Bokmål

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2008–2009

Andre runde 22. januar 2009

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens andre runde består av 10 oppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Svarene er heltall fra og med 0 til og med 999. Skriv svarene nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for riktig svar og 0 poeng for galt eller blankt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn	Fødselsdato
Adresse	Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststed
Skole	Klasse
Statsborgerskap	

Svar

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot 10 =$ ☐

Oppgave 1

De positive oddetallene skrives opp i et trekantet diagram som på figuren til høyre. Hva er summen av tallene i de første sju radene?

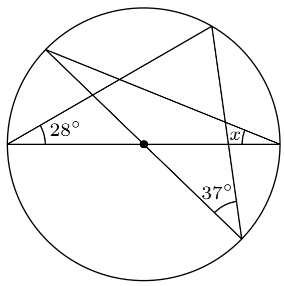
			1
		3	5
	7	9	11
13	15	$\cdots$	$\cdots$

Oppgave 2

I en (stor) kurv ligger det mange egg. Hvis du tar ut eggene to om gangen, blir det ett egg igjen. Det samme skjer hvis du tar dem ut tre om gangen, eller fire, eller fem, eller seks om gangen. Men hvis du tar dem ut sju om gangen, blir det ingen egg igjen. Hva er det minste mulige antall egg i kurven?

Oppgave 3

To av vinklene i den femtaggede stjernen er 28° og 37°, som vist på figuren. Alle hjørnene ligger på en sirkel, og det markerte punktet er sentrum i sirkelen. Hvor mange grader er vinkelen x?



Oppgave 4

Sir Lancelot og fem andre riddere sitter ved et rundt bord. Alle seks er blitt uvenner med sidemannen på begge sider. På hvor mange måter kan de sette seg rundt bordet når Sir Lancelot skal beholde sin plass, samtidig som ingen skal bli sittende ved siden av en av de nye uvennene sine?

Oppgave 5

Vi har to positive reelle tall x og y, der x er mindre enn y. Det aritmetiske snittet mellom x og y er $A = \frac{1}{2}(x+y)$, og det geometriske snittet er $G = \sqrt{xy}$. Hva er y/x lik hvis $3A = 5G$?

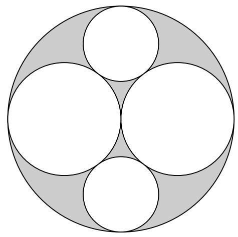
Oppgave 6

En funksjon f er slik at

$$f(n+1) = \frac{f(n)}{1 + af(n)} \qquad \text{for } n = 1, 2, 3, \ldots,$$

der a er et tall, og $f(1) = 1$ og $f(9) = 1/2009$. Hva er a lik?

Oppgave 7



Den store sirkelen har radius $30/\sqrt{\pi}$. De to mellomstore sirklene tangerer hverandre i sentrum av den store sirkelen. I tillegg tangerer de den store sirkelen innvendig. De to minste sirklene tangerer de to mellomstore sirklene utvendig og den store sirkelen innvendig. Hva er arealet av det skyggelagte området?

Oppgave 8

Hva er halve summen av alle positive heltall n som er slik at $2009 + n^2$ er kvadratet av et positivt heltall?

Oppgave 9

Sidene i en trekant har midtpunkter med koordinater $(23, 32)$, $(8, 41)$ og $(17, 45)$. Hva er den største av de tre verdiene av $x + y$ for hjørnene (x, y) i trekanten?

Oppgave 10

Kari og Mons kaster krone og mynt. Hver gang det blir krone, får Kari ett poeng, og hver gang det blir mynt, får Mons ett poeng. Vinneren er den som først har 6 poeng, eller som har minst 4 poeng og leder med minst 3 poeng over den andre. Hvor mange forskjellige spill, i betydningen serier av myntkast som ender med en vinner, er det mulig å spille?

Løsningene legges ut 23. januar kl. 17.00 på

abelkonkurransen.no