

Abel-konkurransen 2001–2002

Andre runde

Oppgave 1

Beregn produktet

$$(\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7})(-\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7}).$$

Oppgave 2

Hvis 3 forskjellige positive tosifrede heltall alle er delelige med m , hva er da største mulige verdi for m ?

Oppgave 3

Før en bowlingturnering er de fem deltakerne rangert fra nr. 1 til nr. 5. Først spiller nr. 5 mot nr. 4. Taperen får femteplass i turneringen, mens vinneren spiller mot nr. 3. Taperen i dette spillet får fjerdeplass i turneringen, mens vinneren spiller mot nr. 2. Taperen her får tredjeplass, mens vinneren spiller mot nr. 1 om de to øverste plassene. Hvor mange forskjellige sluttstillinger (resultatlister) kan vi få i denne turneringen?

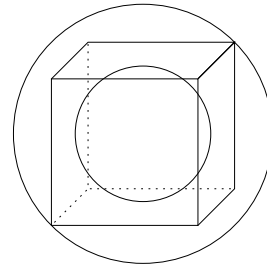
Oppgave 4

La $x_1 = 73$, og $x_n = \frac{n}{x_{n-1}}$ for $n > 1$. Hva er da produktet $x_1 x_2 x_3 \dots x_8$?

Oppgave 5

Figuren viser en terning som er innskrevet i en kule med radius R (det vil si at alle de 8 hjørnene berører kuleflaten). Terningen har dessuten en kule med radius r innskrevet i seg (denne kulen tangerer altså alle de 6 sideflatene til terningen.)

Hvis $x = \frac{R}{r}$, hva er da $120x^2$?



Oppgave 6

En rulletrapp beveger seg oppover med konstant fart. En person gikk oppover rulletrappen og tok ett trinn per sekund. Han brukte 20 sekunder fra bunnen av trappen til toppen. Neste gang tok han to trinn per sekund og brukte da 16 sekunder på å nå toppen. Hvis rulletrappen hadde stått stille, hvor mange sekunder ville han brukt på hele trappen dersom han tok ett trinn per sekund?

Oppgave 7

I en trekant ABC er $AB = 3$, $BC = 4$ og $AC = 5$. Punktet D ligger på BC slik at AD halverer $\angle A$. Hvis x er lengden av BD , hva er da $60x^2$?

Oppgave 8

På hvor mange måter kan tallet 10 skrives som en sum av 1-tall og 2-tall når vi skiller mellom ulike rekkefølger? (Noen eksempler på forskjellige slike summer er $2+2+2+1+2+1$, $2+2+1+2+2+1$ og $2+2+2+2+2$.)

Oppgave 9

Hva er det minste primtall p slik at $p^2 - 1$ er delelig med 17?

Oppgave 10

I et parallellogram er sidelengdene lik $\sqrt{13}$ og $\sqrt{74}$, og lengden av den korteste diagonalen er $\sqrt{85}$. Hva er da *kvadratet* av arealet av parallellogrammet?