Niels Henrik Abels matematikkonkurranse
Første runde 2021–2022

11. november 2021 (nynorsk)

Ikkje bla om før du får beskjed om det!

I den første runden av Abelkonkurransen er det 20 fleirvalsoppgåver som skal løysast på 100 minutt. Berre eitt av dei fem svaralternativa er rett. Skriv svara i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for rett svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for gale svar. Det gir ein poengsum mellom 0 og 100. Dersom alle svara er blanke, får du 20 poeng.

Ingen andre hjelpemiddel enn kladdepapir og skrivereiskapar (inklusive passar og linjal, men ikkje gradskive) er tillatne.

Når du får beskjed, kan du bla om og ta til med oppgåvene.

Fyll ut med blokkbokstavar

Namn	Fødselsdato
	Kjønn K ☐ M ☐
Skule	Klasse
☐ Set kryss om du tillét at vi set namnet ditt på resultatlista. (Gjeld berre dei beste resultata, ca. topp 33%.)	

Svar

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

For læraren

Rette:	☐ $\cdot 5 =$	☐
Blanke:	$+$	☐
Poengsum:	$=$	☐

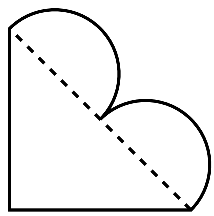
Oppgåve 1

Szymon er på ein restaurant og skal ete to ulike retter, den eine som forrett, og den andre som hovudrett. Restauranten tilbyr 13 ulike retter, som alle kan bli bestilt både som forrett og hovudrett. Kor mange ulike måltid kan Szymon bestille?

A 66 B 78 C 132 D 169 E 156

Oppgåve 2

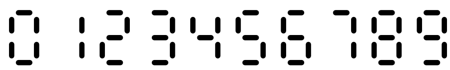
Eit hjarte med areal 1 består av ein rettvinkla, likebeint trekant og to like store halvsirklar arrangert som i figuren. Kva er radien til dei to halvsirklane?



A $\dfrac{1}{4+\pi}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{4+\pi}}$ C $\dfrac{1}{2+\pi}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{2+\pi}}$ E $4+\pi$

Oppgåve 3

Kva er summen av tala som ein kan skrive med nøyaktig seks strekar ved hjelp av «klokkesiffera» (gitt under)? Til dømes krev talet 1 to strekar, og 12 krev $2+5=7$ strekar.



A 15 B 29 C 147 D 258 E 369

Oppgåve 4

Tre eple, fire bananar og to pærer kostar 63 kroner, medan tre pærer, fem eple og seks bananar kostar 97 kroner. Kor mange eple får ein kjøpt for 120 kroner?

A 15 B 20 C 24 D 30 E 40

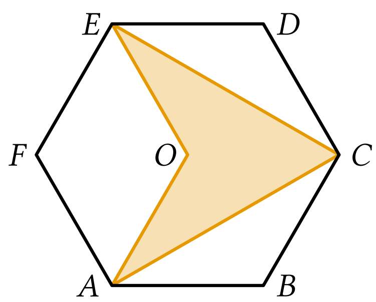
Oppgåve 5

Du kastar ein vanleg terning tre gonger. Kva er sannsynet for at produktet av resultata (talet på auge opp i kvart kast) er eit partal?

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{3}{4}$ C $\dfrac{2}{3}$ D $\dfrac{5}{6}$ E $\dfrac{7}{8}$

Oppgåve 6

Den regulære sekskanten $ABCDEF$ har areal 1 og sentrum i O. Kva er arealet av firkanten $ACEO$?



A $\frac{1}{3}$ B $\frac{\sqrt{2}}{6}$ C $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D $\sqrt{2}$
E Ingen av desse

Oppgåve 7

Kva for eit tal er størst?

A $2\sqrt[3]{10}$ B $\sqrt{17}$ C $9^{2/3}$ D 4 E π

Oppgåve 8

Dersom du skriv ned alle heiltala frå og med 1 til og med 9999, men hoppar over alle tal som inneheld sifferet 4, må du skrive sifferet 1 i alt k gonger. Da er siste sifferet i k lik

A 0 B 2 C 4 D 6 E 8

Oppgåve 9

Rekn ut

$$\frac{1}{2020}+\cfrac{1}{\frac{1}{2019}+\cfrac{1}{\frac{1}{2018}+\cfrac{1}{\ddots+\cfrac{1}{\frac{1}{3}+\cfrac{1}{\frac{1}{2}+1}}}}}$$

A $\frac{2018}{2020}$ B $\frac{2019}{2020}$ C $\frac{2020}{2020}$ D $\frac{2021}{2020}$ E $\frac{2022}{2020}$

Oppgåve 10

To reelle tal x og y er slik at $xy \neq 0$ og $x < y$. Kva for ein av påstandane under er da heilt sikkert sann?

A $x + 0{,}1 \leq y$ B $\frac{1}{x^3} < \frac{1}{y^3}$ C $x^2 < y^2$ D $x^3 < y^3$ E $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

Oppgåve 11

Du har uendeleg mange linjer $\dots, \ell_{-2}, \ell_{-1}, \ell_0, \ell_1, \ell_2, \dots$ i planet. Likninga til linje ℓ_n er gitt ved

$$n^4 y + \frac{x}{n^2+1} + n = 0.$$

Kor mange av desse linjene skjer alle dei andre linjene?

A 0 B 1 C 2 D 4 E Uendeleg mange

Oppgåve 12

Marthe les bok på veg til jobb, på veg heim frå jobb og når ho legg seg. Boka er veldig spennande, så ho vil lese dei 50 sidene som står att i løpet av dagen. På kor mange ulike måtar kan ho lese ferdig boka dersom ho les eit heiltalig tal sider, og minst ei side, i kvar leseøkt?

A 147 B 503 C 1176 D 1225 E 19600

Oppgåve 13

Produktet av tre positive heiltal er 36. Kva er minste mogelege verdi for summen av dei tre tala?

A Mindre enn 11 B 11 C 12 D 13 E Større enn 13

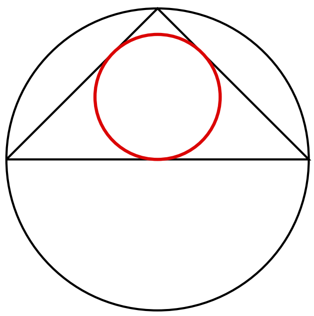
Oppgåve 14

Kva er det siste sifferet i 2^{2021}?

A 0 B 2 C 4 D 6 E 8

Oppgåve 15

Ein likebeint og rettvinkla trekant er innskriven i ein sirkel med radius 1. Ein mindre sirkel er innskriven i trekanten. Kva er radien til den minste sirkelen?



A $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ B $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\sqrt{2}-1$
E Ikkje eintydig bestemt

Oppgåve 16

Johannes og Pål leikar med ein terning: Kvar runde slår dei terningen. Dersom terningen viser 3 eller 6 får Pål eitt poeng, ellers får Johannes eitt poeng. Førstemann som har to poeng meir enn den andre vinn leiken. Kva er sannsynet for at Johannes vinn leiken?

A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{3}{5}$ **C** $\frac{4}{5}$ **D** $\frac{4}{9}$ **E** $\frac{8}{9}$

Oppgåve 17

Dei reelle tala x, y og z er slik at $x+y+z=4$, $xy+yz+xz=-9$ og $xyz=-12$. Kva er

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{x^3+y^3+z^3}\,?$$

A $\frac{1}{4}$ **B** 2021 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** 3 **E** $-\frac{7}{8}$

Oppgåve 18

Sofia er veldig glad i terningspel, og har samla sine 50 terningar i ei rekke slik at terning nummer $6n+m$ viser m auge:

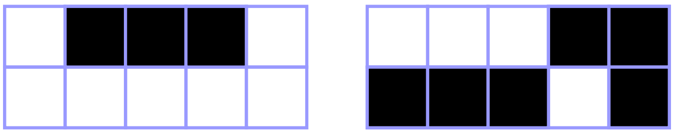
⚀⚁⚂⚃⚄⚅⚀⚁⚂⚃⚄⚅ … … ⚀⚁⚂⚃⚄⚅⚀⚁

Ho let deg fjerne tre terningar som ligg inntil kvarandre. Så tettar du holet i terningrekka ved å skyve terningane saman. Dette gjentar du til det berre er to terningar att. Til slutt noterer du tala dei viser, venstre terning først. Kor mange ulike ordna par av tal kan du ende opp med? Ordna par betyr at 6 2 er forskjellig frå 2 6.

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** Fleire enn 4

Oppgåve 19

På eit 2×5 rutenett skal vi fargeleggje kvar rute enten svart eller kvit. Kor mange fargeleggingar finst det slik at dei kvite og svarte rutene dannar kvar sine samanhengande regionar? Vi tel òg med tilfella der alle rutene er svarte eller alle er kvite.



(I ein samanhengande region kan ein bevege seg mellom vilkårlege ruter med berre vertikale og horisontale skritt innanfor regionen. I figuren til venstre dannar både dei svarte og dei kvite rutene samanhengande regionar, men i figuren til høgre gjer korkje dei kvite eller dei svarte det.)

A 36 B 45 C 50 D 92 E 100

Oppgåve 20

La $A = (-17, 45)$, $B = (10, 11)$ og $C = (79, 57)$. Kva er koordinatane til punktet som er spegelbiletet til A om linja BC?

A $(106, 23)$ B $(29, -24)$ C $(30, -25)$ D $(31, -27)$ E $(31, 27)$