ABEL PRISEN

Abel-konkurransen 2004–2005
Første runde

Oppgave 1

Brøken $\frac{0{,}032}{0{,}8}$ er lik

A) $0,0004$ B) $0,004$ C) $0,04$ D) $0,4$ E) 4

Oppgave 2

$1 - 3 + 5 - \cdots - 99 + 101$ er lik

A) 49 B) 51 C) 97 D) 101 E) 149

Oppgave 3

Finn roter rett som det er når han skal bruke kalkulatoren. En gang han skulle multiplisere et positivt tall med 3 for deretter å ta kvadratroten av svaret, dividerte han i stedet med 3, og deretter kvadrerte han svaret. Finn fikk 16 som svar, men skulle fått

A) 6 B) 12 C) 16 D) 18 E) 36

Oppgave 4

Hvis $\frac{1}{x} - \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$, så er x lik

A) $a+b$ B) $\dfrac{b-a}{ab}$ C) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ D) $\dfrac{ab}{a+b}$ E) $a-b$

Oppgave 5

Hvis $4^{20} + 4^{20} = 2^x$, så er x lik

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 80

Oppgave 6

Arealet av en innsjø er 200 cm^2 på et kart med målestokken 1:10000. På et kart med målestokken 1:25000 vil arealet i cm^2 av den samme innsjøen være

A) 32 B) 80 C) 125 D) 500 E) 1250

Oppgave 7

P er et punkt inne i et kvadrat $ABCD$ med sidelengde 1, der $\angle APB = 75°$. Summen av arealene til trekantene ABP og CDP er da

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$ D) $4-2\sqrt{3}$ E) Umulig å avgjøre

Oppgave 8

Antall sifre i tallet $4^8 \cdot 5^{17}$ er lik

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Oppgave 9

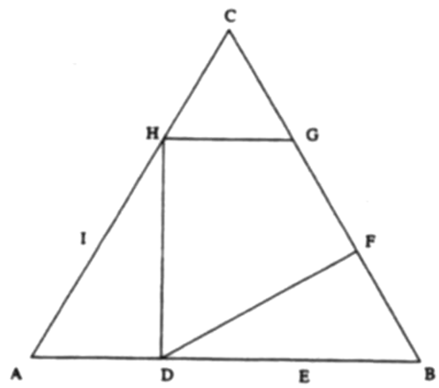
To lys med samme lengde brenner ned med ulik, men konstant, fart. Det ene brennes ned på 5 timer, mens det andre brennes ned på 3 timer. De to lysene tennes samtidig. Etter hvor mange minutter vil det ene lyset være 3 ganger så høyt som det andre?

A) 60 B) 75 C) 120 D) 150 E) 180

Oppgave 10

Punktene D, E, F, G, H og I deler sidene i den likesidete trekanten ABC i tre like deler. Forholdet mellom arealet av firkanten $DFGH$ og trekanten ABC er da

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{9}$



Oppgave 11

Vi har gitt 4 heltall. Tar vi summen av tre av dem, får vi henholdsvis 180, 197, 208 og 222. Det største tallet er

A) 77 B) 83 C) 89 D) 95 E) 98

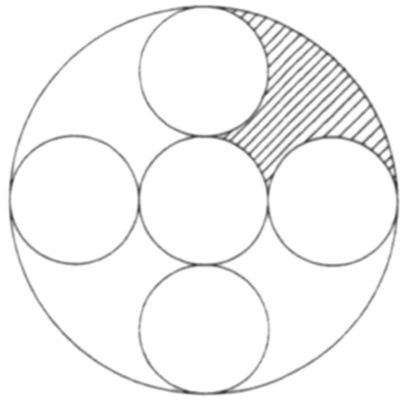
Oppgave 12

$\sqrt{2000^{2000}}$ er et tall som ender på mange nuller. Det siste sifferet i dette tallet som ikke er null, er

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) Et oddetall

Oppgave 13

Figuren viser 6 tangerende sirkler. De 5 småsirklene har samme radius, og den store tangerer 4 av de 5 småsirklene. Hvis den store sirkelen har radius 3, så er arealet av det skraverte området lik



A) 3 B) π C) $\frac{4}{3}\pi$ D) $\frac{9}{8}\pi$
E) Ingen av disse

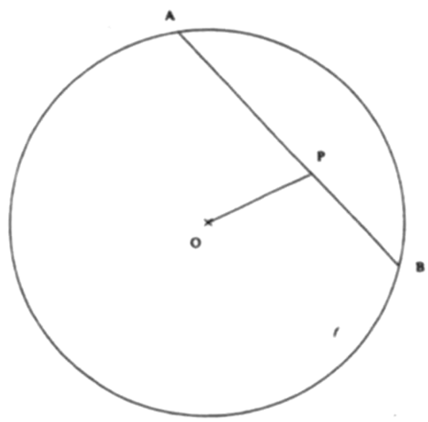
Oppgave 14

En iskremselger lager 20 kg iskrem som han en dag selger ut som små og store is. En liten is koster 12 kr og har to iskremkuler, mens en stor is selges for 16 kr og da med tre kuler. Hver kg is gir i alt 12 kuler. På slutten av dagen har han solgt for 1376 kroner. Antall solgte store is er da

A) 17 B) 24 C) 32 D) 43 E) 50

Oppgave 15

I en sirkel med diameter 110 cm er det tegnet inn en korde AB på 90 cm. Punkt P deler korden i to deler, der den korteste delen er 30 cm. Lengden av linjestykket OP, der O er sentrum i sirkelen, er da i cm lik



A) 32 B) 35 C) 36 D) $\frac{100}{3}$
E) $10\sqrt{10}$

Oppgave 16

La a og b være to positive reelle tall med $a \geq b$ og sett

$$x = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} + \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}.$$

Da er x lik

A) $\sqrt{2a+2b}$ B) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ C) $a\sqrt{b}+b\sqrt{a}$ D) $2\sqrt{a}$ E) $2\sqrt{b}$

Oppgave 17

I et selskap hilser hver gjest akkurat én gang på hver av de andre gjestene med et håndtrykk. Det er 36 håndtrykk mellom to damer og 28 mellom to menn. Antall håndtrykk mellom en dame og en mann er

A) 17 B) 72 C) 36 D) 136 E) Umulig å avgjøre

Oppgave 18

I et koordinatsystem har vi gitt et punkt $A(14, 0)$. Et punkt C ligger på linja $x = 28$ og et annet punkt B ligger på linja $y = x$. Dersom $\triangle ABC$ har minimal omkrets, vil førstekoordinaten til B være

A) 10 B) $10,5$ C) 11 D) $11,25$ E) $11,5$

Oppgave 19

Antall positive hele tall n slik at $2n + 1$ går opp i $8n + 169$ er

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Oppgave 20

25 riddere sitter rundt det runde bord. Ved loddtrekning velges tre av ridderne til å uskadeliggjøre en plagsom drage. Sannsynligheten for at minst to av disse tre sitter ved siden av hverandre ved bordet er da

A) $1/4$ B) $2/9$ C) $6/25$ D) $11/46$ E) $13/51$