

Abel-konkurransen 1994–95

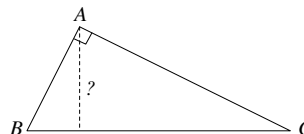
Oppgave 1

Hva er $\sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2}$?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{11}{8}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) Ingen av disse

Oppgave 2

I trekanten ABC er $\angle A$ rett, $AB = 3$ og $AC = 4$. Hva er da høyden fra A til BC ?



- A) 2 B) $\frac{12}{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\frac{5}{2}$ E) Ingen av disse

Oppgave 3

Antall siffer i tallet $4^8 \cdot 5^{17}$ er

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 17 E) 23

Oppgave 4

Hvilket av de fem tallene er minst?

- A) $\frac{1994}{1995}$ B) $\frac{994}{995}$ C) $\left(\frac{1994}{1995}\right)^2$ D) $1 - \frac{1}{994 \cdot 995}$ E) $\sqrt{\frac{994}{995}}$

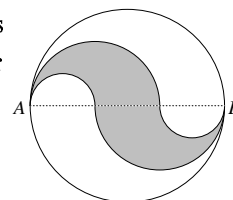
Oppgave 5

Dersom $\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{m}\right) = 1$, så er m lik

- A) $n - 1$ B) $n + 1$ C) $2n$ D) $\sqrt{n^2 + 1}$ E) Ingen av disse

Oppgave 6

Linjen AB deles i tre like store deler og halvsirkler trekkes som på figuren. Hvor stor andel av den store sirkelen utgjør det skraverte området?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{13}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{2}$

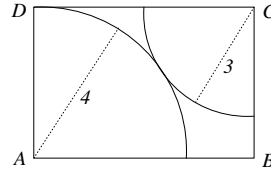
Oppgave 7

Hvor mange av tallene 1, 2, 3, ..., 1994 kan ikke deles med 5 eller med 7?

- A) 1310 B) 1312 C) 1396 D) 1451 E) Ingen av disse

Oppgave 8

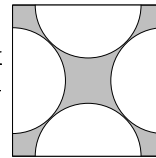
I rektangelet $ABCD$ trekkes sirkler om A og C slik at sirkelen om A går igjennom D og de to sirklene tangerer hverandre som på figuren. Hvis sirkelen om A har radius 4 og sirkelen om C har radius 3, hvor lang er da AB ?



- A) 4 B) $\sqrt{26}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\sqrt{33}$ E) Ingen av disse

Oppgave 9

Langs kantene på et kvadrat legges fire like store halvsirkler slik at de tangerer hverandre som på figuren. Hvor stor andel av kvadratet utgjør da det skraverete området?



- A) $1 - \frac{\pi}{4}$ B) $1 - \frac{2}{\pi}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $1 - \frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{6}$

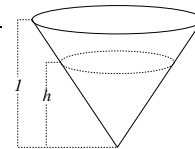
Oppgave 10

Hvis $x + y = 2z$, hva er da $\frac{x}{x-z} + \frac{y}{y-z}$?

- A) 2 B) $\frac{(x-y)^2}{(x-z)(y-z)}$ C) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ D) $\frac{z}{x} + \frac{z}{y}$
E) Ingen av disse

Oppgave 11

Vi har et kjegleformet beger med høyde 1. Vi fyller det halvfullt med vann. Hva er da høyden h av overflaten?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
E) Avhengig av formen, dvs. av radien av toppen.

Oppgave 12

En mann veier sauer, katter og potetsekker. Han finner at han selv og en sau tilsammen veier like mye som 4 potetsekker. En sau og to katter veier like mye som 3 potetsekker. En sau veier like mye som 4 katter. Hvor mange katter skal til for at de skal veie like mye som mannen?

- A) 4 katter B) 6 katter C) 7 katter D) 8 katter E) 10 katter

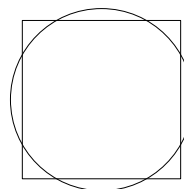
Oppgave 13

Vi har at $(a + b + c)^2 + (a + b - c)^2 + (a - b + c)^2 + (b + c - a)^2$ er lik

- A) $4(ab + ac + bc)$ B) $2(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac)$
C) $4(a^2 + b^2 + c^2) + 8(ab + bc + ac)$
D) $4(a^2 + b^2 + c^2)$ E) Ingen av disse

Oppgave 14

Et kvadrat og en sirkel er plassert slik at sentrum i sirkelen ligger midt i kvadratet. Området som ligger innenfor sirkelen men utenfor kvadratet har samme areal som området som ligger innenfor kvadratet men utenfor sirkelen. Hva er da forholdet mellom diameteren i sirkelen og kvadratets sidelengde (dvs. $\frac{d}{s}$)?



- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ C) $\frac{\pi^2}{8}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{\pi}$

Oppgave 15

La $f(x) = x(x + 1)$. Hva er da $\frac{f(x-1)f(x+1)}{f(x)}$ lik?

- A) $f(x)$ B) $f(x) - 1$ C) $f(2x) - 3f(x)$ D) $9 \cdot f\left(\frac{x-1}{3}\right)$
E) $\sqrt{f(x-2)f(x+2)}$

Oppgave 16

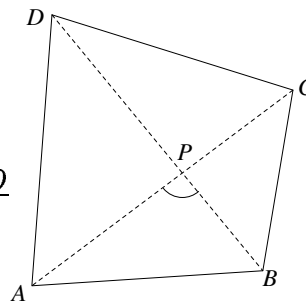
Vi har ti tall. Gjennomsnittet av disse er 20. Vi fjerner ett av tallene og da blir gjennomsnittet 19. Hvilket tall var det vi fjernet?

- A) 20 B) 21 C) 39 D) 40 E) Ingen av disse

Oppgave 17

Vi har en firkant $ABCD$ der vinklene $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ og $\angle D$ er kjent. La diagonalene AC og BD skjære i punktet P . Hva er da vinkelen $\angle APB$?

- A) 90° B) $\frac{\angle A + \angle B}{2}$ C) $\angle A + \angle B - \frac{\angle C + \angle D}{2}$
D) $\angle A + \frac{\angle C - \angle D}{2}$ E) Ikke entydig bestemt.



Oppgave 18

En professor tar hver dag en 2 timer lang spasertur til et fjell, opp til toppen og tilbake igjen samme vei. Til og fra fjellet går professoren på flatmark i 4 km/h, oppover til fjelltoppen er hastigheten 3 km/h, mens nedover er hastigheten 6 km/h. Hvor mange kilometer lang er turen?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12
E) Ikke entydig bestemt, må vite mer.

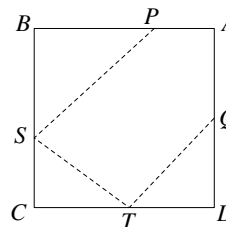
Oppgave 19

En bilselger selger to biltyper: Alfa og Beta. En Alfa selges med 40% fortjeneste mens en Beta selges med 60% fortjeneste. Selgeren har beregnet at dersom han selger like mange av hver biltype vil den samlede fortjenesten bli 48%. I virkeligheten selger han 50% flere Betaer enn Alfaer. Hva blir da hans fortjeneste? (Dersom bilen kjøpes for 200.000 og selges for 300.000 har selgeren 50% fortjeneste fordi overskuddet utgjør 50% av innkjøpsprisen.)

- A) 45% B) $46\frac{2}{3}\%$ C) 50% D) 52% E) $53\frac{1}{3}\%$

Oppgave 20

Vi har et kvadrat $ABCD$ med sidelengde 1. Vi setter punkter P og Q på sidene AB og AD slik at $AP = 1/3$ og $AQ = 1/2$. La S og T være punkter på BC og CD slik at $PS + ST + TQ$ er kortest mulig. Hvor lang er da $PS + ST + TQ$?



- A) $\sqrt{5}$ B) $\frac{\sqrt{181}}{6}$ C) $3 - \frac{\sqrt{13}}{6}$ D) $\frac{19\sqrt{2}}{12}$ E) $\frac{10 + \sqrt{13}}{6}$