Abel-konkurransen 2003–2004
Første runde

Oppgave 1

Pultene i et klasserom står i ordnede rader og rekker, og danner et fullstendig rektangel. Per sitter på 3. rad forfra og 4. rad bakfra. Han legger merke til at han dessuten sitter i 3. rekke fra venstre og i 5. rekke fra høyre. Antall pulter i klasserommet er da lik

A) 15 B) 42 C) 48 D) 49 E) 56

Oppgave 2

Det største av tallene 3π, $3\sqrt{10}$, $\frac{28}{3}$, $\sqrt{95}$ og 3^2 er

A) 3π B) $3\sqrt{10}$ C) $\dfrac{28}{3}$ D) $\sqrt{95}$ E) 3^2

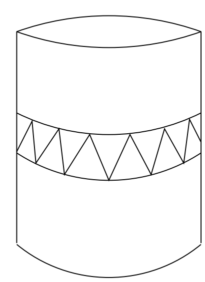
Oppgave 3

Hvis $a = 3 + \frac{1}{3}$ og $b = a + \frac{1}{a}$, så er b lik

A) $\dfrac{10}{3}$ B) $\dfrac{36}{10}$ C) $\dfrac{109}{30}$ D) $\dfrac{11}{3}$ E) Ingen av disse

Oppgave 4

Margrethe har dekorert en sylindrisk leirkrukke med et mønster som består av likesidete trekanter med 5 cm lange sider. Mønsteret ligger innenfor et belte som er parallelt med sylinderens endeflater (se figur). Hvis omkretsen av leirkrukken er 1 meter, så er antall likesidete trekanter i mønsteret lik



A) 39 B) 40 C) 59 D) 60 E) 80

Oppgave 5

Gjennomsnittet av a og b er 20, mens gjennomsnittet av b og 15 er $\frac{c}{2}$. Gjennomsnittet av a og c er da

A) $17,5$ B) 20 C) $22,5$ D) 25 E) $27,5$

Oppgave 6

La x være det minste heltall større enn 1 som ikke er et primtall, og som ikke har noen primtallsfaktorer mindre enn 10. Da er summen av sifrene i x lik

A) 4 B) 8 C) 9 D) 18 E) Ingen av disse

Oppgave 7

I tallfølgen $a_1, a_2, a_3, \ldots$ er $a_1 = 1$, og når $n \geq 2$, gjelder formelen $a_n = n + a_{n-1}$. Da er a_{19} lik

A) 189 B) 190 C) 195 D) 196 E) 200

Oppgave 8

Matias spiller et dataspill der han i hver runde får 4 poeng hvis han vinner, og mister 6 poeng hvis han taper. (Hver runde ender med enten vinst eller tap for Matias.) Han starter på 100 poeng, og etter 20 runder har han 130 poeng. Antall ganger Matias har tapt, er da

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

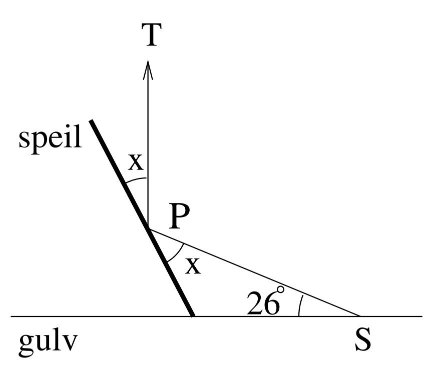
Oppgave 9

Anette, Berit og Cecilie er på sopptur i skogen. Anette finner 70 sopp færre enn Berit og Cecilie finner til sammen. Berit finner 52 sopp færre enn Anette og Cecilie til sammen, og Cecilie finner 28 sopp færre enn de to andre finner sammenlagt. Antall sopp de tre finner til sammen er da

A) 120 B) 128 C) 144 D) 150 E) Ingen av disse

Oppgave 10

På et vannrett gulv står et speil på skrå som vist på figuren. Dersom en stråle sendes fra punktet S med en vinkel på 26° i forhold til gulvet, vil strålen reflekteres i punktet P og sendes videre i vertikal retning, PT. Fra fysikken vet vi at vinkelen x mellom den innfallende strålen og speilet er lik vinkelen mellom den reflekterte strålen og speilet. Da må x være lik



A) 26° B) 32° C) 37° D) 38°
E) 42°

Oppgave 11

I en selskapslek skulle man gjette hvor mange tennisballer det var i en sekk. Siri gjettet 23, Bjørg 28, Nina 31, Johan 36, Anders 37 og Erik 44. Det viste seg at ingen av dem gjettet riktig. Blant annet var en av gjetningene 5 fra det riktige antallet, mens en annen var 8 fra. Det siste sifferet i det riktige antallet er da

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

Oppgave 12

La $ABCDEFGH$ være en regulær åttekant. (Alle sidelengder og vinkler er like store.) Da er vinkelen $\angle HBC$ lik

A) 105° B) 108° C) 110° D) 112° E) $112,5^\circ$

Oppgave 13

Antall to-sifrede tall (10-99) hvor produktet av de to sifrene er større enn summen av sifrene, er

A) 55 B) 56 C) 60 D) 63 E) 64

Oppgave 14

I en likebeint trekant har de to like sidene lengde 2, mens den tredje siden har lengde x. Den verdien av x som gjør at trekantens areal blir størst mulig, er

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $2,4$ E) 3

Oppgave 15

En dag var Laila på handletur. Da hun kom hjem, tømte hun jakkelommen for mynter. Hun talte opp at hun hadde 36 kroner, og det var bare femtiøringer, kronestykker og femmere. Hvis Laila totalt hadde 19 mynter i lommen, så var antall kronestykker lik

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

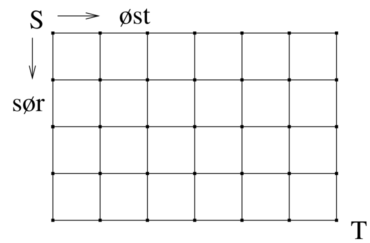
Oppgave 16

Gitt et kvadrat med sidelengde 2. Hvert av de fire hjørnene til kvadratet er sentrum for en sirkel med radius 1. La S være den største sirkelen som tangerer alle de fire sirklene, og la T være den minste sirkelen som tangerer alle de fire sirklene. Differansen mellom arealet av S og arealet av T er da

A) 6π B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}\pi$ D) $6\sqrt{2}(\pi - 1)$ E) $(6\sqrt{2} - 3)\pi$

Oppgave 17

Figuren til høyre forestiller et gatenett mellom S og T i en by. Det er kun lov å gå i østlig eller sørlig retning når man skal bevege seg fra S til T. Antall ulike veier man kan velge for å komme fra S til T er



A) 196 B) 200 C) 204 D) 210
E) 216

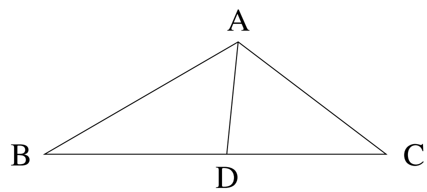
Oppgave 18

Siste siffer i tallet 3^{100} er lik

A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 9

Oppgave 19

På figuren til høyre er $\angle CAD = \angle DAB = 60°$, $AC = 3$, og $AB = 4$. Lengden av AD er da



A) $1,7$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{7}{4}$
E) Umulig å avgjøre

Oppgave 20

La u være en løsning av likningen $x^6 - 2 = 0$. Verdien av $(u-1)(u^{12}+u^{13}+\ldots+u^{41})$ er da lik

A) 124 B) 144 C) 192 D) 212 E) 252