Niels Henrik Abels matematikkonkurranse
Første runde 2018–2019

8. november 2018 (bokmål)

ABEL KONKURRANSEN

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens første runde består av 20 flervalgsoppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Bare ett av de fem svaralternativene er riktig. Svarene skrives i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for riktig svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for galt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100. Blank besvarelse gir 20 poeng.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper (inklusive passer og linjal, men ikke gradskive) er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn			Fødselsdato
Adresse			Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststed		
Skole			Klasse

☐ Sett kryss om du godtar at vi setter navnet ditt på resultatlisten.
(Vi publiserer uansett bare resultater for den beste tredelen.)

Svar

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot\, 5 =$ ☐

Ubesvarte: $+$ ☐

Poengsum: $=$ ☐

Oppgave 1

På en restaurant kan man velge mellom fire ulike forretter, fem ulike hovedretter og fem ulike desserter. Hvor mange forskjellige tre-retters middager kan man bestille her?

A 3 B 14 C 29 D 100 E 125

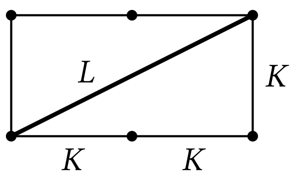
Oppgave 2

Dersom $\tau = 2\pi$, hvilket av disse uttrykkene er lik arealet av en sirkel med radius 1?

A τ B $\frac{\tau}{2}$ C τ^2 D $\frac{\tau^2}{4}$ E 2τ

Oppgave 3

Et byggesett inneholder korte (K) og lange (L) staver og en måte å feste dem inntil hverandre. Først lager du et rektangel der den ene siden består av én kort stav og den andre siden består av to korte staver. Du legger merke til at den lange staven akkurat passer langs diagonalen. Deretter lager du et rektangel der den ene siden består av én lang stav og den andre siden består av to lange staver. Hvor mange korte staver får du nå plass til langs diagonalen?



A 4 B 5 C 6 D 7 E ikke et helt antall

Oppgave 4

Brøken $\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ kan forenkles til

A $\frac{4}{3}$ B $\frac{3}{2}$ C $\sqrt{2}$ D $1+\sqrt{2}$ E ingen av disse

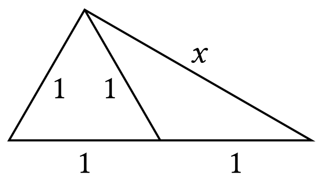
Oppgave 5

Ligningen $2^{x+1} + 2^{x-4} = 5^2 + 2^{x-1}$ har løsningen:

A $x = \frac{1}{2}$ B $x = 1$ C $x = 2$ D $x = 3$ E $x = 4$

Oppgave 6

Hva er verdien av x i figuren?



A 1 **B** $\sqrt{2}$ **C** $\sqrt{3}$ **D** 2 **E** $\sqrt{5}$

Oppgave 7

Hvilket av følgende tall er ikke et primtall?

A $2^4 + 1$ **B** $2^8 + 1$ **C** $100^2 - 99^2$ **D** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1$ **E** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 - 1$

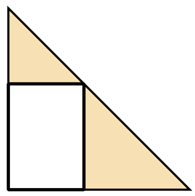
Oppgave 8

På hvor mange måter kan 210 skrives som produktet av tre forskjellige positive heltall? Vi tar ikke hensyn til rekkefølgen, så $3 \cdot 7 \cdot 10$ og $10 \cdot 3 \cdot 7$ regnes ikke som forskjellige.

A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 13 **E** 19

Oppgave 9

En rettvinklet, likebent trekant har areal 72. Et rektangel er innskrevet med to sider langs trekantens kateter og et hjørne på hypotenusen. De to små trekantene har til sammen areal 40. Hva er lengden til den korteste av sidene i rektangelet?



A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** ingen av disse

Oppgave 10

På en hylle foran deg står det en rekke glass. Du legger én ert i det første glasset. I det neste glasset legger du tre erter, så glass nummer to inneholder to flere erter enn det første glasset. I det tredje glasset legger du fire erter flere enn i glass nummer to, og i det fjerde glasset legger du åtte flere erter enn i glass nummer tre. Slik fortsetter du å doble forskjellen i antall erter fra ett glass til det neste. Antall erter du må legge i glass nummer n er da lik

A $2n-1$ B n^2-n+1 C $3^{n-1}-(n-1)(n-2)2^{n-3}$ D $2^{n-1}+2^{n-2}$
E 2^n-1

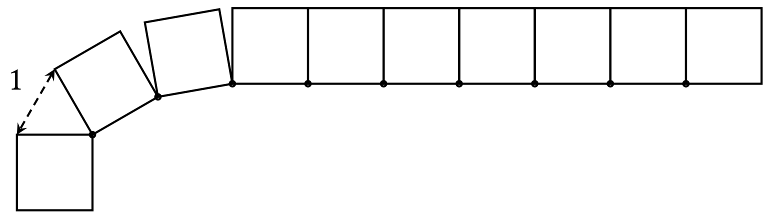
Oppgave 11

En klasse består av seks gutter og sju jenter. På hvor mange måter kan en gruppe settes sammen dersom den skal bestå av fem personer og minst én av hvert kjønn?

A 1245 B 1260 C 1276 D 4096 E 6930

Oppgave 12

Ti kvadrater med sidelengde 1 ligger etter hverandre, hektet sammen i sine nedre nabohjørner. Vi roterer kvadratene slik at de øvre nabohjørnene får avstand 1 fra hverandre.



Før vi har rotert alle kvadratene, har vi kommet helt rundt slik av det neste kvadratet vil overlappe det første. Vi fjerner dette kvadratet og alle etter det. Hvor mange kvadrater står vi da igjen med?

A 5 B 6 C 7 D 8 E 9

Oppgave 13

I landet Finansia bruker man tre typer mynter. Disse har verdi 7 kr, 8 kr og 9 kr. Selv om man har tilgang til et ubegrenset antall mynter, er det noen summer man ikke kan lage, f.eks. 11 kr. Hva er den største heltallige summen man *ikke* kan lage ved å legge sammen slike mynter?

A 13 kr **B** 19 kr **C** 20 kr **D** 25 kr **E** større enn 25 kr

Oppgave 14

I første runde i Abelkonkurransen er det tjue oppgaver. For hver oppgave får man fem poeng dersom man besvarer den riktig, ett poeng dersom man ikke besvarer den, og null poeng for å svare feil. På Lurholmen VGS deltar alle elevene i Abelkonkurransen, og ingen av elevene får samme poengsum. Hva er det største antallet elever som kan gå på Lurholmen VGS?

A 80 **B** 94 **C** 95 **D** 97 **E** 100

Oppgave 15

På hvor mange måter kan vi dekke et 3×10 rutenett med ti identiske brikker av størrelse 3×1?

A 28 **B** 30 **C** 89 **D** 120 **E** 243

Oppgave 16

Hvor mange reelle tall x mellom $1/5$ og 5 er slik at både $x + 1/x$ og $x^2 + 1/x^2$ er heltall?

A 10 **B** 9 **C** 8 **D** 7 **E** 6

Oppgave 17

Hvor mange ganger forekommer faktoren 2 i primtallsfaktoriseringen til tallet $2018! = 1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot 2018$?

A 2000 **B** 2004 **C** 2007 **D** 2011 **E** 2018

Oppgave 18

For hvor mange heltall $n \geq 1$ er uttrykket $3^n - n^2$ et primtall?

A 1 B 2 C 3 D 4 E flere enn 4

Oppgave 19

Konstantene a, b, c og d er alle ulike 0. To førstegradsfunksjoner f og g er gitt ved ligningene $f(x) = ax + b$ og $g(x) = cx + d$. Dersom du får oppgitt at $f(d) = g(b) = 0$, hva kan du da si sikkert om f og g?

A f og g er samme funksjon.
B Grafene til f og g er parallelle linjer.
C Grafene til f og g står vinkelrett på hverandre.
D Dersom man speiler grafen til f om linjen $y = x$ får man grafen til g.
E Ingen av de øvrige påstandene er nødvendigvis sanne.

Oppgave 20

I et gitt land har alle storbyene en flyplass, men hver flyplass har direkte flyforbindelse med høyst tre andre storbyer. Alle direkteforbindelser er toveis. Samtidig kan man komme seg mellom to vilkårlige storbyer med høyst én mellomlanding. Hva er det største mulige antall storbyer i landet?

A 8 B 9 C 10 D 12 E 13

Løsningene legges ut 9. november kl. 17:00 på
abelkonkurransen.no