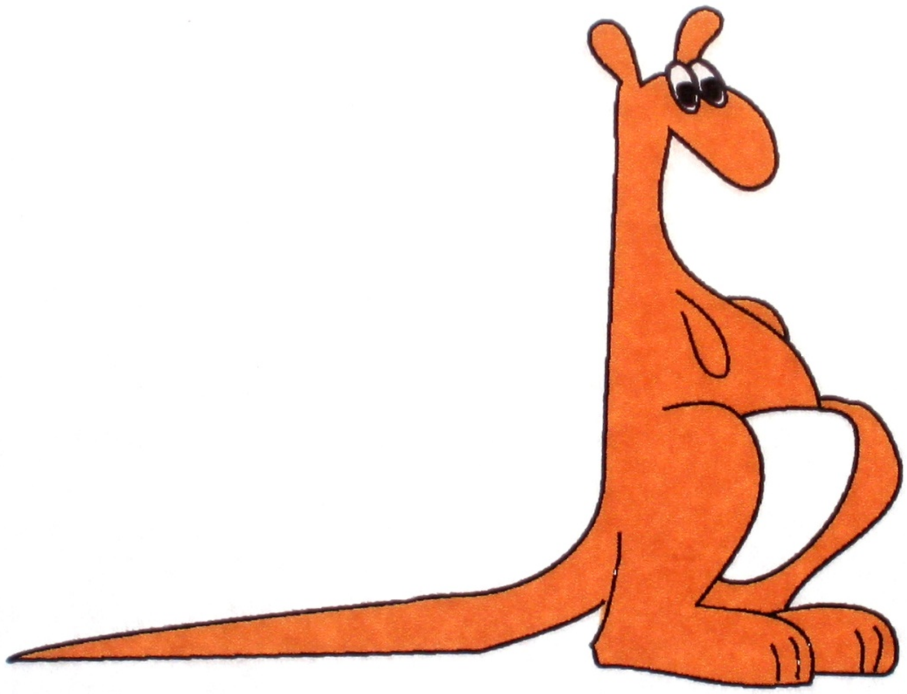
Kengurukonkurransen 2020

«Et sprang inn i matematikken»

Cadet (9. – 10. trinn)

Løsninger og registreringsskjema



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Dette heftet inneholder:

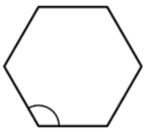
- Fasit og korte løsningsforslag
- Registreringsskjema

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

3 poeng

1. (A)



Desto flere sidekanter i en regulær polygon, jo større blir vinklene.

2. (C) 6 dager
Mikkel bruker 4 dager der han løser 6 oppgaver hver dag. Altså $4 \cdot 6$ oppgaver til sammen. Lars løser 4 oppgaver hver dag. For å finne ut hvor mange dager han trenger for å løse like mange, trenger du ikke å regne ut regnestykket, men se at $4 \cdot 6 = 6 \cdot 4$. Dette kalles «den kommutative lov», og den er alltid gjeldende for multiplikasjon.

3. (A) $\frac{8+5}{3}$
Når vi sammenligner brøkuttrykk, så er forholdet mellom teller og nevner helt avgjørende. Dersom vi skal velge det brøkuttrykket med størst verdi, så kan vi se etter brøkuttrykket der 1) teller er størst mulig og 2) nevner er minst mulig. For disse svaralternativene, vil begge disse være oppfylt for svaralternativ (A).

4. (E) $\frac{1}{2}$

Ved å se på hver av de skraverte områdene, finnes det et like stort område som ikke er skravert. Om vi sammenligner alle områdene og finner like mange (og like store) skraverte som ikke-skraverte, så vil halvparten av figuren være skravert.

5. (E) 8 poeng
Hvert lag spiller 3 kamper. Ingen av lagene kan få 8 poeng ettersom høyest mulige poengsum med tre seiere vil gi 9 poeng. Den nest høyeste poengsummen, to seiere og en uavgjort, vil gi 7 poeng.

6. (B) -120
   $6 \cdot (-5) \cdot 4 \quad = -120$

   De tre tallene med størst absoluttverdi gir det største absoluttverdien til svar. Så lenge ett eller tre av disse tre tallene er negative, så vil produktet bli negativt. Dermed vil dette bli det minste mulige resultatet.

7. (D) 5 timer
   Det tar 1 time for John å ta bussen begge veiene. Det vil si at bussen bruker en halv time en vei. Vi vet at John bruker 3 timer når han går den ene veien og tar bussen den andre, og da vet vi at han bruker 2,5 timer på å gå en vei.
   John bruker 2,5 timer · 2 = 5 timer på å gå begge veiene.

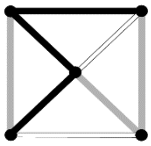
8. (B) 43
   En måte å finne det ut på er å summere alle tallene i radene og trekke fra summen av de to tallene i kolonnene: 24 + 26 + 40 – 27 – 20 = 43
   Man kan også prøve å sette inn tall, og fylle ut.

<u>4 poeng</u>

9. (A) 1 km
   Vi kan tenke oss at vi går «mot høyre» fra det første skiltet. Om vi da ser på «Atown», så har vi altså gått 5 km (avstanden til Atown har økt fra 2 km til 7 km). Ettersom avstanden til «Betown» var 4 km, betyr det at vi har passert «Betown», og gått 1 km etter dette.

10. (C) 4 km
    For å gå 5 km i gjennomsnitt per dag i hele mars må hun gå totalt 31 · 5 km = 155 km
    Det vil si at hun mangler 155 km – 95 km = 60 km, når hun legger seg 16. mars.
    Det er da 15 dager igjen av mars, så hun må gå 60 km : 15 dager = 4 km/dag, for å gå 155 km totalt i mars og dermed oppnå gjennomsnittet 5 km per dag i hele mars.

11. (B)



    Her kan det være lurt å gå systematisk til verks, og eliminere alle svar som må være feil. Hvordan vi ser figuren og hva vi velger å fokusere på først, er veldig individuelt.

12. (C) 25 elever

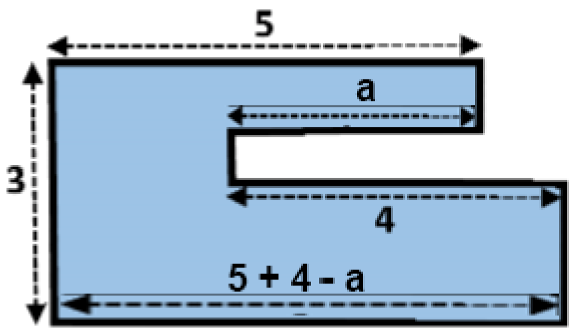
Dersom vi legger sammen elever som svømmer med de som danser, vet vi at 5 av elevene blir telt med to ganger. Summen av antall elever i klassen er $\frac{3}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$ og differansen mellom $\frac{6}{5}$ og 1 er $\frac{1}{5}$ som tilsvarer de 5 elevene som blir telt med to ganger. Det vil si at hele klassen, dvs. $\frac{5}{5}$, består av 25 elever.

Oppgaven kan også løses som ligning. La x være antall elever i klassen. Klassen kan deles i tre grupper; de som svømmer, men ikke danser, de som danser, men ikke svømmer og de 5 elevene som både svømmer og danser. Siden de som svømmer er $\frac{3}{5}$, er de som svømmer, men ikke danser $\frac{3x}{5} - 5$. Det samme gjelder for de som danser, men ikke svømmer. Legger vi sammen hele klassen får vi ligningen:

$(\frac{3x}{5} - 5) + 5 + (\frac{3x}{5} - 5) = x$. Løser vi ligningen finner vi at x = 25

13. (C) 24

Vi trenger ikke å vite alle avstandene for å kunne angi omkretsen. Den venstre siden er angitt til 3. Så alle de loddrette sidene på høyre side blir 3 til sammen. Vi har 5 og 4 som er angitt av de vannrette sidene. Utfordringen for de fleste vil være de to vannrette sidene som ikke er angitt. For å løse dette kan vi se på den nederste siden. Den vil være 5 + 4 – lengden på den øverste ukjente siden (se illustrasjon). Altså trenger vi ikke å vite lengden til a, da den skal trekkes fra omkretsen uansett.

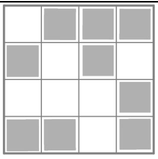
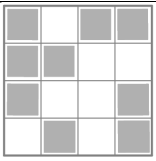
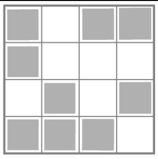
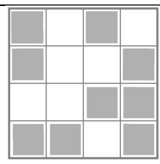
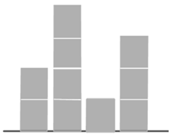
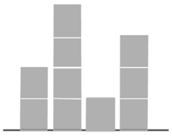
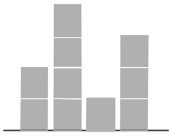
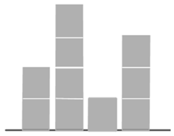


14. (A) 1 cm^2

Denne oppgaven kan løses uten bruk av Pytagoras´ læresetning. Kvadratet «på skrå» som dannes der AB er sidelengden, vil ha areal 5 cm · 5 cm = 25 cm^2. Da vil de fire trekantene som er utenom dette kvadratet ha areal 49 cm^2 – 25 cm^2 = 24cm^2. Dette tilsvarer igjen arealet til kvadratet «på skrå» utenom kvadratet i midten. Det vil si at arealet til kvadratet i midten er 25 cm^2 – 24 cm^2 = 1 cm^2

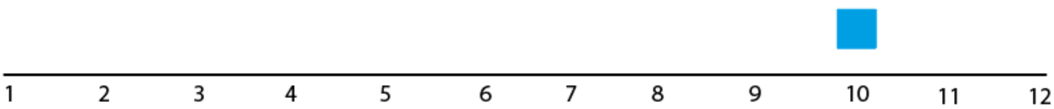
15. (D) 400%
    For å få lik lønn som sjefen sin lønn, så må Werner tjene 100 % av sjefen sin lønn. Dersom Werner øker sin lønn med 100 %, så vil han tjene dobbelt så mye som nå. Det vil si at han da vil tjene 40 % av sjefen sin lønn. Han må ha denne lønnsøkningen til sammen fire ganger for å tjene 100 % av sjefen sin lønn. Det vil si en økning som tilsvarer 400 % av det han nå tjener.

16. (B) 24 klosser
    Én måte å gjøre dette på er å vurdere alle løsningene. Det er fire måter klossene kan ha blitt satt opp på. Disse måtene er vist i tabellen nedenfor.

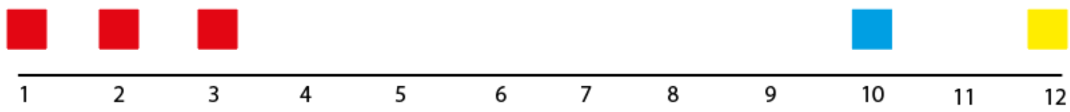
 4+8+2+9=23	 6+8+1+9=24	 6+8+2+6=22	 6+4+2+9=21
			

<u>5 poeng</u>

17. A) Grønn
    I slike oppgaver er det ofte en god framgangsmåte å starte med det vi er helt sikker på. I dette tilfellet er det én opplysning som gir helt sikker informasjon, nemlig at den tiende terningen fra venstre er blå:



Når den er helt sikker, er kan vi med sikkerhet si at terningen helt til venstre er rød, ettersom alle de rødene skal stå inntil hverandre, og det ikke er plass til tre røde på høyre side:



Ettersom de fire grønne terningene skal ligge inntil hverandre, så må det ligge en grønn i posisjon 6 og 7 uansett hvordan de siste terningene ligger.

18. A) 112,5°

Vinkelsummen i en firkant er alltid 360°. Én av vinklene er 90°, og en av vinklene er 45° (ettersom denne blir halvparten av den opprinnelige vinkelen). De to siste vinklene er like store, og er størst. Ettersom den vinkelen nederst til høyre har blitt 45° mindre, og ettersom vinkelsummen alltid er 360°, så har 45° fordelt seg jevnt på de to siste vinklene.

Størrelsen på én av disse vinklene er dermed 90° + 22,5° = 112,5°.

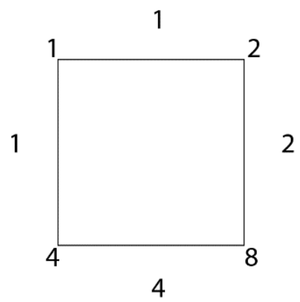
19. D) 10

For at halvparten av tallet skal være delelig med 2, så må tallet selv være delelig med 4. For at en tredel av tallet skal være delelig med 3, så må tallet selv være delelig med 9. For at en femdel av tallet skal være delelig med 5, så må tallet selv være delelig med 25. Tall som er delelig med både 4, 9 og 25 må være delelig med 900.

Det finnes 10 firesifrede tall som er delelig med 900: 1800, 2700, 3600, 4500, 5400, 6300, 7200, 8100, 9000, 9900.

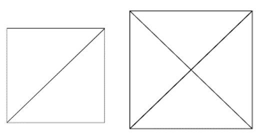
20. C) 8

En måte å løse oppgaven på er å prøve seg fram. Gjerne utforsk hva som skjer når et av tallene på sidene øker eller minker.

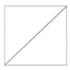
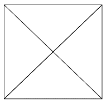


21. B) 8

Det er to måter vi kan sette sammen likebeinte trekanter sammen til et kvadrat. Slik:

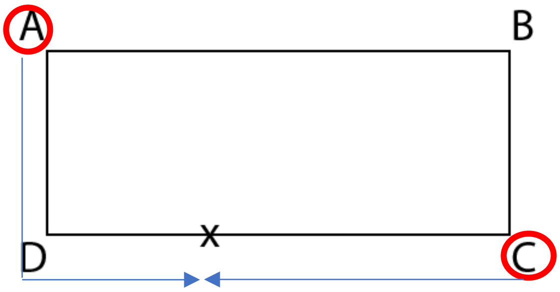


Om vi tenker at hver av disse to måtene er 1x1-kvadrat, så kan begge disse to igjen utvides til større kvadrater slik at vi får til sammen 8 ulike størrelser. Tabellen nedenfor viser en oversikt over kvadrater i ulike størrelser. De som merket med uthevet skrift, kan lages med de 52 brikkene.

	
2 x 1^2 = **2**	4 x 1^2 = **4**
2 x 2^2 = **8**	4 x 2^2 = **16**
2 x 3^2 = **18**	4 x 3^2 = **36**
2 x 4^2 = **32**	4 x 4^2 = 64
2 x 5^2 = **50**	
2 x 6^2 = 72	

22. D) 20 meter

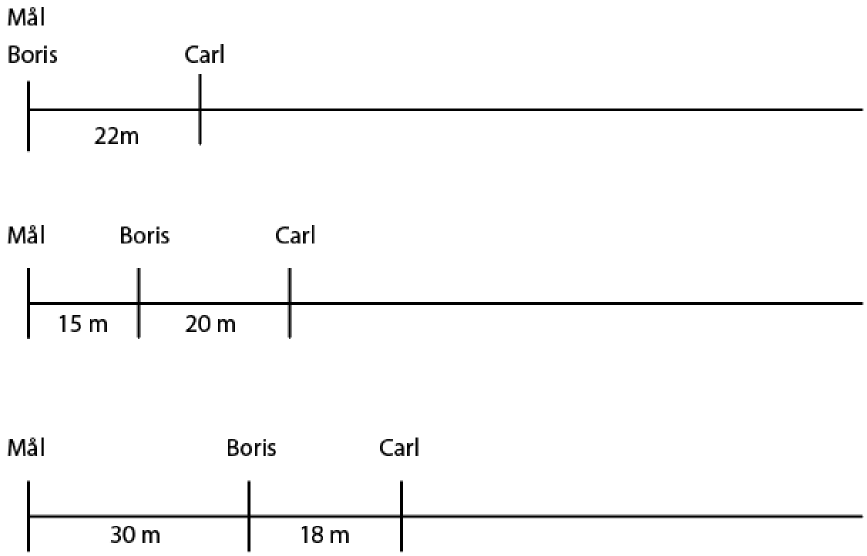
Vi kan plassere treneren et vilkårlig sted langs en av sidene. I figuren nedenfor har vi plassert han langs den ene langsiden, som er 25 meter lang.



Barn A og C går halvparten av omkretsen av bassenget det vil si 10 + 25 = 35 m. Det samme må barn B og D og gjøre. De fire barna må til sammen gå 70 m som er lik lengden av omkretsen til bassenget. I oppgaven vet vi at tre av barna har gått 50 m for å komme bort til treneren, og da må treneren gå 70 – 50 = 20 m for å komme bort til det fjerde barnet.

23. D) 165 m

Dersom vi kun betrakter avstanden mellom Boris og Carl, så ser vi at den er 22 m når Boris er i mål. Da Boris hadde 15 meter igjen å løpe, så var avstanden 20 m. Det vil si at Boris løper 2 meter lengre enn Carl for hver 15. meter Boris løper.
Se illustrasjon:



Når avstanden mellom Boris og Carl er 0, så er de ved startstreken. For å finne ut når denne avstanden er 0, så kan vi igjen se på avstanden mellom dem når Boris er i mål. Den er 22 m. Det vil si at vi må foreta 22 : 2 = 11 slike «hopp» på illustrasjonen for at avstanden skal bli 0. Ettersom ett slikt «hopp» er 15 meter, så blir regnestykket
$15 \cdot 11 = 165$ m.

24. C) 3
Både i første og tredje opplysning står det at det er to av sifrene som er riktige. Ingen av sifrene i disse opplysningene overlapper, så vi vet at alle fire sifrene er blant disse. I den siste opplysningen står det at ingen av disse sifrene er riktige. To av disse er i første opplysning, så vi vet altså at 1 og 3 må være med.
To av sifrene i den tredje opplysningen skal også være med, men her er det kun 7 vi kan utelukke. Hvis vi nå ser på den andre opplysningen, så vet vi at det må være 9 som er riktig ettersom det er det eneste som matcher sifrene i andre og tredje opplysning. Ettersom 9 også står på riktig plass, vet vi også at siffer nummer to må være 0. Dette fordi vi kan sammenligne med tredje opplysning, i og med at plassen til sifferet 5 har blitt opptatt av sifferet 9.
Nå må vi bare plassere 1 og 3 i de to siste plassene. Om vi ser på fjerde opplysning, så ser vi at 1 må være sifferet som er riktig. Men ettersom det står på feil plass når det står på plass fire, så må 1 stå på plass tre. Da blir de fire riktige sifrene slik:
9 – 0 – 1 – 3

Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E	Poeng
1	A					3
2			C			3
3	A					3
4					E	3
5					E	3
6		B				3
7				D		3
8		B				3
9	A					4
10			C			4
11		B				4
12			C			4
13			C			4
14	A					4
15				D		4
16		B				4
17	A					5
18	A					5
19			C			5
20			C			5
21		B				5
22					E	5
23				D		5
24			C			5
Høyeste mulige poengsum (Cadet)						96

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									