Oppgave 1

Nils har fått fire gratisbilletter til en konsert. Han vil ta med seg tre av de sju vennene sine: Arne, Berit, Cecilie, Didrik, Eva, Fredrik og Gunnhild. Arne og Berit er uvenner, så han vil ikke invitere begge samtidig. På hvor mange måter kan han da velge ut hvilke tre venner han tar med seg på konserten?

A 21 B 28 C 30 D 34 E 35

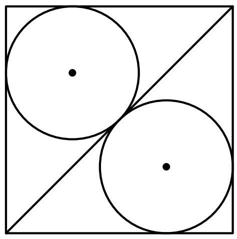
Oppgave 2

Hva er de to siste sifrene i produktet av alle primtallene mellom 1 og 30?

A 10 B 30 C 50 D 70 E 90

Oppgave 3

Sidekantene i kvadratet har lengde 1. Hvor stor er avstanden mellom sirkelsentrene?



A $\frac{1}{2}$ B $\sqrt{2}-1$ C $2-\sqrt{2}$ D $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
E $1-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Oppgave 4

Nils kjører 90 km. Den første halvdelen av strekningen kjører han i 45 km/h. Så kjører han de 45 gjenværende kilometerne i 90 km/h. Hva er gjennomsnittshastigheten hans?

A 60 km/h B $45\sqrt{2}$ km/h $\approx$ 63,6 km/h C 65 km/h
D 67,5 km/h E $45\sqrt{\frac{5}{2}}$ km/h $\approx$ 71,2 km/h

Oppgave 5

Nils har sju spesielle mynter, med tall på hver side. Den første mynten har 1 på den ene siden, og 8 på den andre. Mynt nummer to har 2 og 9, mynt nummer tre har 3 og 10, osv. Mynt nummer sju har altså 7 og 14 på sine to sider. Hvis Nils skal plassere myntene på et bord og legge sammen de sju tallene som er synlige, hvor mange forskjellige summer kan han ende opp med?

A 8 B 16 C 32 D 64 E 128

Oppgave 6

Hva er det minste antall heltall fra 1 til 200 man må velge ut for at ethvert primtall mellom 1 og 30 skal gå opp i et av de valgte tallene?

A 4 B 5 C 6 D 7 E 8

Oppgave 7

To sirkler har til sammen samme areal som et kvadrat med sidelengder 5. Den ene sirkelen har dobbelt så stor radius som den andre. Hva er radien i den minste sirkelen?

A $\sqrt{\frac{5}{\pi}}$ B $\frac{5}{\pi}$ C $\frac{25}{4\pi}$ D $\frac{5}{\sqrt{3\pi}}$ E $\sqrt{\frac{\pi}{10}}$

Oppgave 8

Hvor mange par av positive heltall a, b finnes med $ab^2 \leq 100$?

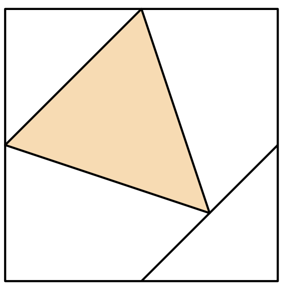
A 52 B 53 C 152 D 153 E Ingen av disse

Oppgave 9

Dersom $1 > a > b > 0$, hvilket av disse tallene er størst?

A a B ab C $\frac{2a}{a+b}$ D $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}$ E Umulig å avgjøre

Oppgave 10



Kvadratet i figuren har sidekanter med lengde 1. Trekanten har to hjørner på midtpunktene til to av kvadratsidene, og det tredje hjørnet ligger midt på linjestykket mellom midtpunktene til de to andre sidene i kvadratet. Hva er arealet til trekanten?

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{8}\sqrt{3}$ C $\frac{1}{6}\sqrt{2}$ D $\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ E $\frac{3}{8}$

Oppgave 11

Hvilket av disse tallene er ikke et kvadrattall?

A 12321 B 15129 C 17463 D 18225 E 21904

Oppgave 12

Anne, Bente, Celine, Dina, Elise og Fia leker en lek der de har med hver sin gave. Annes gave er den eneste som inneholder et smykke. Så velges to deltakere tilfeldig, og de bytter gave. Hva er sannsynligheten for at Bente får gaven med smykket?

A $\frac{1}{5}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{10}$ D $\frac{1}{12}$ E $\frac{1}{15}$

Oppgave 13

Fem reelle tall a, b, c, d og e har gjennomsnitt 2 og produkt 1. Dessuten er

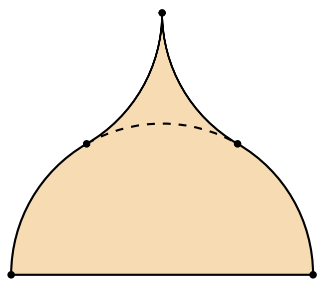
$$\frac{1}{abcd} + \frac{1}{bcde} + \frac{1}{cdea} + \frac{1}{deab} = 8.$$

Da er $eabc$ lik

A -6 B $-1/6$ C 0 D $1/2$ E 2

Oppgave 14

I en halvsirkel med radius 1 er halvsirkelbuen delt i tre like store deler. Den midterste delen, stiplet i figuren, tas vekk og erstattes med to speilbilder av seg selv som vist. Hvor stort er arealet av den resulterende figuren?



A 2 B $\pi/2$ C $\sqrt{3}/2$ D $2/\sqrt{3}$ E $\sqrt{3}$

Oppgave 15

Hvor mange av heltallene som går opp i $2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11$ er kvadrattall?

A 6 B 8 C 12 D 36 E 72

Oppgave 16

To tall x og y er slik at $x^2 + 2y^2 - 2xy = 26$ og $x^2 + 2y^2 + 2xy = 106$. Hva er verdien av $x^4 + 4y^4$?

A 2019 B 2564 C 2756 D 5512 E Umulig å avgjøre

Oppgave 17

I en likesidet trekant ABC ligger punktet D på siden AC og punktet E på siden BC slik at linjestykket DE er parallelt med AB og slik at arealet av firkanten $ABED$ er en fjerdedel av arealet av trekanten ABC. Hva er forholdet mellom høyden i trekanten ABC og lengden av linjestykket DE?

A 1 B $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E $\sqrt{2}$

Oppgave 18

Funksjonen f gitt ved $f(x) = x^2 + ax + b$, der a og b er konstanter, er slik at $f(2) = 2$. Hvilken av følgende påstander er da *nødvendigvis* sann?

A $f(2) > f(1)$ B $2 \cdot f(1) = f(2) + f(0)$ C $f(0) \neq 0$
D $f(f(1)) = f(1)$ E $f(1) > 0$

Oppgave 19

Dersom r og s er irrasjonale tall, kan vi slå fast at

A $r + s$ er et rasjonalt tall B $r + s$ er et irrasjonalt tall
C $r \cdot s$ er et rasjonalt tall D $r \cdot s$ er et irrasjonalt tall
E Ut fra opplysningene kan vi ikke være sikre på noen av disse

Oppgave 20

Gunnar og Karl Erik liker å leke med tall. Favorittleken deres er å be Pål velge to ulike heltall a og b fra 1, 2, 3, …, 16 slik at a går opp i b, og skrive dem på hver sin lapp. Så trekker de en lapp hver, ser på den uten å se på den andres lapp, og prøver å gjette seg frem til hvilket tall den andre har på sin lapp.

Karl Erik og Gunnar er begge veldig smarte, og tenker seg grundig om før de sier noe så de er sikre på at de ikke har glemt noen muligheter. De er også begge veldig ærlige, så de snakker alltid sant. En dag de leker leken har de følgende samtale umiddelbart etter å ha sett på lappene:

G: *Jeg er ikke sikker på hvem som har størst tall, jeg. Vet du?*

KE: *Ikke før du sa noe, men nå vet jeg!*

G: *Jeg er fortsatt usikker på hvem som har størst tall, jeg.*

KE: *Det er nå jeg som har det største tallet, da.*

Hva er summen av tallene til Karl Erik og Gunnar?

A 6 B 8 C 12 D 17 E Umulig å avgjøre

Løsningene legges ut 8. november kl. 17:00 på
abelkonkurransen.no