



ABEL
PRISEN

Abel-konkurransen 2004 – 2005

Andre runde

Oppgave 1

Gjennomsnittet av 20 tall er 20. Gjennomsnittet av de 9 første er 9. Hva er gjennomsnittet av de 11 siste tallene?

Oppgave 2

I et mørkt rom er det 20 svarte, 30 grønne, 40 hvite og 50 brune sokker. Hvor mange sokker må du minst ta for å være sikker på å få minst 5 par? (Et par består av to sokker av samme farge.)

Oppgave 3

I en sirkel med radius 13 ligger et punkt P med avstand 12 til sentrum. Hvor mange korder gjennom P har heltallig lengde? (En korde er et linjestykke som forbinder to punkter på sirkelbuen.)

Oppgave 4

En rektangulær kasse har sideflater med arealer 84 cm^2 , 70 cm^2 og 30 cm^2 . Hva er da volumet av kassa (i cm^3)?

Oppgave 5

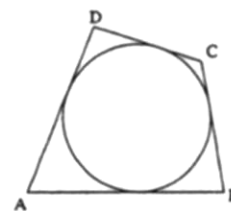
Hvor mange ordnede tallpar (x, y) , der x og y er positive heltall, oppfyller følgende ligning?

$$x^2 + 2xy - 498x + y^2 - 498y = 1000$$

(At tallparene er ordnet betyr at vi regner (a, b) og (b, a) som forskjellige hvis $a \neq b$.)

Oppgave 6

Figuren viser en firkant $ABCD$ som er omskrevet en sirkel. Hvis $AB = 119$, $BC = 95$ og $CD = 64$, hvor lang er da sidelengden AD ?



Oppgave 7

I forbindelse med den store vårfesten skal en klasse på 9 elever rake løv i skolegården og vaske gymsalen. Hver elev skal enten rake løv eller vaske, og det må være minst en elev på hver arbeidsoppgave. På hvor mange måter kan læreren fordele elevene på de to arbeidsoppgavene?

Oppgave 8

I trekanten $\triangle ABC$ er $\angle C = 90^\circ$, mens den minste vinkelen er lik $6,5^\circ$. La O være midtpunktet på hypotenusen. Hva er vinkelen (i grader) mellom linjestykket CO og høyden fra C ned på hypotenusen?

Oppgave 9

Hvis a og b er hele tall slik at $x^2 - 5x - 1$ er en faktor i $ax^3 - bx^2 + 1$, hva er da b^2 ?

Oppgave 10

En funksjon f er slik at $f(x) + xf(1-x) = 120x$ for alle reelle tall x . Hva er da $f(2)$?