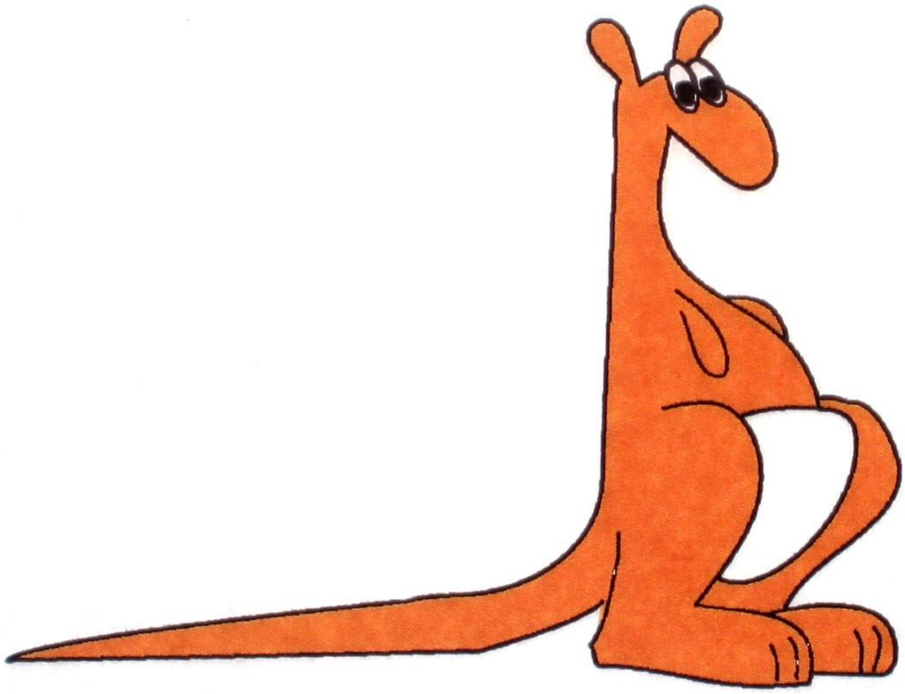
Kengurukonkurransen 2017

«Et sprang inn i matematikken»

Cadet (9. – 10. trinn)

Løsninger og registreringsskjema



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Dette heftet inneholder:

- Fasit og korte løsningsforslag
- Registreringsskjema

Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

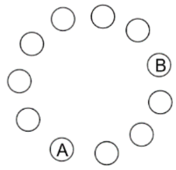
Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

3 poeng

1. (B) 10.00
17 +17 = 34. Med 24 timer på et døgn blir dette 34 – 24 = 10. Klokken er 10.00.

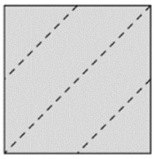
2. (C) 11
Hvis Antonia er den fjerde til venstre for Bianca, står det 3 jenter mellom dem. På høyre side er det 6 jenter mellom dem.
Det gir 3 + 6 + Bianca + Antonia = 11 jenter



3. (A) $\frac{1}{2}$
Ettersom trekanten er likebeint, kan alle hvite felt flyttes til motsatt side og vi får en likebeint trekant der halvparten av arealet hvitt.

4. (E) 24 m
Forskjellen mellom langsidene er 7 m (3 m + 4 m), og forskjellen mellom de korteste sidene er 5 m (2 m + 3 m). Forskjellen i omkrets blir da 2 · 7 m + 2 · 5 m = 24 m

5. (D)



Ettersom hullene i det utbrettede papirarket er symmetrisk plassert langs den ene diagonalen, må minst en av brettene være en diagonal. Det betyr alternativ A eller D. Alternativ A er brettet slik at du hadde fått fire hull i papiret dersom dette alternativet hadde vært riktig.

6. (D) 8
7 = 1 + 3 + 3 = 1 + 1 + 5 = 2 + 2 + 3 = 1 + 2 + 4
Her er alle alternative summer med tre positive heltall. Siden tallene skal være ulike blir produktet 1 · 2 · 4 = 8.

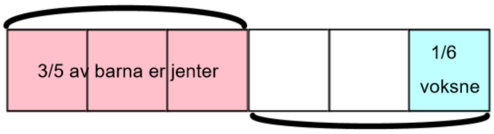
7. (B) 10 cm^2
Arealet av det ytterste grå feltet er 16 – 9 = 7. Neste grått felt er 4 – 1 = 3.
Arealet blir dermed 7 cm^2 + 3 cm^2 = 10 cm^2.

8. (A) 2 euro.
Yvonne har 10 euro mer enn de andre. Dette skal deles likt på fem søstre dvs. 10 : 5 = 2
Hvis Yvonne gir 2 euro til hver vil alle ha 12 euro hver.
Alternativt: De har til sammen 60 euro. 60 : 5 = 12. Yvonne må gi hver av dem 2 euro.

<u>4 poeng</u>

9. (E) $\frac{5}{12}$
Lengden av pinnen – (avstandene som marihøna og mauren har igjen) = Avstanden mellom dem.
Dette gir : $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

10. (A) $\frac{1}{2}$
Når $\frac{5}{6}$ av publikum er barn og $\frac{3}{5}$ av alle barn er jenter får vi: $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$
Alternativt kan dette illustreres.

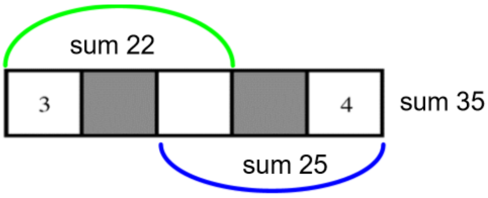


11. (D) 40 cm
Alle trekantene er likesidete, og det betyr at den stiplede linjen tilsvarer summen av en side i alle trekantene. Den helsvarte linjen vil da representere summen av to sider i de likesidete trekantene, og blir da dobbelt så lang som den stiplede linjen, altså 20 cm · 2 = 40 cm

12. (A) 14 år
De eneste mulige kombinasjonene av to aldrer som til sammen er delelig med 5 er 3 + 12 og 8 + 12. Ivas alder blir da den alderen som står igjen, 14 år.

13. (E) 840
Forskjellen mellom kvinner og menn er 252 løpere.
Dette tilsvarer 100 % - (35 % + 35 %) = 30 %
Dette gir: $\frac{252}{0{,}3} = 840$

14. (A) 63



Rute 3: (22 + 25) – 35 = 12
Rute 2: 22 – (3 +12) = 7
Rute 4: 25 – (12 + 4) = 9
Produktet av tallene i de grå rutene: 7 · 9 = 63

15. (B) 4 cm^2
Det grå området består av to kongruente trekanter, hver med grunnlinje 1 cm^2 og høyde 4 cm^2. To trekanter med areal 2 cm^2 gir et samlet areal på 4 cm^2.

16. (B) 14
For hver dag Tycho skal løpe har han 4 mulige dager å kombinere med. Det gir 7 · 4 = 28
Men ettersom for eksempel man – ons er det samme som ons – man blir det reelle antallet kombinasjoner halvparten, altså 14.
Kan også illustreres ved å systematisere dagene i en tabell.

	Man	Tir	Ons	Tor	Fre	Lør	Søn
Man							
Tir							
Ons							
Tor							
Fre							
Lør							
Søn							

<u>5 poeng</u>

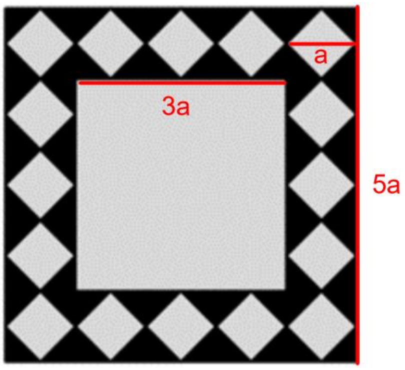
17. (D) 22
Når summen av to tall i ruter med felles side skal være lik, må tallene som fylles i rutenettet være enten 2 eller 3.

18. (C) 18

Kenguruene nummerert 4, 5, 9 og 10 hopper mot venstre, og når vi summerer antall hopp de må gjøre for at alle vendt mot høyre skal passeres, blir det 3 + 3 + 6 + 6 = 18.
Tilsvarende kan vi summere antall hopp kenguruene vendt mot høyre må gjøre, noe som er 4 + 4 + 4 +2 + 2 +2 = 18.
Ettersom kenguruene bytter plass trenger vi bare å regne hoppene til én av sidene.

19. (C) 91°
Det er om å få gradtallet til den mellomste vinkelen størst mulig. I og med at vinkelsummen i en trekant alltid er 180°, blir de tre vinklene 90°, 89° og 1°.

20. (D) 32 %
Vi kaller lengden til diagonalen i en lysegrå rute a, slik at arealet til hele duken $5a \cdot 5a = 25a^2$.
Det indre lysegrå kvadratet er da $3a \cdot 3a = 9a^2$.
Området mellom de to kvadratene er dekket av 16 små kvadrater med areal $a^2/2$ det vil si til sammen $8a^2$.



Det gir: $25a^2 – (9a^2 – 8a^2) = 8a^2$
$8a^2/25a^2 = 0{,}32 = 32$ %

En annen framgangsmåte er:

Det grå kvadratet kan regnes ut som $3/5 \cdot 3/5 = 9/25 = 36/100 = 36$ %

Rammen blir da 100 % - 36 % = 64 %
I rammen er halvparten svart og halvparten grått, og derfor må 64 % deles på to for å finne hvor stor del av duken som er svart.

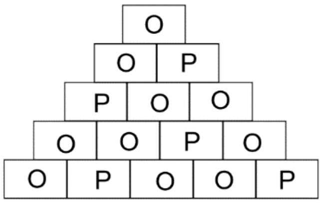
21. (A) 2
Vi må beregne tallene i tallfølgen og finne et mønster: 2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8 ,8, 4, 2, 8, 6,…
Her ser vi at bortsett fra de to første tallene vil tallene i tallfølgen gjentas i grupper på seks tall. Vi ser bort fra de to første tallene og finner tall nr. 2015.
2015/6 = 335 med rest 5.
Det betyr at det femte tallet i gruppen på 6 tall, 2, står på 2017. plass i tallfølgen.

22. (E) 320 m
Vi kaller løperne A (Mats) og B (Torunn).
Løper A sin hastighet: $\frac{720\ m}{4\ min}$ Løper B sin hastighet: $\frac{720\ m}{5\ min}$
De møtes første gang etter t min og da har de til sammen løpt en hel runde, 700 m.
Ligningen blir dermed: $\frac{720}{4} \cdot t + \frac{720}{5} \cdot t = 720 \implies \frac{t}{4} + \frac{t}{5} = 1 \implies t = \frac{20}{9}$

Løper B har da løpt $\frac{720}{5} \cdot \frac{20}{9} = 320$ m

23. (D) 10

Her er det flere mulige strategier. En kan for eksempel fylle oddetall, O, i alle ruter og deretter erstatte så få ruter med partall som mulig. Poenget er uansett at man trenger å vite at eneste kombinasjon som gir partallssum av to tall er oddetall + partall.



O + P = O
O + O = P
P + P = P

24. (D) $\frac{1}{12}$ S

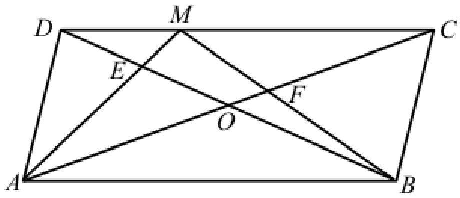
Arealet til trekanten AMB = $\frac{1}{2}$ S . Arealet til trekanten DOC = $\frac{1}{4}$ S (AC og BD er diagonaler).

I oppgaven står det at arealet til trekantene *AED* og *BFC* til sammen er $\frac{1}{3}$ S.

Hvis vi legger sammen disse tre arealene får vi arealet til hele parallellogrammet pluss arealet til firkanten EOFM.

Det gir: $\frac{1}{2}$ S + $\frac{1}{4}$ S + $\frac{1}{3}$ S = $\frac{13}{12}$ S

Arealet til firkanten EOFM = $\frac{1}{12}$ S



Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E	Poeng
1		**B**				3
2			**C**			3
3	**A**					3
4					**E**	3
5				**D**		3
6				**D**		3
7		**B**				3
8	**A**					3
9					**E**	4
10	**A**					4
11				**D**		4
12	**A**					4
13					**E**	4
14	**A**					4
15		**B**				4
16		**B**				4
17				**D**		5
18			**C**			5
19			**C**			5
20				**D**		5
21	**A**					5
22					**E**	5
23				**D**		5
24				**D**		5
Høyeste mulige poengsum (Cadet)						96

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									