Abel-konkurransen 1996–97
Andre runde

Oppgave 1

På en terning avmerkes 27 punkter på følgende måte: ett punkt plasseres i hvert hjørne, ett punkt plasseres midt på hver sidekant, ett punkt plasseres midt på hver sideflate og ett punkt plasseres midt inne i terningen. Antall linjer som inneholder 3 av disse punktene er da

A) 33 B) 42 C) 49 D) 72 E) 81

Oppgave 2

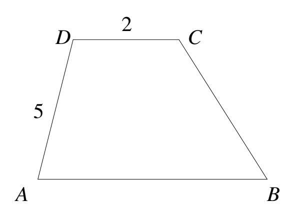
La x, y, z være naturlige tall slik at $xyz = 78$ og $x^2 + y^2 + z^2 = 206$. Hva er da $x + y + z$?

A) 18 B) 20 C) 30 D) 42 E) Ingen av disse

Oppgave 3

La $ABCD$ være et trapes der AB og CD er parallelle, $\angle D = 2\angle B$, $AD = 5$ og $CD = 2$. Da er AB lik

A) 7 B) 8 C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{27}{4}$ E) $5 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$



Oppgave 4

Tre venner skal fordele fem forskjellige arbeidsoppgaver seg imellom slik at ingen av dem står uten arbeidsoppgave. På hvor mange forskjellige måter kan dette gjøres?

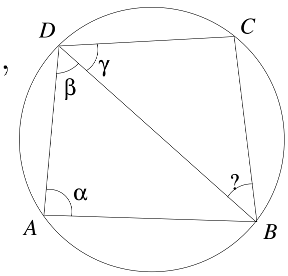
A) 6 B) 25 C) 40 D) 90 E) 150

Oppgave 5

La f være en funksjon fra ikke-negative heltall til ikke-negative heltall slik at $f(nm) = nf(m) + mf(n)$, $f(10) = 19$, $f(12) = 52$ og $f(15) = 26$. Hva er da $f(8)$?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

Oppgave 6



En firkant $ABCD$ er innskrevet i en sirkel. La $\alpha = \angle DAB$, $\beta = \angle BDA$ og $\gamma = \angle CDB$. Da er $\angle DBC$ lik

A) $\alpha - \beta$ B) $\alpha - \gamma$ C) $90° - \alpha + \beta$
D) $90° - \alpha + \gamma$ E) $180° - \alpha - \gamma$

Oppgave 7

Hvis 1, 2 og 3 er løsninger i ligningen $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$, så er $a + c$ lik

A) -12 B) 24 C) 35 D) -61 E) -63

Oppgave 8

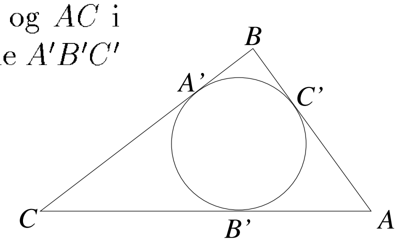
La x og y være positive hele tall. Den minste mulige verdi av $|11x^5 - 7y^3|$ er

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Ingen av disse

Oppgave 9

Trekanten ABC har sidelengder $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$. Den innskrevne sirkelen tangerer AB i C', BC i A' og AC i B'. Hva er da forholdet mellom arealene av trekantene $A'B'C'$ og ABC?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{21}$ E) $\frac{5}{24}$



Oppgave 10

La $x_1, x_2, \ldots, x_5$ være ikke-negative reelle tall slik at $x_1 + x_2 + \cdots + x_5 = 100$. La M være maksimum av tallene $x_1 + x_2$, $x_2 + x_3$, $x_3 + x_4$ og $x_4 + x_5$. Minste mulige verdi for M ligger i intervallet

A) $[0, 32\rangle$ B) $[32, 34\rangle$ C) $[34, 36\rangle$ D) $[36, 38\rangle$ E) $[38, 40]$