# Abel-konkurransen 1998–99
## Første runde

**Oppgave 1**

Det største hele tallet som er slik at syv ganger tallet er mindre enn 100 er

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

**Oppgave 2**

Summen av antall sideflater, kanter og hjørner på en terning er

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

**Oppgave 3**

Hvilket av følgende tall er størst?

A) $2^{10} + 2^{-10}$ B) $2^{10} - 2^{-10}$ C) $2^{10} + 10^{-3}$ D) $10^3 + 2^{-10}$
E) $10^3 + 10^{-3}$

**Oppgave 4**

Hvis $a + b = 7$ og $2a - b = 17$, så er $a - b$ lik

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

**Oppgave 5**

Per og Kari var på vei opp trappene i et tårn. Per var hele tiden 52 trappetrinn foran Kari. Da Per var kommet halvveis opp, sa han til Kari: "Når jeg er helt oppe, er du kommet tre ganger så langt som du er nå." Antall trappetrinn i tårnet er da

A) 104 B) 156 C) 208 D) 256 E) 312

**Oppgave 6**

Hvis punktene $(2, -3)$, $(4, 3)$ og $(5, \frac{k}{2})$ ligger på en linje, er $k$ lik

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

**Oppgave 7**

Hvis vi legger til $x$ i telleren og nevneren i begge brøkene $\frac{2}{3}$ og $\frac{20}{23}$, får de to nye brøkene samme verdi. Da er $x$ en faktor i

A) 12  B) 15  C) 56  D) 143  E) 170

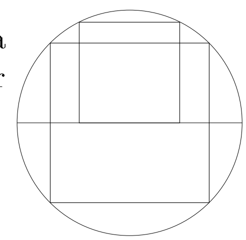
**Oppgave 8**

Hvis $a_0, a_1, a_2, \ldots$ er en tallfølge med $a_0 = 1$, $a_1 = 3$ og $a_n^2 - a_{n-1}a_{n+1} = (-1)^n$ for $n \geq 1$, så er $a_3$ lik

A) 10  B) $-17$  C) 21  D) 33  E) $\dfrac{13}{27}$

**Oppgave 9**

La $K_1$ være arealet av kvadratet innskrevet i en halvsirkel og la $K_2$ være arealet av et kvadrat innskrevet i hele sirkelen. Da er forholdet $K_1 : K_2$ lik



A) $\dfrac{1}{2}$  B) $\dfrac{2}{5}$  C) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$  D) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$  E) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

**Oppgave 10**

Det minste primtallet som deler $3^{11} + 5^{12}$ er

A) 2  B) 3  C) 5  D) $3^{11} + 5^{12}$  E) Ingen av disse

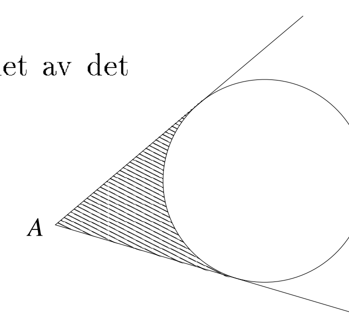
**Oppgave 11**

Hvis det er gitt tolv punkter i planet slik at det ikke er noen linje som går gjennom tre av disse, så vil antall linjer som går gjennom nøyaktig to av punktene være

A) 14  B) 54  C) 66  D) 120  E) 132

**Oppgave 12**

Sirkelen på figuren har radius 1 og $\angle A = 60°$. Arealet av det skraverte området er




A) $\sqrt{3} - \dfrac{\pi}{3}$  B) $\dfrac{2}{\sqrt{3}} - \dfrac{\pi}{6}$  C) $\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

D) $\sqrt{3}\left(1 - \dfrac{\pi}{6}\right)$  E) $\dfrac{\pi}{3}\left(\sqrt{3} - 1\right)$

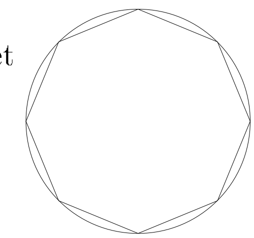
### Oppgave 13

Uttrykket $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{\sqrt{3}-1}$ er lik

A) $0$ B) $-1$ C) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ D) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}$

E) Ingen av disse

### Oppgave 14



En regulær 8-kant er innskrevet i en sirkel med radius 4. Arealet av 8-kanten er

A) $48$ B) $32\sqrt{2}$ C) $24+16\sqrt{2}$ D) $32+8\sqrt{2}$

E) Ingen av disse

### Oppgave 15

Anta at $m$ og $n$ er hele tall slik at $5m+6n=100$. Største mulige verdi for $mn$ er da

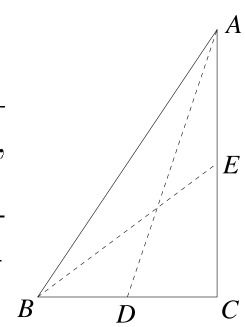
A) $60$ B) $70$ C) $80$ D) $90$ E) Ingen av disse

### Oppgave 16

Hvis $a$ og $b$ er hele tall slik at $a<b<a^2$ og $ab=89$, så er $b$ lik

A) $1$ B) $-1$ C) $89$ D) $-89$ E) En slik $b$ finnes ikke

### Oppgave 17




I den rettvinklede trekanten $ABC$ med $\angle C = 90°$ er $D$ midtpunkt på $BC$ og $E$ midtpunkt på $AC$. Hvis $AD=7$ og $BE=4$, så er $AB$ lik

A) $5\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $2\sqrt{15}$ E) $2\sqrt{\dfrac{65}{3}}$

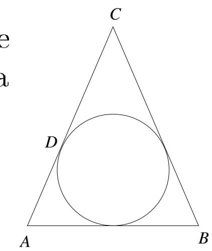
### Oppgave 18

Hvor mange av uttrykkene $x^3+y^4$, $x^4+y^3$, $x^3+y^3$ og $x^4-y^4$ er positive for alle reelle $x$ og $y$ slik at $x>y$?

A) $0$ B) $1$ C) $2$ D) $3$ E) $4$

### Oppgave 19

I en likebent trekant $ABC$ er $AC = BC$. Trekantens innskrevne sirkel har radius 5 og tangerer $AC$ i punktet $D$ der $CD = 12$. Da er $AC$ lik




A) 20 B) $\frac{39}{2}$ C) $\frac{98}{5}$ D) $\frac{200}{11}$ E) $\frac{216}{13}$

### Oppgave 20

La $A$ være en mengde av $N$ forskjellige heltall fra mengden $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ slik at summen av to forskjellige elementer i $A$ aldri er delelig med 10. Største mulige verdi av $N$ er

A) 42 B) 45 C) 49 D) 50 E) 55