jobb og når hun legger seg. Boken er veldig spennende, så hun vil lese de 50 sidene som gjenstår i løpet av dagen. På hvor mange ulike måter kan hun lese ferdig boken dersom hun leser et heltallig antall sider, og minst en side, i hver leseøkt?

A 147 B 503 C 1176 D 1225 E 19600

Oppgave 13

Produktet av tre positive heltall er 36. Hva er minste mulige verdi for summen av de tre tallene?

A Mindre enn 11 B 11 C 12 D 13 E Større enn 13

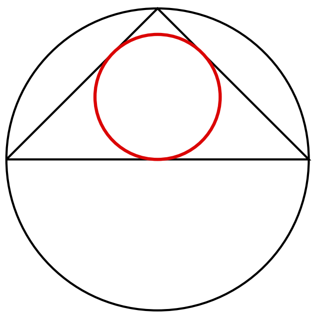
Oppgave 14

Hva er det siste sifferet i 2^{2021}?

A 0 B 2 C 4 D 6 E 8

Oppgave 15

En likebent og rettvinklet trekant er innskrevet i en sirkel med radius 1. En mindre sirkel er innskrevet i trekanten. Hva er radien til den minste sirkelen?



A $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ B $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\sqrt{2}-1$
E Ikke entydig bestemt

Oppgave 16

Johannes og Pål leker med en terning: Hver runde slår de terningen. Dersom terningen viser 3 eller 6 får Pål ett poeng, ellers får Johannes ett poeng. Førstemann som har to poeng mer enn den andre vinner leken. Hva er sannsynligheten for at Johannes vinner leken?

A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{3}{5}$ **C** $\frac{4}{5}$ **D** $\frac{4}{9}$ **E** $\frac{8}{9}$

Oppgave 17

De reelle tallene x, y og z er slik at $x + y + z = 4$, $xy + yz + xz = -9$ og $xyz = -12$. Hva er

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^3 + y^3 + z^3}\ ?$$

A $\frac{1}{4}$ **B** 2021 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** 3 **E** $-\frac{7}{8}$

Oppgave 18

Sofia er veldig glad i terningspill, og har samlet sine 50 terninger i en rekke slik at terning nummer $6n + m$ viser m øyne:

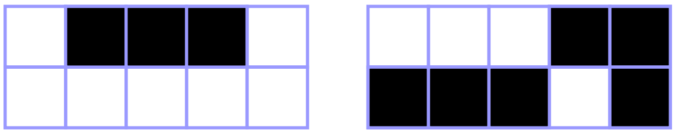
⚀ ⚁ ⚂ ⚃ ⚄ ⚅ ⚀ ⚁ ⚂ ⚃ ⚄ ⚅ … … ⚀ ⚁ ⚂ ⚃ ⚄ ⚅ ⚀ ⚁

Hun lar deg fjerne tre terninger som ligger inntil hverandre. Så tetter du hullet i terningrekken ved å skyve terningene sammen. Dette gjentar du til det bare er to terninger igjen. Til slutt noterer du tallene de viser, venstre terning først. Hvor mange ulike ordnede par av tall kan du ende opp med? Ordnede par betyr at 6 2 er forskjellig fra 2 6.

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** Flere enn 4

Oppgave 19

På et 2×5 rutenett skal vi fargelegge hver rute enten svart eller hvit. Hvor mange fargelegginger fins det slik at de hvite og svarte rutene danner hver sine sammenhengende regioner? Vi teller også med tilfellene der alle rutene er svarte eller alle er hvite.



(I en sammenhengende region kan en bevege seg mellom vilkårlige ruter med kun vertikale og horisontale skritt innenfor regionen. I figuren til venstre danner både de svarte og de hvite rutene sammenhengende regioner, men i figuren til høyre gjør hverken de hvite eller de svarte det.)

A 36 **B** 45 **C** 50 **D** 92 **E** 100

Oppgave 20

La $A = (-17, 45)$, $B = (10, 11)$ og $C = (79, 57)$. Hva er koordinatene til punktet som er speilbildet til A om linjen BC?

A $(106, 23)$ **B** $(29, -24)$ **C** $(30, -25)$ **D** $(31, -27)$ **E** $(31, 27)$