MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

NYTT FRA MATEMATIKKSENTERET

Vi jobber med kompetanseutvikling, forskning, formidling og utvikling av læringsressurser og digitale verktøy, i tett samarbeid med praksisfeltet.

I dette nummeret skriver vi om:

- Grenseobjekt for god sammenheng i matematikkfaget
- Å arbeide med “Hopp videre med kenguru” i klasserommet

Vi jobber tett med både praksisfeltet, lærerutdanningene, høgskoler og universitet. Vi har ca. 30 ansatte, hvor de fleste har bakgrunn som lærere fra grunnskolen, videregående skole, lærerutdanning eller som barnehagelærere. Vi forsker på matematikkdidaktikk, og utvikler arbeidsmetoder og læringsressurser.

Besøk våre nettsider:

Matematikksenteret.no
Fagstoff og læringsressurser

MatteLIST.no
Oppgaver og aktiviteter for utforskning og problemløsning

Matematikk.org
Spill, oppgaver og fakta om matematikk

Alleteller.no
Vurderingsverktøy for talloppfatning og tallforståelse

Realfagsloyper.no
Kompetanseutvikling i realfagene

NTNU

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

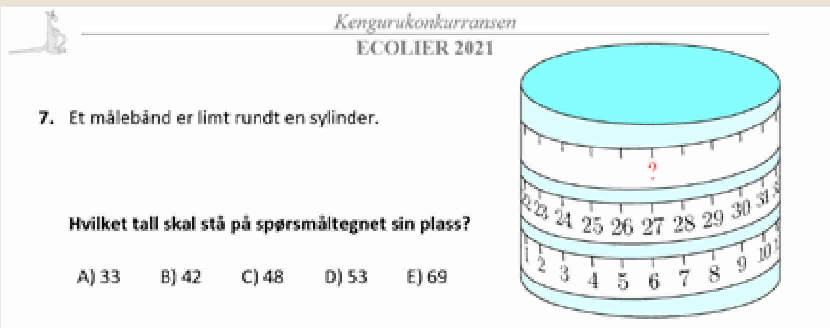
Å arbeide med «Hopp videre med kenguru» i klasserommet

Stig Atle Myhre

Tilpasset undervisning i matematikkfaget er ikke alltid enkelt. Noen velger å løse det ved å dele elevene inn i grupper som arbeider med ulike oppgaver. En utfordring med denne tilnærmingen er at det er vanskelig å få til gode diskusjoner om elevene ikke har arbeidet med de samme oppgavene. For å ivareta muligheten til tilpasset undervisning samtidig som du legger opp til gode diskusjoner i klasserommet, er oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde[1] et godt alternativ. Disse oppgavene kalles «LIST-oppgaver» eller «rike oppgaver». *Lav inngangsterskel* betyr at det skal være enkelt å komme i gang med oppgaven, og at alle elevene skal ha en tanke om hvordan de skal sette i gang for å løse den. *Stor takhøyde* vil si at oppgaven kan utvides slik at det gir muligheter for dybdelæring. Det er flere fordeler med å utvide oppgaver på en slik måte i stedet for at elevene får en ny oppgave å arbeide med. Det at elevene allerede «er inne i» konteksten og strategiene, gjør at de raskere kan gå i gang med den matematiske utfordringen. Dessuten kan det føre til mer dybdelæring om elevene får se hva som skjer med sine strategier når det kommer nye forutsetninger. For eksempel får de se om strategiene deres fortsatt fungerer, eller om de må justere dem.

Mange kenguruoppgaver har kvaliteter som gjør at de er oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Derfor har Matematikksenteret laget ressurser som kan brukes som utgangspunkt både for å utvide kenguruoppgaver, og være grunnlag for diskusjoner i klasserommet. Ressursene kalles «Hopp videre med kenguru», og finnes under «Kengurusidene» på matematikksenteret.no[2]. Ressursene er utformet som oppgaveark, slik at det er fritt fram for alle å bruke dem slik de ønsker. Vår anbefaling er dog at de gis til alle elevene slik at oppgavene kan være utgangspunkt for diskusjoner i klasserommet. Vi har laget forslag til noen utvidelser av oppgavene i dette oppgavearket, men det er rom for å utvide oppgavene enda mer. Du kan også ta utgangspunkt i andre kenguruoppgaver, ettersom det er mange andre kenguruoppgaver som egner seg godt til dette. Å endre noen forutsetninger i oppgaven for å se hvordan det påvirker løsningsmetoder og svar, kan gjøres på veldig mange oppgaver uten at det blir mye ekstraarbeid for læreren. I noen oppgaver trengs det ikke mer enn å endre på et tall for at oppgaven blir en ny utfordring.

I arbeidet med å utvikle «Hopp videre med kenguru» ble ressursen det refereres til i denne teksten prøvd ut på 7. trinn. Ressursen kalles «Målebånd», og originaloppgaven var med i kengurukon-



Figur *1*: Originaloppgave

kurransen for 2021. Figur 1 viser hvordan originaloppgaven så ut.

Oppgaven omhandler mønster og tall. Det er tre rader, der tallene i den øverste raden ikke vises. Oppgaven for elevene er å finne hvilket tall som skal stå på en av disse plassene. Det er to strategier som egner seg for å løse oppgaven. Jeg velger her å kalle dem for horisontal og vertikal strategi. Den horisontale strategien går ut på om elevene ser etter hva som ikke vises mellom radene. Altså hvor mange tall er det mellom det siste tallet i en rad, og det første tallet i neste rad. Her vil de da se at det er 11 i differanse mellom 11 og 22. Da vil det første tallet i den tredje raden være 43, ettersom det er 11 større enn 32. Så er det bare å telle seg fram til spørsmålstegnet sin plass. Den vertikale strategien er å se kolonnene, og regne ut hvor stor differanse det er fra en plass til tilsvarende plass på raden ovenfor/nedenfor. Mellom 6 og 27 er det 21 i differanse, så 27+21 er tallet på spørsmålstegnet sin plass. De to strategiene er like gyldige og gode, så det bør ikke være noe krav om at elevene bør velge den ene strategien framfor den andre. Derfor bør elevene få kunne bruke den strategien de føler er naturlig, og heller ha en samtale om strategiene i fellesskap i klassen.

Det var ganske få elever i klassen som fikk riktig svar på denne oppgaven da de hadde den i selve konkurransen, så vi startet økta med en forberedende aktivitet. På den måten kunne elevene få arbeide litt mer med temaet uten at jeg som lærer røpte for mye av strategiene for elevene. Det var ønskelig at elevene selv skulle finne strategiene de ville bruke på oppgaven. Ettersom oppgaven omhandler tall og mønster, så var «Telle i kor»[3] godt egnet som forberedende aktivitet. Fokuset i økta med «Telle i kor» i dette arbeidet var å legge stoppunkter og diskusjoner slik at elevene kunne telle videre til neste rad, men også slik at de kunne se mønster nedover i kolonnene. Dette var i tråd med de to måtene å se mønsteret i «Hopp videre»-oppgavene som de skulle arbeide med senere i økta.

Når elevene arbeidet med Hopp videre-oppgavene, samarbeidet de

Figur 2: Horisontal strategi

Figur 3: Vertikal strategi

sammen to og to med oppgavearket som de fikk utdelt. Som lærer gikk jeg rundt til gruppene og så hvilke strategier de brukte. Dette var viktig for den påfølgende samtalen vi skulle ha om oppgavene. Jeg registrerte at de aller fleste løste oppgavene ved å bruke vertikal strategi, men det var også noen grupper som brukte horisontal strategi. I figur 2 og 3 ser vi de to ulike strategiene brukt på oppgave 2 på oppgavearket.

I den påfølgende samtalen om oppgavene skulle to grupper forklare metoden sin til resten av klassen. Under arbeidet med oppgavene hadde jeg valgt ut hvilke grupper det skulle være, slik at de representerte én av hver av strategiene. Målet mitt som lærer i denne sekvensen, var at alle elevene skulle klare å forstå begge strategiene. Ettersom jeg vurderte strategiene til å være like gyldige og gode, så ønsket jeg at fokuset skulle være på dybdelæring. Samtalen skulle derfor omhandle sammenhengene mellom strategiene og hvorfor de alltid fungerer. Bruk av samtaletrekk[4] var et godt hjelpemiddel for å drive samtalen framover. Viktige spørsmål å stille var «Hva var likt, og hva var ulikt med måtene?», og «Hvorfor er det ikke de samme tallene som blir lagt sammen i de to måtene?» (med tanke på at det i oppgave 2 er 16 som blir lagt til i den horisontale strategien, mens det er 36 som blir lagt til i den vertikale strategien).

Elevene avsluttet økta med at de selv skulle lage en lignende oppgave. Det kan ofte være mer krevende å lage en oppgave selv, enn det er å løse den. Elevene trenger øving i arbeide på denne måten, og det kan etter hvert bli en veldig positiv aktivitet. Elevene kan prøve oppgavene ut på hverandre og ofte synes elevene dette er ganske gøy. Det kan også være en fin måte å jobbe på som supplerer vurderingsarbeidet til læreren. Elevene kan ta i bruk det de har lært i en slik aktivitet, og vurdering blir en naturlig del av undervisningen. Da kan læreren gi tilbakemelding hvordan elevene kan jobbe videre. I flere av ressursene i «Hopp videre med kenguru» er det lagt opp til at elevene skal lage oppgaver selv. Men det er jo selvfølgelig mulig for læreren å legge inn dette som aktivitet, uavhengig om det er en slik oppgave i ressursen eller ikke.

Oppsummering

For å oppsummere kort hvordan ei undervisningsøkt med «Hopp videre med kenguru» kan være:

Læreren bør sette seg godt inn i oppgavene som skal brukes i forkant av økta, både når det gjelder oppgavene som skal brukes, og eventuelt hvordan en samtale/diskusjon skal være.

En forberedende aktivitet kan være nyttig dersom elevene har behov for det. Bruk gjerne «telle i kor» eller lignende der det er naturlig og henger sammen med den matematiske ideen som oppgavene omhandler.

Vi anbefaler at læreren planlegger en samtale/diskusjon underveis, og at læreren er forberedt på hvordan denne samtalen skal være. Noen spørsmål som skal stilles for å belyse dette bør være planlagt på forhånd.

En fin avsluttende aktivitet kan være at elevene lager oppgaver til hverandre. Da kan elevene få bruke det de har lært, og læreren kan få en ytterligere mulighet til å vurdere elevenes læring.

Noter

1 Les mer om LIST-oppgaver på mattelist.no

2 https://www.matematikksenteret.no/læringsressurser-og-undervisningsopplegg/kenguru/hopp-videre-med-kenguru

3 Les mer om «telle i kor» her: https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/telle-i-kor

4 Les mer om samtaletrekk her: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%2020-21/Modul%202/02%20W%C3%A6ge.%20Samtaletrekk.pdf

Grenseobjekt for god sammenheng i matematikkfaget

Camilla Justnes, Ingunn Valbekmo, Svein H. Torkildsen

Studier av overgangssituasjoner viser at alle overganger byr på muligheter som ansatte i barnehager og skoler kan gripe fatt i. I overganger oppstår ofte et brudd i kontinuitet. Dersom ansatte i barnehagen og lærere i skolen sammen kan skape kontinuitet for barn og unge, vil det være med på å trygge overgangssituasjonene (Akkerman & Bakker, 2011). Når barnehager og skoler samarbeider om å skape sammenheng i overgangen for barna, er det en rekke «tiltak/grep» som kan styrke samarbeidet for barnas beste.

Barn og unge starter ikke med blanke ark etter en overgang. De benytter seg av sine tidligere erfaringer i møte med nye utfordringer. Et grep for å sikre en viss kontinuitet i overgangssituasjoner er å ta i bruk grenseobjekter. Grenseobjekter er gjenkjennelige objekter som kan lette overganger ved at de får en funksjon som brobygger. Grenseobjekter kan være bildebøker, elementer fra naturen, lekemateriell eller faglige elementer, slik som bestemte matematiske representasjoner eller strategier (Hogsnes, 2016). Mange kommuner (blant annet Sola, Bærum, Trondheim) bruker grenseobjekter aktivt i overgangen fra barnehage til skole. Vi mener at grenseobjekter kan bidra til sammenheng i matematikkundervisningen, og at grenseobjekt kan være med på å skape kontinuitet i overgangen fra barnetrinn til ungdomstrinn også. I et samarbeid med Kristiansund kommune har vi arbeidet aktivt for å finne gode grenseobjekter både for overgangen barnehage-barnetrinn og overgangen barnetrinn-ungdomstrinn.

Vi vil videre fortelle om dette prosjektet og arbeidet med å finne gode grenseobjekter til overgangssituasjonene. Samarbeidet har pågått siden 2019 og har vært en del av kommunens satsing som realfagskommune. Samarbeidet har hele veien vært styrt av samskaping, og i kommunens strategiplaner var arbeidet med overgangssituasjoner trukket fram som et ønsket satsningsområde. Deltakerne i nettverket ønsket å se på mulighetene for å bestemme grenseobjekter for overgangssituasjonene, og mulige grenseobjekter ble løftet fram og diskutert.

Overgangen barnehage-skole

Trondheim kommune og Bærum kommune er to kommuner som har valgt å benytte seg av grenseobjekter som en av flere rutiner for overgangen mellom barnehage og skole. I arbeidet med å velge ut grenseobjekter, har de tatt utgangspunkt i at grenseobjektene skal befinne seg i både barnehage og skole, at de skal være gjenkjennelige for barna og at de skal være fleksible i tolkning og bruk. Alle barnehager og skoler i disse to kommunene skal la barna bli kjent med en felles bok, en lek, en sang og et spill.

Det er en rekke fordeler med at grenseobjektene skal være fleksible i tolkning og bruk. Et fleksibelt grenseobjekt kan være et utgangspunkt for samtaler, der samtalen handler om det barna kjenner til, er interessert i og erfaringer de har gjort seg med grenseobjektet. Dersom flere barn har erfaringer med det samme grenseobjektet, får flere barn muligheter til å delta i samtalen. Ved hjelp av grenseobjektene, kan altså barna dele erfaringer fra barnehagen i skolen. Når grenseobjektet kan relateres til matematiske ideer, kan samtalen handle om matematiske erfaringer og opplevelser. Et grenseobjekt med matematiske muligheter gir ikke bare barna muligheter til å bidra i faglige samtaler, det gir også læreren verdifull kunnskap om barnas tidligere matematiske erfaringer og ideer, som læreren kan bygge videre på i sin undervisning.

En annen fordel med at grenseobjektene er fleksible, er at de kan bidra til matematisk utvikling både i barnehagen og i skolen. Det er ikke et mål at barnehagen og skolen skal bruke grenseobjektene likt, men heller at skolen bygger videre på det arbeidet som er startet i barnehagen. Det er grenseobjektet i seg selv som skal være gjenkjennelig for barna. Når grenseobjektet er fleksibelt gir det barnehagen og skolen muligheter for å integrere og utvikle arbeidet med grenseobjektet som en del av den allerede etablerte praksisen.

Geitekillingen som kunne telle til ti – et godt valg

Kristiansund kommune har sett på hvilke muligheter «Geitekillingen som kunne telle til ti» gir som grenseobjekt, spesielt med tanke på matematikk.

I rammeplanen står det blant annet at personalet skal bruke bøker for å inspirere til matematisk tekning og at gjennom arbeidet med antall, rom og form skal barnehagen bidra til at barna får leke og eksperimentere med tall, mengde og telling og får erfaring med ulike måter å uttrykke dette på (s. 54). Dette kan vi se i sammenheng med kjerneelementene og kompetansemål i matematikk, der elevene for eksempel skal representere tall på ulike måter og oversette mellom ulike representasjoner. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske, og læreplanen legger vekt på at elevene får muligheten til å bruke de matematiske representasjonene i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler (s. 31 og 33). Det ga derfor god mening at ansatte i barnehage og på 1. og 2. trinn i første omgang sammen analyserte hvilke muligheter boken gir for matematiske erfaringer og ulike uttrykksformer, og deretter presenterte dette for hverandre.

De ansatte la vekt på at barna må få høre historien flere ganger, leke historien, både med dramatisering og med lekedyr, og etter hvert undre seg over og utforske telling og tallord.

Overgangen barnetrinn-ungdomstrinn

På samlinger i realfagsnettverket ble mulige grenseobjekt for småtrinn-mellomtrinn og mellomtrinn-ungdomstrinn drøftet. Det var stor enighet om å innarbeide grenseobjekt knyttet til matematikk som et element i kommunens overgangsplan. Drøftinger på nettverkssamlinger for skole, endte opp med å foreslå at et utvalg representasjoner blir innarbeidet i overgangsplanen. Kommunens ståstedsanalyse viser blant annet at lærerne på småtrinnet bruker ulike former for konkretisering. Men bruken avtar etter hvert, og på ungdomstrinnet brukes konkretisering i liten grad.

Representasjoner – et godt valg

Valg av representasjon for skole falt på tre sentrale visuelle representasjoner: tallinje, barmodellen og arealmodellen. Ved å velge disse visuelle representasjonene som gjennomgående grenseobjekt får elevene i tillegg mulighet bli kjent med en sentral problemløsingsstrategi: Lag en tegning.

De tre representasjonene har alle egenskaper som gjør det mulig å la dem være verktøy i både begrepsutvikling og problemløsing. Figur 1 (NCTEM) viser hvordan konkreter og visuelle representasjoner kan være nyttige verktøy for å utvikle forståelse av matematiske ideer, få oversikt over problem og identifisere matematikken som trengs for å løse problemer.

I fortsettelsen viser vi eksempler på områder der disse visuelle representasjonene kan være nyttige på ulike nivåer i skoleløpet.

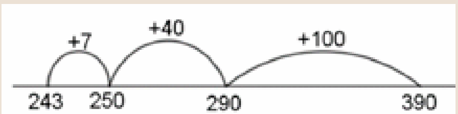
Tallinje

Cambridge Mathematics har laget en rekke «Espressoer», som er populærvitenskapelige tekster om forskning. I espressoen «The number

Figur 1

line: a flexible and useful model»[1] presenterer de hva forskning sier om tallinjen. Her blir det slått fast at tallinjen som representasjon kan bli en viktig modell for å forstå matematikk på ulike nivå.

Elever som har arbeidet med kuleramme eller perlekjede vil sannsynligvis intuitivt forstå ei tallinje med nøyaktig avstand mellom markeringene av tall. Det kan gi nødvendig støtte for tanken når de yngste elevene for eksempel arbeider med addisjon, subtraksjon og rekketelling. Figur 2 viser hvordan ei åpen tallinje kan gi elevene støtte for tanken i arbeid med regneoperasjoner med større tall:



Figur 2

Elever som får bruke og konstruere ulike tallinjemodeller, basert på deres intuitive mentale tallinjer, får god støtte i matematisk utvikling. Modellen kan tilpasses både brøk og desimaltall, og det er sentrale tema på mellomtrinnet.

Den doble tallinja i figur 3 kan brukes til problemstillinger som er aktuelle på ungdomstrinnet. Visualisering av en problemstilling der man skal finne 100 % av en størrelse når 125 % av størrelsen er gitt. Modellen kan gi oversikt over problemstillingen og gi ideer til hvilken matematikk man kan ta i bruk for å finne 100 %.

Figur 3

Barmodeller

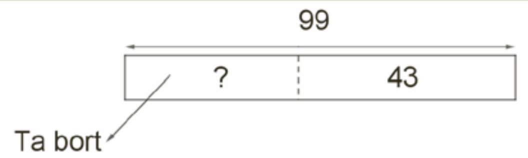
Barmodellen gir elevene mulighet til å «se» matematiske strukturer. Det er ikke i seg selv en problemløsingsmetode. Det er snarere en metode for å få klarhet i den matematiske strukturen i et problem. Elevene kan få et visuelt bilde av hvordan man kan oversette et problem til matematisk symbolspråk, noe som setter dem i stand til å løse problemet. Barmodellen egner seg til å representere de fire regneartene, forhold mellom størrelser, proporsjoner, variabler og ukjente i et problem. Barmodellen kan altså fungere som førstadiet til mer symbolsk algebra (NCTEM).

Det fins to hovedtyper av barmodeller: modeller for å visualisere del(er)-helhet og modeller for å visualisere sammenlikning mellom størrelser.

Figur 4 viser hvordan en del-hel modell kan visualisere en aktuell matematisk problemstilling på småtrinnet.

Hvilket tall skal stå på plassen til spørsmålstegnet? 99 – ? = 43

Modellen kan tegnes parallelt med en retorisk tolking av oppgaven: Vi har 99 og skal ta bort noe, men vi vet ikke hvor mye. Da har vi 43 igjen.

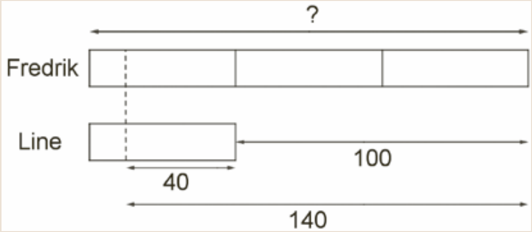


Figur 4

Figur 5 viser hvordan en modell for å sammenlikne størrelser kan visualisere en aktuell problemstilling på mellom- eller ungdomstrinnet.

Fredrik har tre ganger så mye penger som Line. Når Fredrik bruker 140 kroner og Line bruker 40 kroner har de like mange kroner igjen. Hvor mange kroner hadde Fredrik?

Den stiplede linja viser at etter handelen hadde begge like mye.



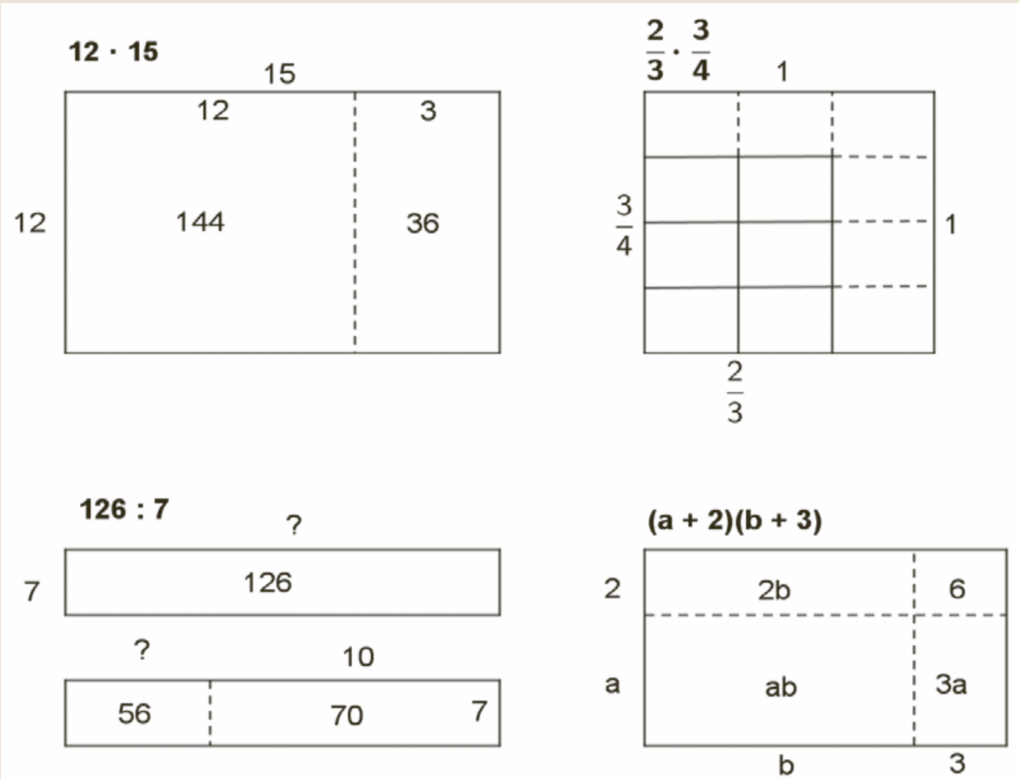
Figur 5

Arealmodeller

Arealmodellen kan introduseres tidlig i elevenes møte med multiplikasjon og divisjon. Elevene kan tegne kvadrater på et rutepapir og lage multiplikasjonsstykker som gir antall kvadrater i rektanglet. Med utgangspunkt i rektangler med nøyaktig størrelse på kantene kan forståelsen for modellen utvikles på en måte som tilsvarer det som ble skissert fra ei nøyaktig til ei åpen tall-linje.

Figur 6 viser hvordan arealmodellen kan brukes både i multiplikasjon og divisjon på ulike nivå.

Figurene viser at de tre modellene – tallinje,



Figur 6

barmodell og arealmodell – er anvendelige på matematiske problemstillinger som behandles på alle klassetrinn i grunnskolen. Slike fleksible modeller vil kunne fungere godt som grenseobjekt i overgangen småtrinn-mellomtrinn og mellomtrinn-ungdomstrinn. Om lærerne har en felles forståelse av når bruk av de ulike modellene er egnet og hvordan de best kan illustrere matematiske ideer og sammenhenger, vil det gi elevene bedre muligheter for å ta modellene i bruk som verktøy i arbeidet med matematiske problemstillinger.

Modeller har potensiale i seg til å fungere som en brobygger mellom uformell og formell matematikk. I starten knyttes modellene til en konkret matematisk situasjon. Modellen man lager er da en *modell av* tanken. På et seinere tidspunkt kan slike kontekstspesifikke modeller bli generalisert til en *modell for* tanken. Modellen brukes da *som* støtte for å organisere både tilsvarende og nye situasjoner og for å resonnere matematisk (van den Heuvel-Panhuizen, M. 2003).

Nettverk

For å unngå at nettverksarbeidet bare kretser rundt praksisfortellinger, valgte de ansatte i barnehage og lærere på 1.–2. trinn i Kristiansund å diskutere hvordan de ulike uttrykksmåtene og representasjonen knyttet til Geitekillingen kan bygge på hverandre, hvordan en kan se dem i sammenheng, og hva som kan være problematisk med dem med tanke på matematikk. Når de ansatte diskuterer hvilke ideer eller representasjoner som potensielt kan føre til matematiske misoppfatninger, kan de også diskutere hvordan man kan møte slike utfordringer, både i barnehagen og de første årene i skolen.

I løpet av prosjektperioden førte diskusjonene fram til at lærerne på 3.–10. trinn valgte å anbefale de tre nevnte representasjonene som grenseobjekt alle lærere som underviser i matematikk må forplikte seg på å arbeide med i matematikkundervisningen. Lærerne har et ønske om å vedlikeholde det nettverkssamarbeidet som er utviklet gjennom prosjektet realfagskommune. Levedyktigheten til slike fagnettverk avhenger av flere forhold. Et av de viktigste er at man har noe meningsfylt å samarbeide om. Med utgangspunkt i de ønskede grenseobjektene får man mulighet for å dele erfaringer og diskutere seg fram til en felles forståelse av modellenes verdi for elevenes utvikling av matematisk kompetanse, inkludert faglige og didaktiske utfordringer ved introduksjon og bruk av modeller. Det bør være interessant for alle som underviser i matematikk.

Noter

1 Matematikksenteret oversetter denne og flere andre espressoer som blir lagt ut på nettsiden mattelist.no

Referanser

Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research, 81*(2), 132–169.

Hogsnes, H. D. (2016). *Kontinuitet og diskontinuitet i overgangen fra barnehage til skolefritidsordning og skole*. Doktoravhandling, Fakultet for humaniora og utdanningsvitenskap, Høgskolen i Sørøst-Norge.

Strand, G. M. (2019). Experiencing the transition to lower secondary school: Students' voices. *International Journal of Educational Research, 97*, 13–21.

Vinje, B. (2019). Den gode overgangen – fra barnetrinn til ungdomstrinn. *Realfagsløyper*. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-05/Fagtekst%20den%20gode%20overgangen_BU_mai19_0

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003) The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics 54*, 9–3.

Cambridge Mathematics, Espresso. (2021). *The Number Line: a flexible and useful model*. https://www.cambridgemaths.org/espresso/view/the-number-line/

NCTEM. *The Bar Model*. https://www.ncetm.org.uk/classroom-resources/ca-the-bar-model/