Abel-konkurransen 1999–2000
Første runde

Oppgave 1

$\pi^3 \cdot 3^\pi$ er lik

A) $(3\pi)^{3\pi}$ B) $(3\pi)^{3+\pi}$ C) $(3+\pi)^{3\pi}$ D) 1 E) Ingen av disse

Oppgave 2

Hvis $7x + 1 = 5$ så er $14x + 1$ lik

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Oppgave 3

Gjennomsnittlig antall øyne per side på en vanlig sekssidet spill-terning er

A) 3 B) $3\frac{1}{4}$ C) $3\frac{1}{3}$ D) $3\frac{1}{2}$ E) $3\frac{2}{3}$

Oppgave 4

På en bestemt skole var det tre ganger så mange gutte-elever som det var lærere, og det var dobbelt så mange jente-elever som gutte-elever. Dersom antall lærere var 2, så var det totale antall elever

A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

Oppgave 5

I et kvadrat har diagonalen lengde 2. Kvadratets areal er da lik

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

Oppgave 6

I en samling av kuer og høner var antall bein 14 mer enn det dobbelte av antall hoder. Antall kuer var da

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) Ingen av disse

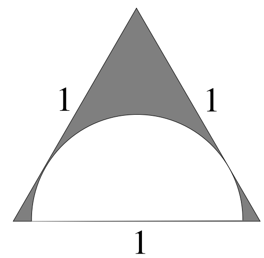
Oppgave 7

Tallet $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 10$ er ikke delelig med

A) 48 B) 52 C) 56 D) 60 E) 64

Oppgave 8

Trekanten på figuren er likesidet med sidelengde 1. Arealet av det skraverte området er da



A) $\frac{1}{6}(2\pi - 3\sqrt{3})$ B) $2(2\sqrt{3} - \pi)$ C) $\frac{1}{4}(\sqrt{3} - \frac{3}{8}\pi)$
D) $\frac{1}{\sqrt{3}}(1 - \frac{\pi}{4})$ E) Ingen av disse

Oppgave 9

Hvis $p > q$ er to primtall slik at $p + q = 111$, så er $p - q$

A) 7 B) 37 C) 67 D) 107 E) Ikke entydig bestemt

Oppgave 10

I et skap i et mørkt rom ligger det 20 røde, 40 blå, 60 hvite, 80 grønne og 100 sorte sokker. Hva er det minste antall sokker man må ta ut for å være sikker på å få minst 10 par? (Et par av sokker vil si 2 sokker av samme farge. Ingen sokk kan inngå i mer enn ett par.)

A) 21 B) 23 C) 24 D) 30 E) 51

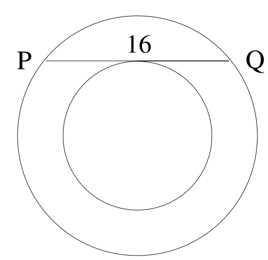
Oppgave 11

Hvis $t = (1 + \sqrt{2})^4$, så er

A) $32 < t < 32,5$ B) $32,5 < t < 33$ C) $33 < t < 33,5$
D) $33,5 < t < 34$ E) $34 < t < 34,5$

Oppgave 12

De to sirklene på figuren har samme sentrum. Korden $PQ = 16$ i den store sirkelen tangerer den lille sirkelen. Arealet av området mellom sirklene er da



A) 200 B) 64π C) $32\sqrt{2}\pi$ D) $32\pi + 64$
E) $80\pi - 16\sqrt{2}$

Oppgave 13

Familien Hansen har 4 barn. Det eldste barnet er en gutt, og minst ett av de tre andre barna er også gutt. Sannsynligheten for at det yngste barnet er en jente, er (vi antar at gutt og jente er like sannsynlig, og at det ikke har forekommet flerbarnsfødsler)

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{4}{7}$

Oppgave 14

Antall 7-bokstavers ord (ikke nødvendigvis med mening) man kan lage ved å stokke om på bokstavene i ordet KORREKT, er

A) 180 B) 360 C) 560 D) 720 E) 1260

Oppgave 15

En bestemt type skruer kan bare kjøpes i esker med henholdsvis 6, 9 og 20 skruer i hver. Det største antall skruer man ikke kan få kjøpt er da

A) 19 B) 31 C) 37 D) 43 E) 58

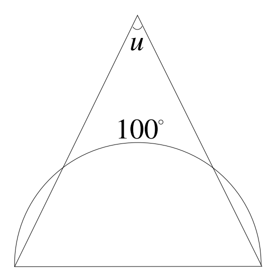
Oppgave 16

Antall positive hele tall som deler tallet 2160 er

A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

Oppgave 17

Diameteren i en halvsirkel er også grunnlinje i en likebent trekant. Trekantsidene avskjærer en bue på 100° på halvsirkelen. Da er toppvinkelen u i trekanten lik



A) $30°$ B) $40°$ C) $45°$ D) $50°$ E) $60°$

Oppgave 18

La n være det minste positive hele tall slik at produktet $1260 \cdot n$ er 3.potensen til et heltall. Da vil n tilfredsstille

A) $n < 100$ B) $100 < n < 500$ C) $500 < n < 1000$
D) $1000 < n < 5000$ E) $n > 5000$

Oppgave 19

La trekanten ABC være likebent med $\angle B = 120°$. Halveringslinjen til $\angle A$ skjærer BC i 2 deler. Forholdet mellom den største og minste av disse to delene er

A) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ B) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

Oppgave 20

Anta f er en reell funksjon slik at for alle tall x og y er $f(x+y) = f(x)f(y) + f(x) + f(y)$ og $f(0) \neq 0$. Da gjelder

A) $f(6) < 0$ B) $f(6) = f(1)^6$ C) $f(6) = (f(1)-1)^6$
D) $f(6)$ kan ta alle reelle verdier E) En slik funksjon finnes ikke