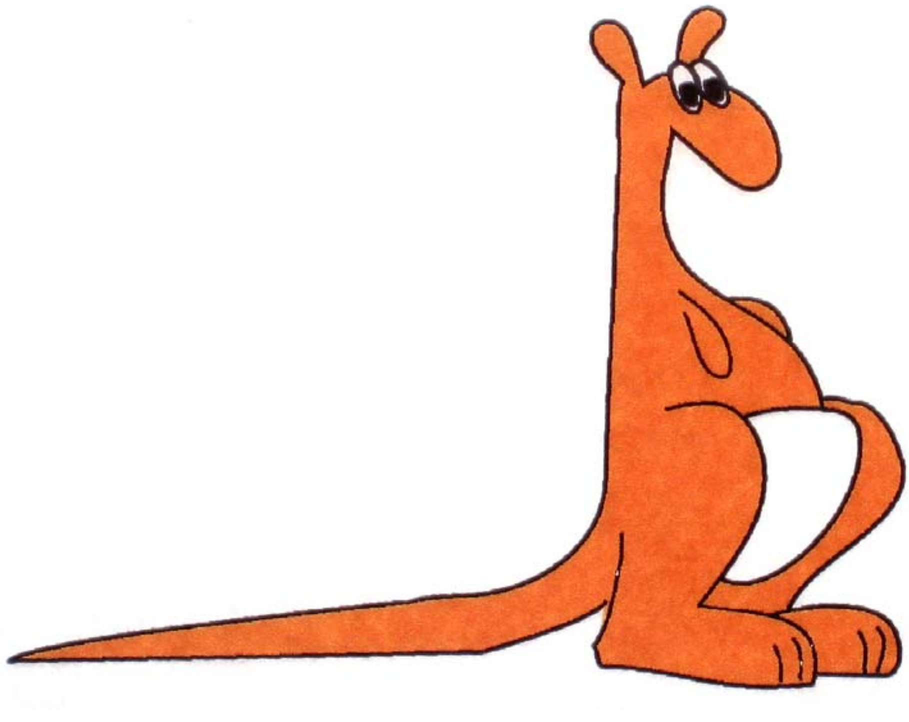
Kengurukonkurransen 2009

« Et sprang inn i matematikken »

Benjamin (6. – 8. trinn)

Hefte for læreren



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Kengurukonkurransen 2009

Velkommen til Kengurukonkurransen! I år arrangeres den for femte gang i Norge.

Dette heftet inneholder:
- Informasjon til læreren.
- Oppgavesettet (kopieringsoriginal).
- Svarskjema for eleven
- Fasit med kommentarer.
- Ulike skjema for retting og registrering.

Heftet kan etter konkurranseperioden brukes fritt i undervisningen. Vi håper at oppgavene skal stimulere og inspirere lærere og elever til mange spennende matematikkøkter.

Den offisielle konkurransedagen er i år 19. mars. Om det ikke passer å gjennomføre konkurransen akkurat denne dagen, går det bra å delta i perioden 20. mars – 3. april, men ikke tidligere. Norsk arrangør er Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen. Elevene som skal delta i konkurransen må løse oppgavene individuelt i løpet av 75 minutter. Dersom noen ønsker det, er det mulig å gjennomføre konkurransen i to økter med en liten pause midt i.

Før konkurransedagen

- Sørg for at alle berørte lærere får denne informasjonen. Informer skoleledelsen om at dere deltar.
- Kopier oppgavene og eventuelt svarskjema til alle elevene. Om noen elever trenger større tekst, kan sidene forstørres. Figurene er ikke avhengig av størrelse.
- Les gjennom problemene selv slik at du vet hvilke uklarheter som eventuelt må forklares.

Informasjon til elevene

Over 3,5 millioner elever over hele verden deltar i Kengurukonkurransen. Kengurukonkurransen er ingen prøve eller test på hva elever kan. Oppgavene er ikke valgt fordi elever i denne alderen skal eller bør kunne løse slike oppgaver. De er eksempler på hva det kan være bra å jobbe med. Understrek for elevene at de ikke må få følelsen av at dette er noe de burde kunne, men at det er oppgaver som kan vekke nysgjerrighet og interesse.

I Norge gjennomføres Ecolier som er for 4. og 5. trinn og Benjamin som er for elever som går på 6., 7. og 8. trinn. Benjamin består av tre deler, 8 trepoengsoppgaver, 8 firepoengsoppgaver, 8 fempoengsoppgaver. Alle oppgavene har 5 svaralternativ, A – E. Elevene skal velge **ett** svaralternativ. De krysser av for det svaret de mener er riktig, enten direkte på prøven eller på et eget svarskjema (kopieringsoriginal i heftet). Selvfølgelig er det en fordel om elevene har løst noen gamle kenguruoppgaver i forkant slik at de kjenner til hvordan svaralternativene kan brukes i løsningsprosessen.

Informasjon til elevene like før de gjennomfører konkurransen
- Understrek at det er viktig å lese oppgavene nøye. Det fins ingen lurespørsmål eller gåter.
- Be elevene studere svaralternativene. Kan noen alternativer utelukkes? Kan svaralternativene være til hjelp i løsningen av oppgavene?
- Del ut papir slik at elevene kan kladde, tegne og gjøre beregninger.
- Elevene får ikke bruke lommeregner. Talloppgavene er valgt slik at beregningene skal være ganske enkle. Det trengs ingen linjal, ingen oppgaver skal løses ved målinger. Saks og byggemateriale kan ikke brukes. Noen oppgaver er lettere å løse konkret, men det er tenkt at

elevene i første omgang skal forsøke å håndtere disse uten hjelpemidler. I etterarbeidet vil vi imidlertid anbefale at dere jobber mer praktisk og konkret.
- Forbered elevene på at ikke alle rekker å bli ferdig med alt. Snakk også om at de som ikke orker å fullføre hele økta må ta hensyn til resten av klassen/gruppen og ikke forstyrre dem. Snakk også om at elevene gjerne kan hoppe over oppgaver de ikke klarer og forsøke seg på neste oppgave i stedet.

Lærere kan gjerne lese oppgaven, enten for hele klassen eller for elever som trenger hjelp til lesingen. Om elever spør hva ord betyr, bør de få hjelp og forklaring.

Hensikten med konkurransen er å stimulere interessen for matematikk. La det være veiledende for hvordan du som lærer opptrer konkurransedagen.

Etter konkurransen

Læreren retter oppgavene. I heftet finnes det et skjema hvor klassens resultater kan registreres.

Vi ber om tilbakemelding på våre nettsider om følgende:
- Skoleinfo., dvs. navn på skole, adresse, trinn/gruppe og kontaktlærer. Det trekkes ut i alt 3 premier (spill) blant alle som registrerer resultatene.
- Hvor mange jenter og gutter fra hvert trinn som har deltatt.
- Hvor mange elever som har svart riktig for hver oppgave slik at vi får en pekepinn på om oppgavene er passe vanskelige. Dette er viktig i forhold til neste års konkurranse.
- Navn og poengsum på de elevene med best resultat. Kontaktlærer må på forhånd innhente tillatelse fra foreldre/foresatte om elevens navn kan legges ut på nettet. Den eleven i Norge med høyest poengsum vinner et spill. Det kåres en vinner fra 6. trinn, en fra 7 og en fra 8. trinn. På nettsidene offentliggjøres det en ti-på-topp-liste for hvert trinn.
- Hvor mange av elevene som oppnår henholdsvis 0 – 24 poeng, 25 – 48 poeng, 49 – 72 poeng og 73 – 96 poeng.

Registreringsskjema finnes på: http://www.matematikksenteret.no/registrering
Passordet, som ble tildelt ved registreringen, må brukes for å få tilgang til disse nettsidene.

På nettsiden www.matematikksenteret.no på Kengurusidene kan dere laste ned diplomer til deltakerne**.**

Siste frist for registrering er 24. april.

Bruk av ideene i den ordinære undervisningen

Oppgavene er ikke brukt opp når dere har sendt inn resultatene. Det viktigste og artigste arbeidet gjenstår! Etter registreringsfristen legger vi ut på kengurusidene forslag til hvordan dere kan jobbe videre med oppgavene. Vi håper dere vil bruke og utvikle disse videre og at Kengurukonkurransen dermed stimulerer til nye arbeidsmetoder i matematikk-undervisningen. Følg også med i tidsskriftet Tangenten som har egne kengurusider.

Lykke til med årets Kengurukonkurranse – Et sprang inn i matematikken!

Anne-Gunn Svorkmo **Ingvill Stedøy-Johansen** **Morten Svorkmo**

Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

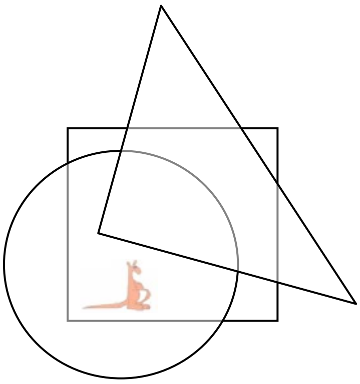
Benjamin
3 poeng

1) I hvilken av disse oppgavene blir svaret et partall?

(A) 2 + 0 + 0 + 9 (B) 20 + 0 + 9 (C) 200 – 9 (D) 200 + 9 (E) 200 · 9

---

2) Hvor er kenguruen?



(A) I sirkelen og i trekanten, men ikke i kvadratet.
(B) I sirkelen og i kvadratet, men ikke i trekanten.
(C) I trekanten og i kvadratet, men ikke i sirkelen.
(D) I sirkelen, men ikke i kvadratet og heller ikke i trekanten.
(E) I kvadratet, men ikke i sirkelen og heller ikke i trekanten.

---

3) Hva er det minste antall siffer du kan plukke bort fra tallet 12323314 for å få et tall som er det samme enten du leser det fra venstre mot høyre eller fra høyre mot venstre?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

---

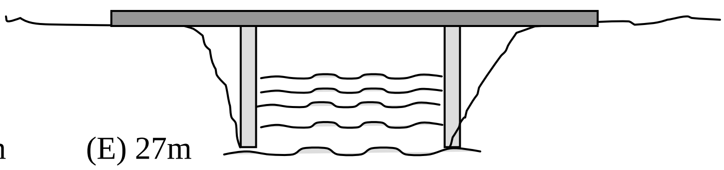
4) Vi har en gul, en rød og en grønn eske. I en er det et eple og i en annen er det en sjokolade. Den tredje esken er tom.
Sjokoladen er enten i den røde eller den gule esken. Eplet er ikke i den gule og heller ikke i den grønne esken.
I hvilken eske ligger sjokoladen?

(A) i den gule (B) i den røde (C) i den grønne (D) i den røde eller grønne (E) umulig å vite

---

5) Ei bro går over ei elv. Elva er 12 m bred. En firedel av broa ligger på venstre side og en firedel ligger på høyre side av elvebredden.

Hvor lang er broa?



(A) 15m (B) 18m (C) 21m (D) 24m (E) 27m

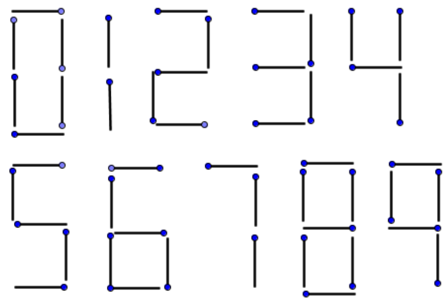
6) På en gård er det katter og hunder. Det er dobbelt så mange kattepoter som antall hundeneser.
Hvor mange katter er det på denne gården?

(A) Dobbelt så mange katter som hunder
(B) Det er like mange katter som hunder
(C) Det er halvparten så mange katter som hunder
(D) Det er fire ganger så mange hunder som katter
(E) Det er fire ganger så mange katter som hunder

---

7) Vi bruker like lange fyrstikker til å lage sifrene fra 0 til 9.
Se bildet til høyre. Vi vil lage et tosifret tall ved hjelp av flest mulig fyrstikker.

Hvor mange fyrstikker må vi da bruke?



(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

---

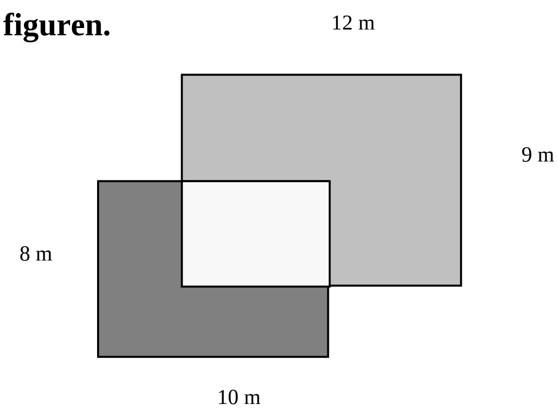
8) I ei dansegruppe er det 39 gutter og 23 jenter.
Hver uke begynner det 6 nye gutter og 8 nye jenter i gruppa.
Etter hvor mange uker vil det være like mange gutter som jenter?

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

---

4 poeng

9) To rektangler dekker delvis hverandre som vist på figuren.
Det mørkegrå arealet er 37 m^2.
Hvor stort er det lysegrå arealet?



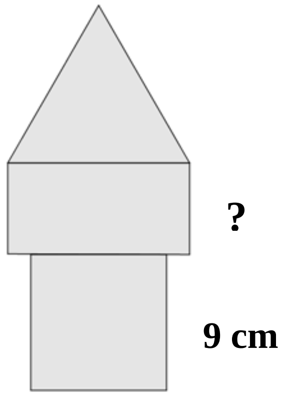
(A) 60 m^2 (B) 62 m^2 (C) 62,5 m^2 (D) 64 m^2 (E) 65 m^2

10) Hvor mange av summene nedenfor blir et primtall?

12 + 23	23 + 34	34 + 45	45 + 56	56 + 67

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

11) Figuren til høyre er satt sammen av et kvadrat, et rektangel og en likesidet trekant. Omkretsen av alle tre figurene er lik. Siden i kvadratet er 9 cm lang.
Hva er lengden på den korte siden i rektanglet?

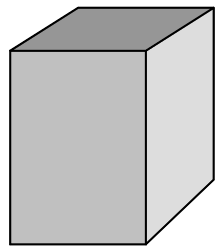


(A) 4 cm (B) 5 cm (C) 6 cm (D) 7 cm (E) 8 cm

12) Hvor mange hele tall er det mellom 19,03 og 2,009?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) mer enn 17

13) Vi ønsker å fylle en boks på 30 · 30 · 50 med like store terninger.
Hva er det minste antall terninger vi kan bruke?



(A) 15 (B) 30 (C) 45 (D) 75 (E) 150

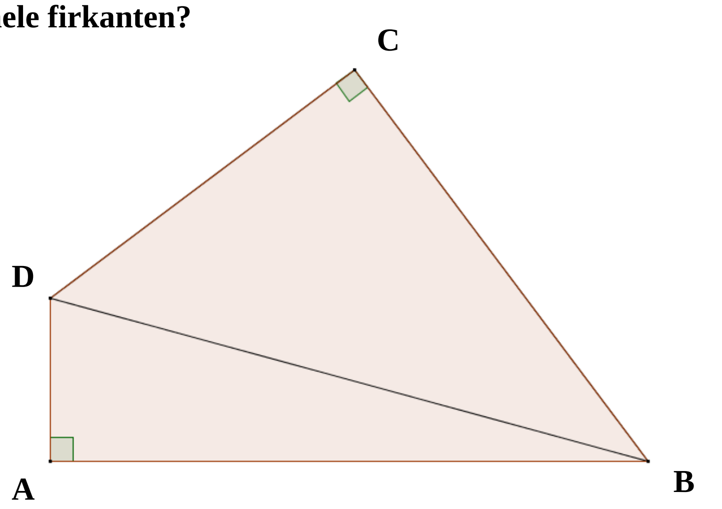
14) I dag er det søndag. Frode begynner å lese ei bok på 290 sider. Han planlegger å lese 25 sider på søndager og 4 sider de andre dagene i uka. Han leser hver dag.
Hvor mange dager vil han da bruke på å lese hele boka?

(A) 41 (B) 40 (C) 35 (D) 10 (E) 5

15) Ada, Bernt, Celina og David har tatt 1., 2., 3. og 4. plassen i en konkurranse. Når du legger sammen plassifrene til Ada, Bernt og David får du 6. Du får samme sum når du legger sammen plassifrene til Bernt og Celina.
Du får vite at Bernt fikk en bedre plassering enn Ada.
Hvem vant konkurransen?

(A) Ada (B) Bernt (C) Celina (D) David (E) Umulig å finne ut

16) I firkanten ABCD er AB = 11 cm, BC= 9 cm, CD= 7 cm og DA = 3 cm.
Vinklene A og C er begge 90°.
Hva er arealet av hele firkanten?



(A) 48cm^2 (B) 52 cm^2 (C) 60 cm^2 (D) 72 cm^2 (E) 96 cm^2

---

5 poeng

17) Et hotell har nummerert rommene med tresifrede tall. Det første sifferet forteller hvilken etasje rommet er i, og de to neste sifrene er nummeret på rommet. For eksempel er 125 rom nummer 25 i 1. etasje.
Hotellet har totalt 5 etasjer, nummerert fra 1 til 5. Det er 35 rom i hver etasje, nummerert fra 101 til 135 i 1. etasje.
Hvor mange ganger er sifferet 2 brukt for å nummerere alle rommene?

(A) 60 (B) 65 (C) 95 (D) 100 (E) 105

---

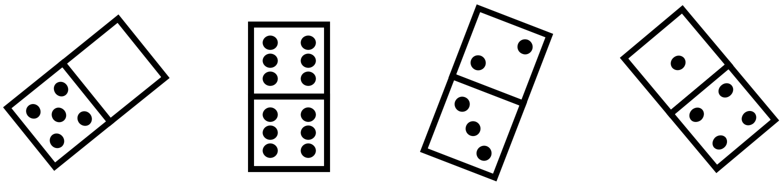
18) Summen av hver rad og kolonne er gitt i tabellen til høyre.

Hva blir da ■ + ○ - △ ?

■	○	■	**11**
○	■	△	**8**
○	△	■	**8**
10	**8**	**9**	

(A) 8 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 1

19) Et dominospill består av 28 brikker. Brikkene inneholder alle mulige kombinasjoner av prikker mellom 0 og 6. Det finnes også brikker med det samme antall prikker på begge sider.



Hvor mange prikker er det til sammen på alle de 28 brikkene?

(A) 84 (B) 105 (C) 126 (D) 147 (E) 168

---

20) I tabellen til høyre er to tall skrevet i det grå feltet.
Summen og differansen av de to tallene er skrevet i raden under.
Slik fortsetter mønsteret.

10	**3**
13	7
20	6
26	14

De to siste tallene i den nederste tabellen er 96 og 64.
Mønsteret er det samme som i den øverste tabellen.
Hva blir tallene i de to grå rutene?

?	**?**
96	64

(A) 10 og 6 (B) 11 og 8 (C) 12 og 8 (D) 12 og 10 (E) 14 og 11

---

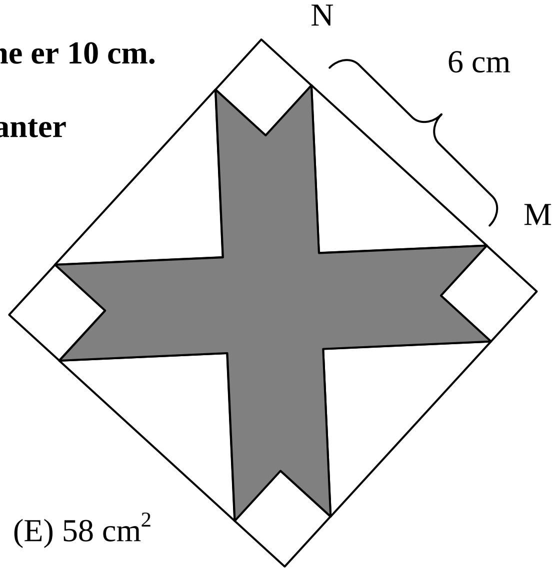
21) Vi fargelegger rutene i rutenettet med fargene rød (R), gul (G), blå (B) og svart (S) slik at to naboruter ikke har samme farge (ruter på skrå er også naboruter).
I fire ruter er fargen allerede bestemt.

R	**G**		**B**	**S**

Hva er mulighetene for den grå ruta nederst i høyre hjørne?

(A) rød (B) gul (C) blå (D) svart (E) det er to muligheter

22) Firkanten til høyre er et kvadrat. Lengden på sidene er 10 cm.
Avstanden mellom N og M er 6 cm.
De hvite feltene på figuren er like store likebeinte trekanter eller like store kvadrater.
Finn arealet av det grå feltet.



(A) 42 cm^2 (B) 46 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 52 cm^2 (E) 58 cm^2

---

23) Åtte kort er nummerert fra 1 til 8. Kortene legges i eskene A og B slik at summen av kortene i eskene er den samme.
Hvis det er bare tre kort i boks A, da kan du være sikker på at:

(A) tre kort i boks B er oddetall
(B) fire kort i boks B er partall
(C) kortet merket 1 er ikke i boks B
(D) kortet merket 2 er i boks B
(E) kortet merket 5 er i boks B

---

24) En full boks med godteri veier 600 g. Jeg spiser opp alt godteriet og fyller deretter den tomme boksen med vann. Boksen veier da 1 kg. Vannet veier dobbelt så mye som godteriet.
Hva er vekta av boksen?

(A) 100 g (B) 200g (C) 300g (D) 400g (E) 500g

Svarskjema for eleven

Navn: ……………………………………………………………

Klasse/trinn/gruppe: …………………………………………….

Marker svaret ditt ved å sette kryss i riktig rute

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
					SUM		

Rettingsmal

Rett svar på oppgave 1 – 8 gir 3 poeng
Rett svar på oppgave 9 – 16 gir 4 poeng
Rett svar på oppgave 17 – 24 gir 5 poeng
Oppgaver som ikke er besvart gir 0 poeng.

Oppgave	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**		**Poeng**
1					E		3
2		B					3
3			C				3
4	A						3
5				D			3
6			C				3
7				D			3
8		B					3
9					E		4
10		B					4
11			C				4
12				D			4
13			C				4
14	A						4
15				D			4
16	A						4
17					E		5
18		B					5
19					E		5
20			C				5
21	A						5
22			C				5
23				D			5
24		B					5
HØYESTE MULIGE POENGSUM (Benjamin):							96

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

1. **E)** 200 · 9 = 1800 er det eneste som gir et partall.

2. **B)** Kenguruen er i sirkelen og i kvadratet, men ikke i trekanten.

3. **C)** 3
   Det finnes to løsninger:
   a. sifferet 4 på enerplassen må plukkes bort, deretter 3 på hundrer plassen og 3 på tusen plassen. Får da tallet 12321 og har da plukket bort tre siffer.
   b. sifferet 4 på enerplassen må plukkes bort, deretter 3 på hundrer plassen og 2 på millionplassen. Får da tallet 13231 og har da plukket bort tre siffer.

4. **A)** Den gule eska.
   Ettersom eplet må ligge i den røde eska, så må sjokoladen være i den gule eska.

5. **D)** 24m.
   Halvparten av brolengden går over selve elva. Da må hele broa være 24m.

6. **C)** Det er halvparten så mange katter som hunder.
   En katt har fire poter. Halvparten av fire er to, dvs. to hunder pr. katt.

7. **D)** 14
   Sifferet 8 er det sifferet som er satt sammen av flest fyrstikker. 88 er derfor det tosifrede tallet som er bygd med flest fyrstikker.

8. **B)** Etter 8 uker.

	39 gutter	23 jenter
Etter 1 uke	+ 6 = 45	+8= 31
2 uker	51	39
3 uker	57	47
4 uker	63	55
5 uker	69	63
6 uker	75	71
7 uker	81	79
8 uker	87	87

9. **E)** Arealet er $65m^2$.
   Arealet av rektangelet som er mørke grått (inklusive det hvite rektangelet) er 8 · 10 = 80. Vi finner arealet av det hvite rektangelet ved å finne differansen mellom rektangelet på 8 · 10 og det mørke grå feltet: 80 – 37 = 43. Arealet av det lyse grå rektangelet (inklusive det hvite rektangelet) er 12 · 9 = 108. Da er arealet av det lyse grå feltet lik 108 – 43 = 65.

10. **B)** 2 primtall.
    Summene blir 35, 57, 79, 101 og 123. Av disse er 79 og 101 primtall.

11. **C)** Siden i rektangelet er 6cm.
    Omkretsen av kvadratet er 9cm · 4 = 36cm. Siden i den likesidede trekanten må da bli 36cm : 3 = 12cm. Den lengste siden i rektangelet er da også 12cm som gir lengden av de to korte sidene, 36cm – (12cm · 2) = 12cm, 12cm : 2 = 6cm

12. **D)** Det er 17 hele tall.
    3, 4, 5, … 17, 18 og 19.

13. **C)** 45 terninger.

Vi kan bruke terninger på 1cm^3, 2 cm^3, 5 cm^3 og 10 cm^3. Vi bruker de største terningen på 10 cm^3. Det går tre av disse på lengden, tre i bredden og fem i høyden. Vi får da 3 · 3 · 5 = 45.

14. **A)** 41 dager.
På ei uke leser han 25 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 49 sider. Etter fem uker, dvs. 35 dager, har han lest 245 sider. Hvis han da leser en søndag og fem dager i tillegg, har han lest ferdig boka (245 + 25 + (4 · 5) = 290).

15. **D)** David.
Ved å bruke tallene 1, 2, 3, og 4, er det bare en mulighet å kombinere tre av tallene for å få 6: 1 + 2 + 3 = 6. Ettersom Bernt sin plassering og Celina sin, summen av disse, også skal bli 6, må Celina ha 4. plassen og Bernt 2. plassen. Bernt har en bedre plassering enn Ada, og Bernt må da ha 3. plassen. David må derfor være vinneren.

16. **A)** 48 cm^2
Arealet av trekant ABD = (11 · 3)/2 = 16,5 cm^2. Arealet av trekant BCD = (9 · 7)/2 = 31, 5 cm^2. Arealet av firkanten ABCD blir da 16, 5 cm^2 + 31,5 cm^2 = 48 cm^2

17. **E)** Sifferet 2 er brukt 105 ganger.
1.etg. : 102, 112, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 132, til sammen 14.
2.etg.: Samme antall som 1. etasje + sifferet 2 for hver av de 35 rommene (201, 202 … 235), til sammen 14 + 35 = 49.
I 3., 4. og 5. etasje brukes sifferet 2 like mange ganger som 1. etasje.
I alle de fem etasjene blir da sifferet 2 til sammen brukt: 14 + 49 + 14 +14 +14 = 105 ganger.

18. **B)** 6. En måte å angripe oppgaven på er å studere summene i tabellen. △ må være et oddetall ettersom summen av to like tall alltid blir et partall. Vi kan velge mellom 1, 3, 5 og 7. 3 er umulig ettersom summen i raden til venstre skal være lik 9. Hvis △ er lik 1, må ■ være lik 4. Da må ○ være lik 3. Dette stemmer med summene for rader og kolonner.

19. **E)** 168 prikker.
Nedenfor er en oversikt over alle de 28 brikkene satt i et system:

0 0	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6
	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
		2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
			3 3	3 4	3 5	3 6
				4 4	4 5	4 6
					5 5	5 6
						6 6
SUM	3	9	18	30	45	63

20. **C)** 12 og 8.
De øverste to tallene i tabellen dobles i annenhver rad nedover både den høyre og venstre kolonnen. Det motsatte, dvs. halvering, skjer når vi kjenner de to siste tallene i en tabell. 64 skal derfor halveres tre ganger. Det samme skal 96.

Generelt kan dette vises slik:

a	b
a + b	a - b
a + b + a – b = 2a	a + b - (a – b) =2b
2a + 2b	2a – 2b

21. **A)** Rød.
Det spiller ingen rolle om vi fyller den tomme ruta i øverste rad med rød (R) eller svart (S). Resultatet i den grå ruta nederst i høyre hjørnet vil i begge tilfellene bli rød (R).

R	**G**	R	**B**	**S**
S	B	S	G	R
R	G	R	B	S
S	B	S	G	R

R	**G**	S	**B**	**S**
S	B	R	G	R
R	G	S	B	S
S	B	R	G	R

22. **C)** 48 cm^2.
Arealet av det store kvadratet er $10 \cdot 10 = 100\ cm^2$. Arealet av de fire små kvadratene er 4 (2 cm ·2 cm) = 16 cm^2. Dersom en tenker seg at en setter sammen de fire rettvinklede trekantene til et kvadrat med side lik 6 cm, blir arealet av de fire trekantene lik 6cm · 6 cm = 36 cm^2. Arealet av det grå feltet blir da: 100 cm^2 – (16 cm^2 + 36 cm^2) = 48 cm^2.

23. **D)** Kortet merket 2 er i boks B.
Summen av alle kortene er 36. Da må summen av kortene i hver av boksene være 18. Hvis det er tre kort i boks A har vi følgende muligheter (som gir følgende muligheter for innholdet i boks B):

Boks A	Boks B
8, 7, 3	1, 2, 4, 5, 6
8, 6, 4	1, 2, 3, 5, 7
7, 6, 5	1, 2, 3, 4, 8

Ut fra utsagnene er det bare alternativ D vi kan være helt sikker på stemmer.

24. **B)** 200 g.
Differansen mellom de to boksene fylt med vann og fylt med godteri er 400g. Når vi vet at vannet veier dobbelt så mye som godteriet, så må vekta av vannet være 800g og vekta av godteriet være 400g. Vekta av boksen blir da 200g.

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									