

Areal og omkrets

Mange elever forklarer areal ved å si at det er det samme som lengde gange bredde. Disse elevene refererer til en lært formel for areal uten at vi vet om de skjønner at areal er et mål for hvor stor flate en figur har. Omkrets blir ofte av elever brukt synonymt med å måle hvor langt det er rundt en figur, noe som gir et godt bilde på hva det er. Omkrets måles i lengdeenheter mens areal måles i arealenheter i to dimensjoner som gir en flate. I mange lærebøker behandles areal og omkrets hver for seg. På disse sidene presenteres oppgaver og oppgaveideer hvor det fokuseres på sammenhenger mellom areal og omkrets.

Introduksjonsoppgave:

Før elevene går i gang med oppgavene på de neste sidene, bør de ha en viss forståelse av hva omkrets og areal er. Det er en stor fordel at elevene i forkant enten har arbeidet med oppgaven nedenfor eller lignende oppgaver.

1. Bruk et rutenett og tegn så mange forskjellige rektangler som mulig med areal 24. Hver rute tilsvarer en arealenheter. Finn omkretsen av alle rektanglene. Hvilket rektangel har den minste omkretsen? Hvilket rektangel har den største omkretsen? Sammenlign formen til rektangelet med minst og størst omkrets. Beskriv forskjellen.
2. I et rutenett har hver rute en omkrets på 4. Bruk et rutenett og tegn ulike figurer hvor omkretsen er 16. Finn arealet til hver av figurene. Hvilken av figurene har minst areal, og hvilken figur har størst areal? Sammenlign formen på disse figurene og beskriv forskjellen.

Nøkkelspørsmål til eller i etterkant av introduksjonsoppgaven:

- Kan arealet i en figur være fast, men at lengden til omkretsen kan endres?
- Kan omkretsen i en figur være fast samtidig som arealet blir større eller mindre?
- Hva er den minste omkretsen en figur med areal for eksempel på 15m^2 kan ha?
- Hvilke egenskaper har kvadratet (og eventuelt sirkelen) i denne sammenhengen?
- Er det mulig å lage en figur hvor både omkrets og areal har samme måltall? For eksempel at omkretsen er 18 m samtidig som arealet er 18m^2 ?
(Det er mulig å lage et kvadrat med sidelengde 4 cm hvor omkretsen da er 16 cm og arealet vil er 16cm^2).

Arbeid med areal og omkrets:

Oppgavene på de neste sidene er valgt ut fordi de stiller spørsmål rundt sammenhengen mellom omkrets og areal. Oppgavene er varierte og er ikke nødvendigvis plassert i en rekkefølge med stigende vanskegrad. Under hver oppgave finnes tips til nøkkelspørsmål som lærer kan stille til elever underveis og eksempler på hvordan oppgaven kan utvides eventuelt

forenkles. Fasit finnes på siste side.

Alle oppgavene er hentet fra Kengurukonkurransen og er merket med bokstavene **E**(Ecolier), **B**(Benjamin) eller **C**(Cadet) som viser hvilket oppgavesett de er hentet fra. Når det for eksempel står **B7-2015**, viser **7** til originalnummeret mens de fire siste sifrene står for hvilket år oppgaven var med i Kengurukonkurransen.

Flere oppgaver finnes på www.matematikkenteret.no/kengurusidene

1. (B3-2012)

Sally legger 4 mynter inni et kvadrat laget av fire fyrstikker. Se bildet. Hun vil også lage et kvadrat hvor det er plass til 16 mynter.

Hvor mange fyrstikker trenger hun til et slikt kvadrat?

**(A)** 8**(B)** 10**(C)** 12**(D)** 15**(E)** 16Tips:

- Svaralternativene kan skjules. Når elevene har løst oppgaven, kan de få se alternativene og sjekke om svaret deres finnes blant alternativene.

Videre utforsking – utvidelse av oppgaven:

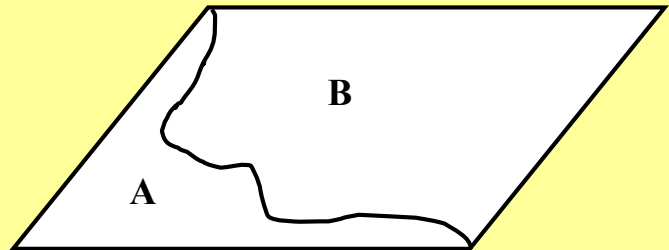
- Tegn eller bygg et nytt kvadrat med fyrstikker. Lengden på sida i dette kvadratet skal være dobbelt så lang som sida i originalfiguren, dvs. vi skal nå bruke dobbelt så mange fyrstikker. Hvor mange mynter trenger vi til dette kvadratet? Sammenlign spørsmålet i dette kulepunktet med spørsmålet i originaloppgaven.
- Hva hvis Sally lager et kvadrat med 64 mynter? Hvor mange fyrstikker trenger hun til et slikt kvadrat? Forklar hvordan du tenker.
- Sammenlign kvadratet med 16 mynter (kulepunkt 1) og kvadratet med 64 mynter (kulepunkt 2). Hvor mange ganger dobles myntene og hvor mange ganger dobles antall fyrstikker? Hvor mange ganger lengre er sida til kvadratet med 64 mynter sammenlignet med sida til kvadratet med 16 mynter?
- Bruk et ruteark og tegn et kvadrat med sidelengde 5. Finn arealet dvs. tall antall ruter. Tegn et nytt kvadrat med dobbelt så lang sidelengde. Kan vi ut fra det vi har fant ut i de to første prikkpunktene om sammenhenger mellom areal og omkrets, si hvor stort areal dette kvadratet har?
- Sjekk om det vi har funnet ut også gjelder for rektangler. Hva skjer med arealet i et rektangel når vi endrer lengden på den ene sida enten når vi dobler eller når vi halverer den?

2. (B14-2007)

Et parallelogram er delt i to deler A og B slik figuren viser.

Hvilket av utsagnene nedenfor er riktig?

- A) B har større omkrets enn A
- B) B har mindre omkrets enn A
- C) B har mindre areal enn A
- D) A og B har samme areal
- E) A og B har samme omkrets



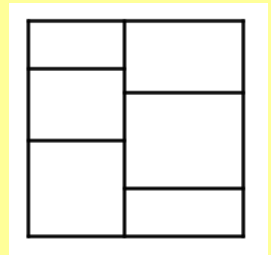
Videre utforskning – utvidelse av oppgaven:

- Kan man dele parallelogrammet slik at B har større omkrets enn A (svaralternativ A)? Lag en figur som viser et eksempel på det. Lag andre figurer som passer til andre svaralternativ.
- Kan man dele parallelogrammet slik at figur A og B har samme areal og omkrets? Hvis ja, finnes det flere måter? Tegn figur. Bruk gjerne ruteark eller andre hjelpemidler.
- Hva hvis parallelogrammet skal deles i 3 eller 4 deler? Delene kan enten ha samme omkrets, samme areal eller så skal både omkrets og areal skal være lik. Erstatt gjerne parallelogrammet med et rektangel dersom det passer bedre.

3. (C13-2011)

Et kvadrat er delt opp i seks rektangler. Omkretsen til disse rektanglene er til sammen 120 cm.

Hvor stort er arealet til kvadratet?



- (A) 48 cm² (B) 64 cm² (C) 110,5 cm² (D) 144 cm² (E) 256 cm²

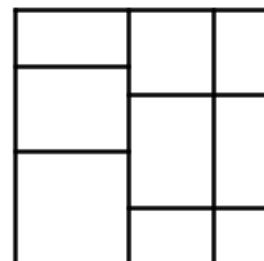
Nøkkelspørsmål:

- Hvor mange loddrette linjer er det i figuren?
- Hvor mange vannrette linjer er det i figuren?

- Hvor mange ganger ekstra blir lengden av linjene inni kvadratet medregnet?
- Kan figuren forenkles, for eksempel ved å dele kvadratet bare i to eller fire rektangler, slik at det blir enklere å løse problemet?

Tips:

- Bruk fargeblyanter i forskjellige farger og tegn omkretsen til hvert rektangel. Hver linje inni kvadratet fargelagt to ganger dvs. de blir medregnet to ganger.

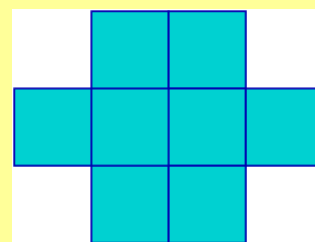
Videre utforskning – utvidelse av oppgaven:

- Hva hvis kvadratet har vært delt i ni rektangler? Se figur. Omkretsen til disse rektanglene er også 120 cm. Hvor stort areal har kvadratet nå?

4. (B13-2012)

Figuren er laget av kvadrater. Omkretsen til hele figuren er 42 cm.

Hvor stort er arealet til hele figuren?



- (A) 8 cm^2 (B) 9 cm^2 (C) 24 cm^2 (D) 72 cm^2 (E) 128 cm^2

Nøkkelspørsmål:

- Hva må man vite for å kunne løse denne oppgaven?

Videre utforskning – utvidelse av oppgaven:

- Hvor lang ville omkretsen av hele figuren ha vært dersom arealet til figuren var 128 cm^2 , dvs. svaralternativ E?
- Lag en ny og lignende oppgave med tilhørende figur slik at 24 cm^2 , dvs. svaralternativ C, er riktig løsning på oppgaven.

Løsning på oppgaver med kort forklaring:

Oppgave nr.	Kenguru nr.	Fasit	Kort forklaring
1	B3-2012	A	8 fyrstikker.
2	B14-2007	E	A og B har samme omkrets.
3	C13-2011	D	<p>144 cm².</p> <p>Omkretsen til kvadratet er fire ganger lengden av sida. Etersom kvadratet er delt opp i rektangler, blir lengden av sida medregnet seks ekstra ganger. 120 cm tilsvarer derfor ti ganger lengden på sida i kvadratet, dvs. at lengden på sida er 12 cm.</p> <p>$12\text{cm} \cdot 12\text{cm} = 144\text{ cm}^2$.</p>
4	B13-2012	D	72 cm ² . Hver side i kvadratene må være 3 cm lang, hver rute har et areal på 9 cm ² og det er 8 ruter.

