# **6 Verktøy for objekthandlinger**

# 6.1 Glidere

Dersom du vil eksperimentere med ulike verdier som kan variere i et intervall, så er glidere et utmerket verktøy. Som neste eksempel viser, så blir slike glidere laget automatisk dersom du skriver inn bokstaver som ikke allerede er definert i GeoGebra. Du finner et verktøy for å lage glidere under ikonet 🚅 på verktøylinjen.

## Eksempel 6.1

Hvordan vil ulike verdier for a, r og d påvirke grafen til funksjonen f gitt ved

 $f(x) = a(x-r)^2 + d$ 

#### Løsning:

Dersom vi skriver inn  $f(x)=a*(x-r)^2 + d$  i algebrafeltet, og trykker enter, så vil det automatisk bli laget tre glidere *a*, *r* og *d* i GeoGebra. Disse verdiene vil variere mellom -5 og 5 som standard. Nå er det bare til å endre på disse verdiene og se hva som skjer.



Figur 6.1: Gliderene a, r og d er laget automatisk i GeoGebra.



Det beste er å be elevene prøve å resonnere seg fram til hva som skjer med grafen *før* gliderene blir endret.

Legg merke til at gliderene i eksempel 6.1 er satt til å variere mellom -5 og 5. Vi kan endre dette ved å klikke på de tre prikkene (1) (se figur 6.2), velge Innstillinger (2) og fliken Glider (3). Her kan vi velge hvilke intervall glideren skal variere i (4) og vi kan sette steglengde. Her kan vi også endre animasjonsfart (farten du får på glideren hvis du klikker på play ) og hvordan glideren skal oppføre seg (5) (gjenta begge veier, økende, minkende eller økende én gang).



Figur 6.2: Du kan endre innstillingene til en glidere ved å klikke på de tre prikkene (1), velge Innstillinger (2) og fliken Glider (3).

I stedet for å endre innstillingene i etterkant, kan vi bruke verktøyet glider  $\square^2$ . Når dette verktøyet er valgt kan vi klikke en plass i grafikkfeltet hvor vi eventuelt vil ha glideren (denne kan også skjules etterpå om det er ønskelig). Du vil da få opp følgende vindu:

= 1		
Tall	O Vinkel	O Heltall
Intervall	Glider	Animasjon
Min:	Maks: An	imasjonstrinn:
-5	5	

Her kan vi gjøre de samme valgene som under Innstillinger til glideren. Det vil si at vi kan velge minste verdi, største verdi, aninmasjonstrinn etc. Legg også merke til at du kan velge om glideren skal være Tall, Vinkel eller Heltall. Velger du vinkel vil den automatisk variere mellom 0° og 360°.

#### Oppgave 6.1

Lag en GeoGebra-fil som du kan bruke til å utforske lineære funksjoner på formen y = ax + b for ulike verdier av *a* og *b*.

## Oppgave 6.2

Lag to glidere *a* og *b* og utforsk hvordan ulike verdier av *a* og *b* påvirker grafen til

$$g(x) = \frac{ax - ab + 1}{x - b}$$

## Oppgave 6.3

Utforsk hva som skjer når vi forandrer A, c,  $\varphi$  og d i uttrykket

 $f(x) = A \cdot \sin(cx + \varphi) + d$ 

Tips: du finner  $\varphi$  på det virtuelle tastaturen til GeoGebra under gruppen med alle de andre greske bokstavene.

123	f(x) A	ABC aß	Ŷ					•••
$\phi$	ç	ε μ	ο τ	v	θ	ι	0	π
α	σ	δ	φ	$\gamma$	η	ξ	κ	λ
<b>^</b>	ζ	x	$oldsymbol{\psi}$	$\omega$	$\boldsymbol{\beta}$	ν	$\mu$	$\langle X \rangle$
•	'					<	>	↩

## Oppgave 6.4

Lag to glidere *a* og *b* mellom -5 og 5 og tegn ellipsen gitt ved

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Beskriv hvordan kurven endrer seg når a og b varierer.

## Oppgave 6.5

a) Lag glidere *a*, *b* og *c* som kan variere mellom -5 og 5. Plott grafen til

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

- b) Tegn inn linja som skjærer grafen til f i punkta med x-koordinatene x = -2 og x = 1.
- c) Finn arealet avgrenset av linja og grafen til *f* . Hva skjer når du endrer på *a*? Hva med *b* og *c*?

# 6.2 Avkrysningsboks for å vise og skjule objekt

I GeoGebra kan du lage avkrysningsbokser som du kan klikke på om du for eksempel vil vise eller skjule objekter.

## Eksempel 6.2

Tegn grafen til  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  og lag et punkt på grafen til f sammen med tangenten til grafen i dette punktet. Lag så en avkrysningsboks som viser eller skjuler tangenten.

- 1. Tegner grafen ved å skrive inn funksjonsuttrykket i algebrafeltet. Velger så verktøyet *Nytt punkt* og klikker en plass på grafen og får et punkt *A*.
- 2. Tegn så inn tangenten til grafen i punktet A ved å skrive inn Tangent(A,f) i algebrafeltet. Du kan selvsagt også bruke verktøyet *Tangenter*  $\swarrow$  som ligger i samme gruppe som *Normal linje*. Velger du dette verktøyet er det bare å klikke på punktet og deretter på grafen til f.
- 3. Vi ønsker nå en avkrysningsboks som fungerer slik at tangenten er synlig kun dersom vi har krysset av i boksen. Velg verktøyet *Avkrysningsboks for å vise og skjule objekt* . Du finner denne under samme meny som glidere. Klikk så der hvor du ønsker å plassere boksen. Du vil da få opp et vindu som vist på figur 6.3.



Figur 6.3: Avkrysningsboks for å vise og skjule objekt. I dette tilfellet vil vi vise/skjule tangenten til f i A.

Merk at du kan enten velge hvilket objekt som skal vises/skjules ved å velge det fra nedtrekslisten eller ved å klikke på objektet i algebrafeltet eller grafikkfeltet. Skriv inn ønsket tekst som skal stå ved siden av avkrysningsboksen og klikk på «OK».

		GeoGebra klassisk	
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		$\equiv$
<b>E</b> ;	fx 🗱 🗄 EN	f 5- g	Ē
	$f(x) = x^2 - 2x + 1$	✓ Vis/Skjul tangenten i A 4	
•	$A = Punkt(f) \qquad \vdots \\ \rightarrow (2.64, 2.69) \qquad \textcircled{b}$	3- A	
•	$g: Tangent(A, f) \\ \rightarrow y = 3.28x - 5.97$		<ul> <li>♠</li> <li>●</li> <li>●</li></ul>
0	☑ a = true		<u>@</u> →
	Skriv inn	-1 -	

Figur 6.4: Avkrysningsboksen er haket av og tangenten vises!

Det som skjer når vi lager en avkrysningsboks er at det blir laget en boolsk variabel. Dette er en variabel som kan ta to verdier: true eller false. De objektene som vi velger skal knyttes til avkrysningsboksen får da endret egenskap til at de skal vises dersom den boolske variabelen er «true». Dette ser vi om vi høyreklikker på tangenten, velger Innstillinger og så fliken Avansert. Der vil vi nå se at det står *a* i «Vilkår for at objektet skal vises». Det betyr at når *a* har verdien true (som styres av avkysningsboksen) så vises tangenten. Dersom den er false, så vises den ikke.

Basis Farge Stil Avansert Scripting
Vilkår for at objektet skal vises. Eksempel: a == $3 \land b > 2$
a 🗧
Dynamiske farger
Rød:
Grønn:
Blå:
RGB \$ Slett
Diverse
Lag: 0 🕈 🛛 Velg med museklikk
Plassering
🛿 Grafikkfelt 🗆 Grafikkfelt 2 🗹 Grafikkfelt 3D 🗹 Algebra

#### Oppgave 6.6

Plott grafen til funksjonen  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$  og lag en avkrysningsboks som viser/skjuler topp- og bunnpunktet til funksjonen.

# 6.3 Sett inn et Innsettingsboks

Noen ganger kan det være greit om vi raskt kan omdefinere et objekt uten å dobbeltklikke eller høyreklikke på objektet i algebrafeltet.

La oss si at vi ønsker at elevene skal finne funksjonsuttrykket til en lineær funksjon som går gjennom to gitte punkt. Det ville da være ok om vi lett kunne skrive inn funksjonsuttrykket uten å måtte lage et nytt objekt (som ville ha skjedd dersom vi hadde skrevet inn funksjonsuttrykket i inntastingsfeltet).

Vi kan gjøre dette på følgende måte:

- 1 Tegn to punkt i grafikkfeltet.
- 2 Skriv i inntastingsfeltet f(x)=?.
- 3 Velg så verktøyet *Innsettingsboks* og klikk der hvor du ønsker å plassere dette feltet. Her kan det være en god idé å klikke i Grafikkfelt 2. På den måten vil du være garantert at linjene som du tegner inn ikke vil gå over tekstfeltet. Dersom dette grafikkfeltet ikke vises, så kan du få dette fram ved å hake det av under «Vis» på under menyknappen.

Når du har klikket der hvor du ønsker å plassere tekstfeltet, vil du få opp et vindu hvor du kan skrive objekttekst og hvilket objekt du vil linke det til. I dette tilfellet skriver vi inn objektteksten «Jeg tror f(x)=» og linker det til f(x)=? under «Aktuelt objekt»:

Innsettingsboks	
Objekttekst:	
Jeg tror f(x) =	
Aktuelt objekt:	
f(x) = ?	\$
	OK <u>Avbryt</u>

Figur 6.5: Tekstfelt omdefinerer f(x) med det som skrives inn i tekstfeltet.

••	•	GeoGebra klassisk	
	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		5 C Q ≡
E.	fx 🔹 III ΞΝ		Ē
•	$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	Jeg tror $f(x) = 1 / 2 x + 3 / 2$	
•	A = (-1, 1)	•	E E
•	B = (5, 4)	5	
+	Skriv inn	4 <b>B</b>	
		3 2 4 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	10 11 12 13 14 

#### Resultatet kan se slik ut:

Merk: Dersom linjen blir tegnet i Grafikkfelt 2 må du høyreklikke på linjen og velge «Innstillinger» og «avansert». Nederst i dette vinduet kan du da sette hvilket grafikkfelt du ønsker at linjen skal vises i:

Dynamiske farg	er		
Rød:			
Grønn:			
Blå:			
RGB 🖨 S	ett		
Diverse			
Lag: 0 🏶	🛛 Velg med mu	ıseklikk	
Plassering			

Figur 6.6: Du kan velge hvilket grafikkfelt du ønsker at et objekt skal plasseres i under «egenskaper» og «Avansert». Merk at avkrysningsboksene nederst kun er synlige dersom du viser begge grafikkfeltene.

## 6.4 Sett inn en knapp

Med verktøyet *Knapp* kan du sette inn en klikkbar knapp. Med denne kan du få GeoGebra til å kjøre en sekvens av kommandoer når knappen blir klikket. Vi tar med noen eksempler som viser hvordan dette fungerer.

## Eksempel 6.3

Lag en knapp som zoomer ut grafikkfeltet.

## Løsning:

Velg verktøyet *Knapp* (samme gruppe som glider) og klikk i grafikkfeltet der hvor du ønsker at knappen skal være. I dette eksempelet vil vi plassere den i Grafikkfelt 2. Du vil da få opp et vindu. I dette skriver vi teksten vi vil skal stå på knappen (Zoom ut) under «Objekttekst». I det store feltet har vi skrevet inn

```
VelgAktivtOppsett(1)
ZoomUt(1.5)
```

Poenget med slike GeoGebra-Script (som de kalles) er at du skriver inn et sett med GeoGebra-kommandoer (akkurat som du ville ha gjort i algebrafeltet). Når vi så klikker på knappen, vil disse kommandoene bli kjørt i den rekkefølgen de er listet opp i. På første linje har vi skrevet inn VelgAktivtOppsett(1). Denne kommandoen forteller at kommandoene som er listet opp under skal gjelde Grafikkfelt 1. Hadde vi ikke skrevet inn dette ville grafikkfeltet som knappen er plassert i blitt zoomet ut. Virkningen av kommandoen ZoomUt(1.5) vil derfor være at grafikkfelt 1 zoomes ut med en faktor 1,5.

•••	GeoGebra klassisk		
			$ \forall \forall$
+ Skriv inn EN	6 ↑ Knapp	<b>₩</b>	
	Objekttekst:		Zoom ut
	GeoGebra-Script:		
	VelgAtivtOppsett(1) ZoomUt(1.5)		
-4 -3		6 7 8 →	
	OK <u>Avbryt</u>		
	_3		

Figur 6.7: Når du klikker på knappen vil du Zoome ut med en faktor 1,5

Det er ikke lett å huske eller vite hvilke kommandoer vi har tilgjengelig. Vi har så langt sett på to: VelgAktivtOppsett og ZoomUt. Du finner en liste over slike kommandoer under Hjelp (2) som vist på figuren nedenfor. Får å få opp listen klikker du først på plusstegnet (1) i algebrafeltet å deretter på «Hjelp» ⑦. I listen til høyre kan du nå se ulike Scripting-komanndoer som er tilgjengelig. I neste oppgave kan du få bruk for kommandoer ZoomInn.



## Oppgave 6.7

Lag en knapp som zoomer inn med en faktor lik 1,5

## Oppgave 6.8

Skriv inn s = 1 i algebrafeltet. Lag en knapp som øker verdien til s med 1.

Tips: Det er lov å srive s = s + 1 i GeoGebra.

Merk: I GeoGebra 6.0 vil *s* automatisk bli satt til en glider med verdier mellom -5 og 5. Dersom du klikker på knappen mer enn fire ganger vil den ikke «virke» lenger, siden *s* har nådd den maksimale verdien. Dette kan du endre ved å endre innstillingene til glideren som vist på figur 6.2.

## Eksempel 6.4

Tegn grafen til funksjonen  $f(x) = x^4 + x^3 - 1$  og lag en knapp som viser eller skjuler grafens deriverte.

## Løsning:

Vi skriver inn funksjonen i inntastingsfeltet og finner den deriverte ved å skrive inn f'(x). Siden vi vil at knappen skal veksle mellom å vise og skjule den deriverte trenger vi et vilkår som bestemmer når den derivere skal vises og når den ikke skal vises. En måte å gjøre dette på er å lage den boolske variabelen *a* med verdi false. Vi gjør dette ved å skrive inn a=false i algebrafeltet. Velg så *Knapp*  $\bigcirc$  og klikk i grafikkfelt 2 der du ønsker å plassere knappen.

I vinduet som du da får opp skriver du inn følgende:

κιιαμμ		
Objekttekst:		
Vis/skjul grafen til f '(x)		
GeoGebra-Script:		
Dersom(a == false, VelgVerdi(a, true), Ve	elgVerdi(a,false))	
	ОК	<u>Avbry</u>

Denne knappen vil nå skifte a fra true (eller 1) til false (eller 0) (eller motsatt). For at dette skal få ønsket effekt må vi nå høyreklikke på den deriverte, velge «Innstillinger» og «avansert»

	•	GeoGebra klassisk	
R	• / / > 0 0 4 \		⇒ୁ ଦ୍ ≡
•	$f(x)=x^4+x^3-1\qquad\qquad \  \   \overline{\equiv} N$	Vis/skiul grafen til f '(x)	Farge Stil Avansert ×
•	$  f'(x) = f'(x) $ $  \rightarrow 4x^3 + 3x^2 $		r at objektet skal vises. ⊮el: a == 3 ∧ b> 2
0	☑ a = true	Jana Jana Jana Jana Jana Jana Jana Jana	ske farger
+	Skriv inn	Rod	· /V
		Gro	ın:
		-6 -5 -4 -3 -2 -0 1 2 3 4 5 6 7 8 Bla:	
		RC	.B ♦ Slett
		r Q Lag	0 \$

Figur 6.8: Den deriverte blir vist kun dersom a er sann.

## Oppgave 6.9

Lag en knapp som viser/skjuler navnet til et punkt A.

## Oppgave 6.10

Lag en knapp som gir et tilfeldig tall mellom 1 og 6.

## Oppgave 6.11

Legg inn bildene fra https://tinyurl.com/terningbilder inn i grafikkfeltet og lag en knapp som viser et tilfeldig bilde når du klikker på knappen.

Dersom du har laget en knapp med et GeoGebra-Script og så senere ønsker å endre på GeoGebra-Scriptet, så kan du gjøre dette ved å høyreklikke på knappen og velge «egenskaper». I vinduet du da får opp finner du en flik med navnet «Scripting». Her kan du redigere GeoGebra-Scriptet som vist på figur 6.9.



Figur 6.9: Du kan endre GeoGebra-Scriptet ved å høyre-klikke å knappen og velge fliken «Scripting»

# 6.5 Eksempel på animasjon

Vi avslutter dette kapitlet ved å vise et litt mer avansert eksempel hvor vi lager en animasjon til et av bevisene til Pytagoras setning.

- 1. Lag et kvadrat *ABCD* ved å bruke verktøyet *Regulær mangegant* [5].
- 2. Lag et punkt *E* på *AB*.
- 3. Velg verktøyet *Passer* ♀ og klikk på *A* og deretter på *E*. Du får da en sirkel med radius *AE*. Klikk på *B* for å tegne sirkelen med sentrum i *B*. Klikk på denne sirkelen en gang og deretter på *C*. Gjenta dette, men klikk på *D*. Du får da noe som ser slik ut:

86



- 4. Velg verktøyet *Skjæring mellom to objekt*  $\searrow$  og klikk for å få skjæringspunkta *F*, *G* og *H* som vist på figuren over.
- 5. Skjul sirklene, enten ved å høyrklikke på dem og hak vek «Vis objekt» eller ved å klikke på kulen til venstre i algebrafeltet:



Flytt litt på *E* og se hva som skjer! Om du har gjort alt korrekt, skal punkta *F*, *G* og *H* flytte seg tilsvarende i kvadratet.

6. Tegn nå inn følgende mangekanter, ved å bruke verktøyet *Mangekant*  $\triangleright$  :  $\triangle AEH$ ,  $\triangle BFE$ ,  $\triangle CGF$  og  $\triangle DHG$ .



7. Lag en glider. Hak av for vinkel (1), velg Maks til å være 90° (2) og animasjonstrinn lik 1° (3). Klikk på på fliken «Animasjon» (4) og velg animasjonsfarten til å være 3 og velg «⇒ Økende (en gang)» (5). Se figur 6.10.

Glider			Glider		
Navn			Navn		
α = 45°	6		$\alpha = 45^{\circ}$		
O Tall	Vinkel	O Heltall	⊖ Tall	Vinkel	O Heltall
Intervall	Glider	Animasjon	Intervall	Glider	Animasjon 4
Min: Maks: Animasjonstrinn:		sjonstrinn:	Animasjonsfart:		
0°	90° 1°		3 6		
	2 3		Gjenta:		
			⇒ Økende	(en gang)	5 \$
		OK <u>Avbryt</u>			OK <u>Avbry</u>

Figur 6.10: Noen tilpassninger av glideren

8. Dersom  $\triangle FCG$  heter t3 og  $\triangle GDH$  heter t4 skriver du følgende kommandoer i algebrafeltet:

Roter(t3, $\alpha$ , F) Roter(t4, $-\alpha$ , H)

Du vil da få rotert disse to trekantene en vinkel  $\alpha$  i henholdsvis positiv og negativ retning. Merk at om du gjør en feil her, så er det litt arbeid å endre opp feilen etterpå, siden det er så mange objekter som blir laget. Har du for eksempel rotert feil vei er det best å bare angre seg tilbake og prøve igjen.

- 9. Skjul t3 og t4 (altså  $\triangle FCG$  og  $\triangle GDH$ ).
- 10. Lag en knapp med navn Roter. Skriv inn følgende skript på denne knappen:

```
StartAnimasjon(\alpha)
```

Når du klikke på denne knappen, vil glideren  $\alpha$  starte.

- 11. Lag en ny knapp som du kaller «Nullstill». Skriv inn  $\alpha = 0$  som GeoGebra-script og klikk «OK».
- 12. Rydd opp i figuren ved å skjule navn på objekter og ved å skjule passende linjestykker. Skjul også glideren  $\alpha$ . Du har da fått en animasjon som kan brukes i samtale om hvorfor Pytagoras setning alltid gjelder ved å betrakte arealet til det hvite området inne i kvadratet.

