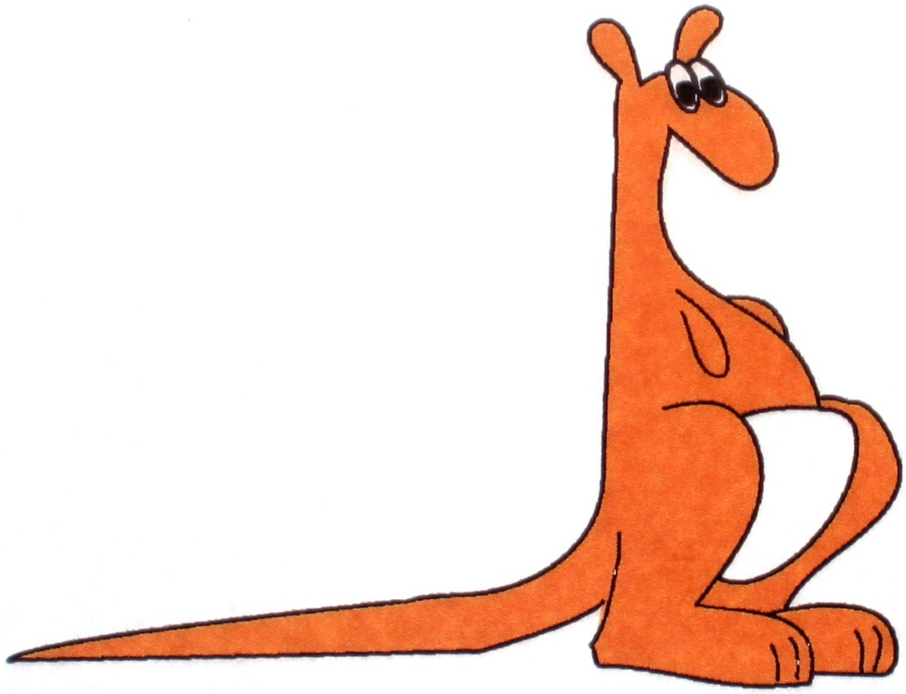
Kengurukonkurransen 2021

«Et sprang inn i matematikken»

Cadet (9. – 10. trinn)

Løsninger og registreringsskjema



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Dette heftet inneholder:

- Fasit og korte løsningsforslag
- Registreringsskjema

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Fasit med korte kommentarer

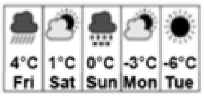
Mange matematiske problemer kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

<u>3 poeng</u>

1. A)

2. E) 50 %
For hvert grå område er det et like stort hvitt område, og til sammen danner de hvite og grå områdene hele figuren. Dermed må det være 50 % grå området til sammen.

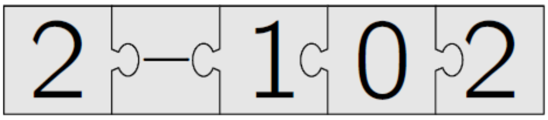
3. D)



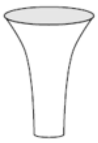
Det er kun i dette alternativet at temperaturen sank hver dag.

4. B) 6
Alle tallene som passer beskrivelsene, er:
1234 2345 3456 4567 5678 6789

5. A) –100
Om vi setter sammen puslespillet, blir det slik, altså regnestykket 2 – 102

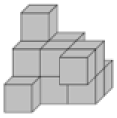


6. A)



I vasene der nederste halvdel er nøyaktig lik den øverste halvdelen så vil vannet stå nøyaktig halvveis til toppen. Dersom den nederste halvdelen er mindre enn den øverste halvdelen, så må vannet stå høyere enn midten. Det er kun i ett alternativ at dette er tilfelle.

7. E)

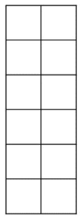


Ved å sammenligne alternativene med figuren, så kan vi eliminere alle alternativene som ikke passer med figuren.

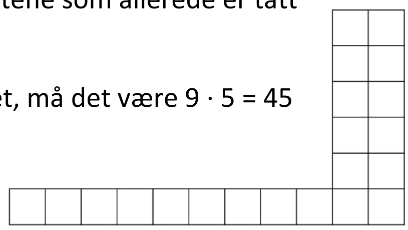
8. B) 1893
Det er ti siffer, så ved å øke hvert siffer med fem, så vil vi finne riktig siffer. Det første sifferet, som er 6, vil bli 7-8-9-0-<u>1</u>. Det neste, som er 3, vil bli 4-5-6-7-<u>8</u>. Dermed trenger vi ikke å gjøre det med flere siffer, ettersom det er kun ett alternativ som starter med 18.

<u>4 poeng</u>

9. D) 45
Når Nora tar to rader, og dette består av 12 biter, så må det se sånn ut:



Når June senere tar ei rad av kaka, så må disse være orientert motsatt vei, ettersom den besto av 9 biter. Satt sammen med de bitene som allerede er tatt av Nora, ser det sånn ut:



Om vi da regner ut de bitene som mangler i rektangelet, må det være 9 · 5 = 45

10. E) 500 g
Differansen mellom de to mengdene er 740 g – 560 g = 180 g. Dette tilsvarer $\frac{3}{5}$. Dermed vil $\frac{1}{5}$ utgjøre 180 g : 3 = 60 g. Dermed vil flaska være 560 g – 60 g = 500 g når den er tom.

11. B) 2,5 cm
25 · 30 = 750, og 750 – 690 = 60, så det totale overlappet er 60 cm.
Det er 24 overlapper, 60 : 24 = 2, 5 cm, så hver overlapp er 2,5 cm.

12. D) 20
En sirkel er 360°. Ettersom fem vinkler danner en sirkel, så må den største spisse vinkelen i trekantene være 360°: 5 = 72°. Ettersom vinkelsummen i en trekant er 180°, så må den minste vinkelen være 180°– 90° – 72°= 18°. For at disse skal danne en sirkel så må det være 360°: 18° = 20 av dem.

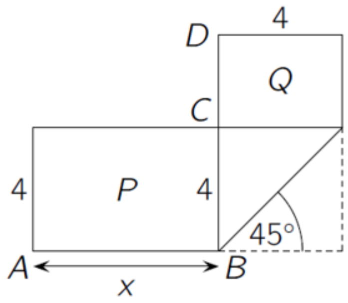
13. B) 1
Hvis vi klarer å få summen opp til 100 poeng, ved kun riktige og gale svar, så må resten av svarene være ikke besvart. Om han svarer de første 14 riktig, så vil han få 98 poeng for disse. Vi kan illustrere med å bruke en tabell hvor mange poeng han vil få opptil 20 besvarte spørsmål:

Riktige	Feil	Ubesvart	Poeng
14			98
15			105
15	1		101
15	2		97
16	2		104
16	3		100
16	3	1	100

Altså 1 ubesvart som gir 0 poeng.

14. C) 6

AB + BD er den originale lengden 13. På grunn av at bretten er 45°, så må BC være vinkelrett til AB og dermed parallell og lik siden 4. Dermed blir x + 4 + CD = 13 og fører til CD = 9 – x.



Arealet Q er dermed lik 4 · (9 – x). Ligningen P = 2Q blir 4 · x = 2 · 4 · (9 – x).
Ved å løse den får vi x = 6.

15. E) Kristina har like mange pærer som Lilly har epler

I boksen er det $\frac{2}{3}$ epler og $\frac{1}{3}$ pærer. En mulig måte å fordele fruktene på er å gi alle eplene til Kristina og alle pærene til Lilly. Da ser vi med en gang at utsagn A), B) og C) er usanne. Dette er dog bare én måte å fordele fruktene på. Om Kristina skal få én pære av Lilly, så må hun da gi ett eple tilbake for å opprettholde antallet frukter. Dette må de gjøre uansett hvor mange pærer og epler de bytter. D) vil da ikke være sant i disse tilfellene, mens E) alltid vil være sant.

Det går fint an å prøve seg fram for eksempel med 4 epler og 2 pærer. Sjekk ut alle muligheter hvordan fruktene kan fordeles mellom de to jentene. Vurdere utsagnene ut fra hvordan de fordeler fruktene, og finn hvilket utsagn som alltid vil være sann.

16. C) 3 km

Dal-Fjord + Fjord-Berg = Dal-Berg + 1 km
og
Dal-Fjord = Dal-Berg + Berg-Fjord – 5 km
så
Dal-Berg + Berg-Fjord – 5 km + Berg-Fjord = Dal-Berg + 1 km

Berg-Fjord + Berg-Fjord = 6 km => Berg-Fjord = 3 km

Vi kan finne ut de andre avstandene på samme måte, og da finner vi ut at dette er den korteste av de tre avstandene.

5 poeng

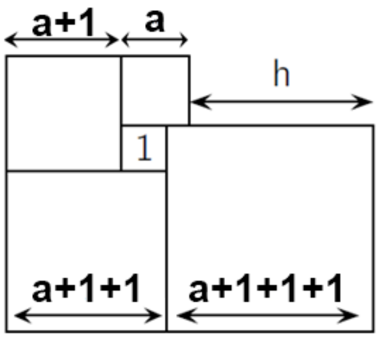
17. C) 4

Vi kan prøve oss fram med å sette inn en hvilken som helst lengde større enn 1 som sidelengden til det minste kvadratet. Da kan vi finne resten av sidene, som da er avhengig av denne lengden. Sidelengden til de to største kvadratene vil være lik summen av sidelengdene til de to minste kvadratene og h. Dermed kan vi regne oss fram til at lengden til h blir 4.

Bevis for dette er:

h+a+(a+1) = (a+1+1)+(a+1+1+1)

h = 4



18. C) 30%

For at $\frac{a}{b}$ skal få dobbelt så stor verdi, så må b halveres, dvs multipliseres med 0,5. Altså $\frac{a}{0{,}5b}$

La x være det vi endrer a med, og y være det vi endrer b med for at brøken sal få dobbelt så stor verdi. Så:

$\frac{a \cdot x}{b \cdot y} = \frac{a}{0{,}5b}$

y = 0,5x

Når vi da multipliserer telleren med 1,4 (økning med 40 %), så må vi multiplisere nevneren med halvparten av 1,4 som er 0,7. Ergo en redusering med 30 %.

19. D) D

Her kan vi ikke telle de merkede kulene, fordi flere kuler overlapper i bildene. Vi må dermed finne kantene som er like i de tre trekantene vi ser. I trekanten til høyre ser vi at den ene kanten er D-A-D-A, som er det samme som den ene kanten i trekanten til venstre. Når vi setter disse sammen, så ser vi at den andre kanten til trekanten til høyre matcher den ene kanten i trekanten i midten, altså D-B-E-C. Og den siste kanten i trekanten i midten, D-C-B-D, matcher trekanten til venstre. Da har vi «bygd» pyramiden, og vi kan telle opp merkene, for å se hvilken bokstav som mangler.

20. B) 27

Denne oppgaven er en ressurs i mattelist.no. Se løsningsforslag: https://www.mattelist.no/156

21. B) 29

I denne oppgaven kan vi bruke alternativene for å undersøke hvor mange det kan være. La oss prøve med 91 brikker først: Om det må være minst 1 grønn blant 27 tilfeldige brikker, så må det minst være 91 – 26 = 65 grønne brikker. Da fungerer det ikke med de andre opplysningene, så E) kan utelukkes. På samme måte kan også raskt utelukke D) og C). Om vi da prøver med 29 brikker, ser vi at det må være minst 29 – 26 = 3 grønne brikker. Det må minst være 29 – 24 = 5 røde brikker. Det må være minst være 29 – 21 = 8 blå brikker. Det må minst være 29 – 16 = 13 gule brikker. Dette blir til sammen 29, så dermed er 29 det største antallet brikker det kan være i boksen.

22. D) 20
Alle femkantene grenser til sammen til 60 sekskanter (12 · 5). Ettersom sekskantene har blitt regnet med flere ganger må vi finne hvor mye det utgjør. Ettersom hver sekskant grenser til 3 femkanter, har dermed hver sekskant blitt regnet med 3 ganger.

Da blir det riktige antallet sekskanter 60 : 3 = 20 sekskanter

23. B) 20

Dersom vi ser på fire kenguruer på rad, så må både de tre første og de tre siste kenguruene ha ulike farger. Dermed må første og fjerde kenguru ha den samme fargen. Dermed må den samme fargen gå igjen på hver tredje kenguru. Kenguru nummer 20 og kenguru nummer 2021 må ha samme farge:

$20 = 6 \cdot 3 + 2 \qquad 2021 = 673 \cdot 3 + 2$

Ettersom kun én av gjettingene er feil så må det være kenguru nummer 20.

24. A) 1
Fyll ut tabellen, og start gjerne med det vi kan være helt sikre på. For eksempel vet vi at A må møte F i runde 2 (merket med blå ring i tabellen) som igjen betyr at A må møte D i runde 4. Når tabellen er korrekt utfylt, ser den slik ut:

1	2	3	4	5
A – B	C – D	A – E	E – F	A – C
C – E	A – F	B – D	A – D	B – F
D – F	B – E	C – F	B – C	D – E

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Oppgave	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**Poeng**
1	A					3
2					E	3
3				D		3
4		B				3
5	A					3
6	A					3
7					E	3
8		B				3
9				D		4
10					E	4
11		B				4
12				D		4
13		B				4
14			C			4
15					E	4
16			C			4
17			C			5
18			C			5
19				D		5
20		B				5
21		B				5
22				D		5
23		B				5
24	A					5
					Høyeste mulige poengsum (Cadet)	96

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									