

Abel-konkurransen 1995–96

Andre runde

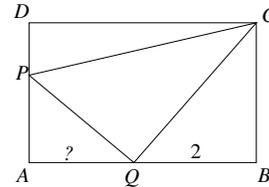
Oppgave 1

Tallene fra 1 til 1996 skrives på rad — 12345678910111213... Hvor mange nuller skrives da?

- A) 489 B) 699 C) 796 D) 996 E) Ingen av disse

Oppgave 2

På figuren er $ABCD$ et rektangel, P ligger på AD og Q ligger på AB . Trekantene PAQ , QBC og PCD har like store arealer og $BQ = 2$. Hva er da AQ ?



- A) $\frac{7}{2}$ B) $\sqrt{7}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $1 + \sqrt{5}$ E) Ikke entydig bestemt

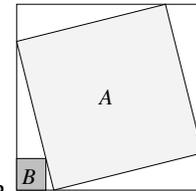
Oppgave 3

Hva er siste siffer i 17^{1996} ?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Oppgave 4

Gitt tre kvadrater som på figuren der det største kvadratet har areal 1 og arealet A er kjent, hva er da arealet B av det minste kvadratet?



- A) $A/8$ B) $\frac{A^2}{2}$ C) $\frac{A^2}{4}$ D) $A(1 - A)$ E) $\frac{(1 - A)^2}{4}$

Oppgave 5

La $f(x) = \frac{x}{1-x}$ og la a være et reelt tall. Hvis $x_0 = a$, $x_1 = f(x_0)$, $x_2 = f(x_1)$, ..., $x_{1995} = f(x_{1994})$ og $x_{1996} = 1$, hva er da a ?

- A) 0 B) $\frac{1}{1997}$ C) 1995 D) $\frac{1995}{1996}$ E) Ingen av disse

Oppgave 6

Hvor mange 11-sifrede bankkontonummer finnes som kun består av 1-ere og 2-ere og der det ikke er to 1-ere på rad?

- A) 64 B) 233 C) 1024 D) 1279 E) 1365

Oppgave 7

I en klasse oppdager læreren at hver elev har nøyaktig tre venner i klassen, at to venner aldri har noen felles venn i klassen, og at to elever som ikke er venner alltid har nøyaktig én felles venn. Hvor mange elever er det i klassen?

- A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 17

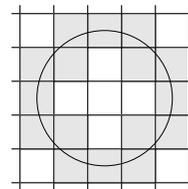
Oppgave 8

La $f(x) = x - \frac{1}{x}$. Hvor mange forskjellige løsninger har ligningen $f(f(f(x))) = 1$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

Oppgave 9

Vi tegner en sirkel med radius 5 på et ruteark der rutene er kvadrater med sidelengde 1. Sentrum i sirkelen er plassert midt i en av rutene. Alle rutene som sirkelen går igjennom skraveres. Hvor mange ruter er da skravert? (Figuren viser tilsvarende for en mindre sirkel.)



- A) 24 B) 32 C) 40 D) 64 E) Ingen av disse

Oppgave 10

La $p(x) = x^6 + ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ være et polynom slik at $p(1) = 1$, $p(2) = 2$, $p(3) = 3$, $p(4) = 4$, $p(5) = 5$ og $p(6) = 6$. Hva er da $p(7)$?

- A) 0 B) 7 C) 14 D) 49 E) 727