Abel-konkurransen 2000–2001
Andre runde

Oppgave 1

På en fest spiste 25 personer minst én pølse, 16 spiste minst én hamburger, 9 spiste minst én av hver, og 5 spiste ingen av delene. Hvor mange var på festen?

Oppgave 2

To kvadrater har positive heltallige sidelengder. Differansen mellom arealene er 121. Hva er sidelengden i det største kvadratet?

Oppgave 3

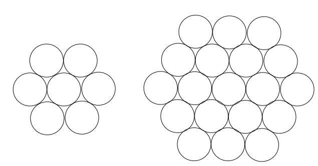
Hvis $f(x) = x^2 - 7x + k$ og $f(k) = -9$, hva er da $f(-1)$?

Oppgave 4

Summen av de n første tallene i en tallfølge er $n(n+1)(n+2)$. Hva er det 10. tallet i følgen?

Oppgave 5

Figurene viser sekskanter satt sammen av like store mynter. Den minste har to mynter på hver sidekant, og den største har tre på hver sidekant. Hvor mange mynter trengs for å lage en tilsvarende sekskant med 18 mynter på hver sidekant?

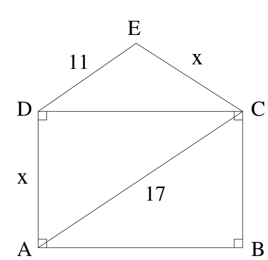


Oppgave 6

Hva er det minste positive heltall x slik at summen $x + 2x + 3x + \cdots + 99x$ er et kvadrattall?

Oppgave 7

Figuren viser en femkant $ABCED$ der $ABCD$ utgjør et rektangel, siden DE er parallell med diagonalen AC, og $AD = EC = x$. Dersom $DE = 11$ og $AC = 17$, hva er da x^2?



Oppgave 8

14 fotballag skal delta i en turnering der hvert lag skal møte hvert av de andre nøyaktig en gang. Man får 2 poeng for seier, 1 for uavgjort og 0 for tap. Ved turneringens slutt rykker de tre lagene med lavest poengsum ned en divisjon. Ved lik poengsum avgjør målforskjellen. Før turneringen starter sier en av laglederne: "Dersom vi får n poeng i turneringen, er vi sikre på å ikke rykke ned." Hva er det minste positive heltall n som gjør dette utsagnet sant?

Oppgave 9

Anta at x og y er reelle tall som tilfredsstiller likningssystemet

$$\begin{aligned} x^2 - 3xy + 2y^2 + x - y &= 0 \\ x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 7y &= 0. \end{aligned}$$

Hva er da største mulige verdi for $x + y$?

Oppgave 10

Figuren viser et trapes som er inndelt i 4 trekanter. Dersom målene er som på figuren, og arealene av de fire trekantene er henholdsvis A_1, A_2, A_3 og A_4, hva er da produktet $A_1 A_2 A_3 A_4$?