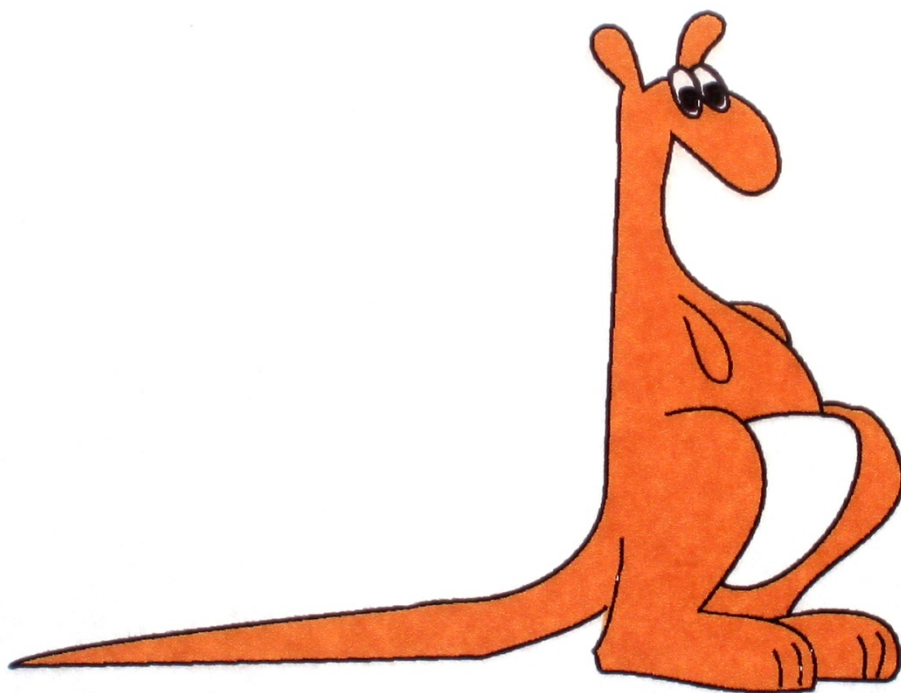


Kengurukonkurransen 2014

«Et sprang inn i matematikken»

CADET (9. – 10. trinn)

Hefte for læreren



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen



Kengurukonkurransen 2014

Velkommen til Kengurukonkurransen! I år arrangeres den for tiende gang i Norge.

Dette heftet inneholder:

- Informasjon til læreren
- Oppgavesettet (kopieringsoriginal)
- Svarskjema for eleven
- Fasit med kommentarer
- Ulike skjema for retting og registrering

Heftet kan etter konkurranseperioden, som i år er fra 20. mars – 22. april, brukes fritt i undervisningen. Vi håper at oppgavene kan stimulere og inspirere lærere og elever til mange spennende matematikkøker.

Den offisielle konkurransedagen er i år 20. mars. Om det ikke passer å gjennomføre konkurransen akkurat denne dagen, går det bra å delta i perioden 20. mars – 22. april, men ikke tidligere. Norsk arrangør er Matematikksenteret (NSMO). Elevene som skal delta i konkurransen, må løse oppgavene individuelt i løpet av 75 minutter. Dersom noen ønsker det, kan konkurransen gjennomføres i to økter med en liten pause midt i.

Før konkurransedagen

- Kopier oppgavene og eventuelt svarskjema til alle elevene. Om noen elever trenger større tekst, kan sidene forstørres. Figurene er ikke avhengig av størrelse.
- Les gjennom problemene selv slik at du vet hvilke uklarheter som eventuelt må forklares.
- Informer skoleledelsen om at dere deltar.

Informasjon til elevene

Ca. 6 millioner elever over hele verden deltar i Kengurukonkurransen. Kengurukonkurransen er ingen prøve eller test på hva elever kan. Oppgavene er ikke valgt fordi elever i denne alderen skal eller bør kunne løse slike oppgaver. De er eksempler på hva det kan være bra å jobbe med. Understrek for elevene at de ikke må få følelsen av at dette er noe de burde kunne, men at det er oppgaver som kan vekke nysgjerrighet og interesse.

I Norge gjennomføres Ecolier som er for 4. og 5. trinn, Benjamin som er for elever som går på 6., 7. og 8. trinn og Cadet for 9. og 10. trinn.

Cadet består av tre deler, 8 trepoengsoppgaver, 8 firepoengsoppgaver og 8 fempoengsoppgaver. Alle oppgavene har 5 svaralternativ, A – E. Elevene skal velge **ett** svaralternativ. De krysser av for det svaret de mener er riktig, enten direkte på prøven eller på et eget svarskjema (kopieringsoriginal i heftet). Selvfølgelig er det en fordel om elevene har løst noen gamle kenguruoppgaver på forhånd slik at de kjenner til hvordan svaralternativene kan brukes i løsningsprosessen.



Informasjon til elevene like før de gjennomfører konkurransen:

- Del ut papir slik at elevene kan kladde, tegne og gjøre beregninger.
- Understrek at det er viktig å lese oppgavene nøye. Det fins ingen lurespørsmål eller gåter.
- Oppgaveheftet inneholder flere illustrasjoner som kan være til hjelp under oppgaveløsingen. Oppfordre elevene til å tegne, merke av, lage hjelpelinjer/streker, eller skrive opplysninger på illustrasjonene slik at den enkelte oppgaven kan bli lettere å forstå og kanskje enklere å løse.
- Be elevene studere svaralternativene. Kan noen alternativer utelukkes? Kan svaralternativene være til hjelp i løsningen av oppgavene?
- Elevene får **ikke** bruke lommeregner. Talloppgavene er valgt slik at beregningene skal være ganske enkle. Det trengs ingen linjal, ingen oppgaver skal løses ved målinger. Saks og byggemateriale kan ikke brukes. Noen oppgaver er lettere å løse konkret, men det er tenkt at elevene i første omgang skal forsøke å håndtere disse uten hjelpemidler. I etterarbeidet vil vi imidlertid anbefale at dere jobber mer praktisk og konkret.
- Forbered elevene på at ikke alle rekker å bli ferdig med alt. Snakk også om at de som ikke orker å fullføre hele økta må ta hensyn til resten av klassen/gruppen og ikke forstyrre dem. Snakk også om at elevene gjerne kan hoppe over oppgaver de ikke klarer og forsøke seg på neste oppgave i stedet.

Lærere kan gjerne lese oppgaven, enten for hele klassen eller for elever som trenger hjelp til lesingen. Om elever spør hva ord betyr, bør de få hjelp og forklaring.

Hensikten med konkurransen er å stimulere interessen for matematikk. La det være veiledende for hvordan du som lærer opptrer konkurransedagen.

Etter konkurransen

Læreren retter oppgavene. I heftet finnes det et skjema hvor klassens resultater kan registreres. Når resultatene skal registreres på Matematikksenteret sine nettsider, ber vi om tilbakemelding på følgende:

- Skoleinformasjon, dvs. navn på skole, adresse, trinn/gruppe og kontaktlærer. Hvor mange jenter og gutter fra hvert trinn som har deltatt.
- Hvor mange elever som har svart riktig for hver oppgave, slik at vi får en pekepinn på om oppgavene er passe vanskelige. Dette er viktig med tanke på neste års konkurranse.
- Navn og poengsum på de elevene med best resultat. Elevens navn blir automatisk anonymisert. Kun lærer vil ha oversikt over hvem som er hvem.
- Hvor mange av elevene som oppnår henholdsvis 0 – 24 poeng, 25 – 48 poeng, 49 – 72 poeng og 73 – 96 poeng.

Det kåres en vinner fra hvert årstrinn. Den eller de elevene i Norge med høyest poengsum vinner et spill. På nettsidene offentliggjøres det en ti-på-topp-liste for hvert trinn. Blant de som registrerer sine resultater på nett trekkes det også ut en vinner per årstrinn. Denne uttrekningen er uavhengig av oppnådd poengsum.



Registreringsskjema finnes på: <http://www.matematikkenteret.no/registrering>
Passordet, som ble tildelt ved registreringen, må brukes for å få tilgang til disse nettsidene.

Siste frist for registrering er 22. april 2014

På nettsiden www.matematikkenteret.no på kengurusidene kan dere laste ned diplomer til deltakerne.

Bruk av ideene i den ordinære undervisningen

Oppgavene er ikke brukt opp når dere har sendt inn resultatene. Det viktigste og artigste arbeidet gjenstår! Vi håper dere vil bruke og utvikle oppgavene videre slik at Kengurukonkurransen kan stimulere til nye arbeidsmetoder i matematikkundervisningen. Følg også med i tidsskriftet Tangenten som har egne kengurusider.

Lykke til med årets Kengurukonkurransen – Et sprang inn i matematikken!

Anne-Gunn Svorkmo

Tor Andersen

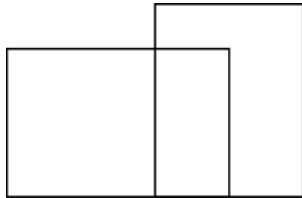
Morten Svorkmo



Cadet

3 poeng

1) Hvor mange firkanter ser du på figuren?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

2) Regn ut:

$$\frac{2014 \cdot 2014}{2014} - 2014 =$$

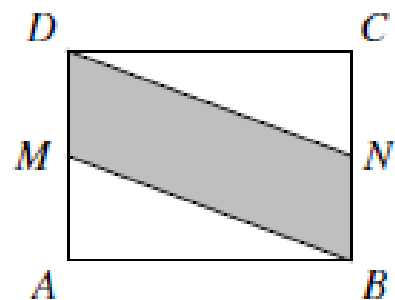
- A) 0 B) 1 C) 2013 D) 2014 E) 4028

3) Hvert år starter Kengurukonkurransen den tredje torsdagen i mars.

Hva er den seneste datoen Kengurukonkurransen kan starte?

- A) 14. mars B) 15. mars C) 20. mars D) 21. mars E) 22. mars

4) Arealet til parallelogrammet ABCD er 10.
Punkt M er midtpunkt på AD, og N er midtpunkt på BC.



Hvor stort areal har firkanten MBND?

- A) 0,5 B) 2,5 C) 5 D) 7,5 E) 10

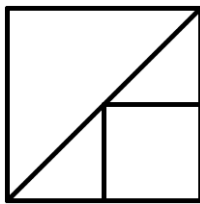


- 5) Produktet av to tall er 36, og summen av de to tallene er 37.

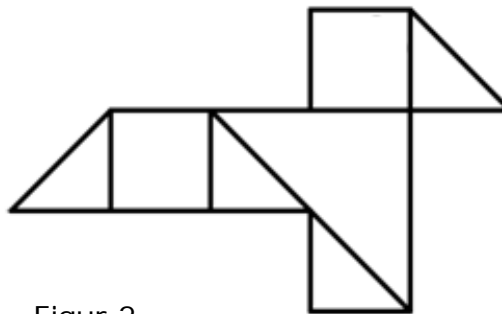
Hva er differansen mellom de to tallene?

- A) 2 B) 4 C) 10 D) 26 E) 35
-

- 6) Louise hadde flere kvadratiske papirstykker med areal 4 dm^2 . Hun klippet opp papirstykkene i mindre kvadrater og rettvinklede trekanter (se figur 1). Så tok hun noen av disse papirbitene og satte de sammen slik figur 2 viser.



Figur 1



Figur 2

Hvor stort areal har figur 2?

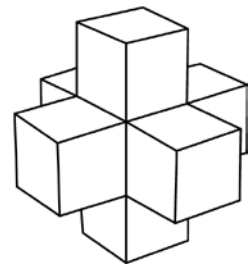
- A) 6 dm^2 B) 5 dm^2 C) 4 dm^2 D) $\frac{9}{2} \text{ dm}^2$ E) 3 dm^2
-

- 7) Ei bøtte var halvfull. En gutt fylte 2 liter oppi bøtta. Da ble den trekvart full.

Hvor mange liter rommer ei full bøtte?

- A) 10 liter B) 8 liter C) 6 liter D) 4 liter E) 2 liter
-

- 8) William har bygd en figur av like store terninger. Se figuren til høyre. Han ønsker å lage en terningformet kloss med tre terninger i hver retning.



Hvor mange terninger trenger han i tillegg til de han har brukt?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

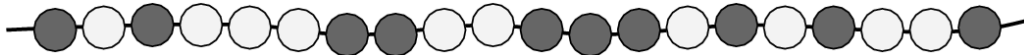


4 poeng

9) Hva blir størst?

- A) $44 \cdot 777 =$ B) $55 \cdot 666 =$ C) $77 \cdot 444 =$ D) $88 \cdot 333 =$ E) $99 \cdot 222 =$
-

10) Halskjedet på figuren har hvite og grå perler.



Marit skal plukke en og en perle ut av halskjedet. Hun må alltid ta den ytterste perlen fra en av endene. Hun skal stoppe med en gang når hun har tatt fem grå perler.

Hva er det største antall hvite perler Marit kan ta?

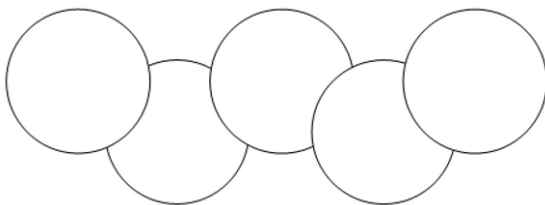
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
-

11) Jakob har pianotime to ganger hver uke. Lisbeth har pianotime en gang annenhver uke. I løpet av en periode hadde Jakob 15 flere pianotimer enn Lisbeth.

Hvor mange uker var denne perioden?

- A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10
-

12) På figuren nedenfor har hver sirkel areal 1 cm^2 . Der to sirkler overlapper hverandre er arealet $\frac{1}{8} \text{ cm}^2$.



Hvor stort areal dekker de fem sirklene?

- A) 4 cm^2 B) $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$ C) $\frac{35}{8} \text{ cm}^2$ D) $\frac{39}{8} \text{ cm}^2$ E) $\frac{19}{4} \text{ cm}^2$

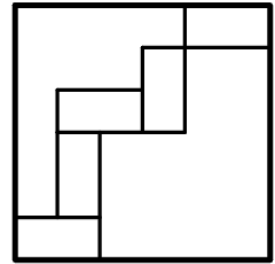


- 13) En bestemor, hennes datter og barnebarn er 100 år til sammen. Alderen til hver av de tre personene kan skrives som en potens med 2 som grunntall.

Hvor gammel er barnebarnet?

- A) 1 år B) 2 år C) 4 år D) 8 år E) 16 år

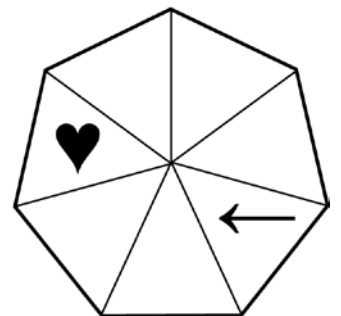
- 14) Fem kongruente rektangler er plassert inne i et kvadrat med sidelengde 24 cm. Se figuren. Lengden til rektanglet er dobbel så lang som bredden.



Hvor stort areal har hvert rektangel?

- A) 32 cm^2 B) 24 cm^2 C) 18 cm^2 D) 16 cm^2 E) 12 cm^2

- 15) Hjertet og pila er plassert som vist på figuren. Pila flytter seg tre plasser i retning med klokka. Hjertet flytter seg fire plasser i retning mot klokka.



Hvor mange ganger må dette gjentas før pila og hjertet havner i samme felt?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) vil aldri skje

- 16) Seks gutter deler en leilighet med to bad. Hver morgen starter guttene å bruke de to badene kl. 07.00. Det er aldri mer enn en person i hvert bad, og ingen av guttene bruker like lang tid. Guttene bruker badene i 8, 10, 12, 17, 21 og 22 minutter i strekk.

Når kan de tidligst bli ferdig med å bruke badene?

- A) 07.45 B) 07.46 C) 07.47 D) 07.48 E) 07.50



5 poeng

- 17) Tina skrev tallene 1- 9 i rutene til høyre. Bildet viser hvordan hun hadde plassert tallene 1, 2, 3, og 4. To ruter er naboruter dersom de har en felles sidekant. Hvis hun summerer tallene som står i naborutene til 9, får hun 15.

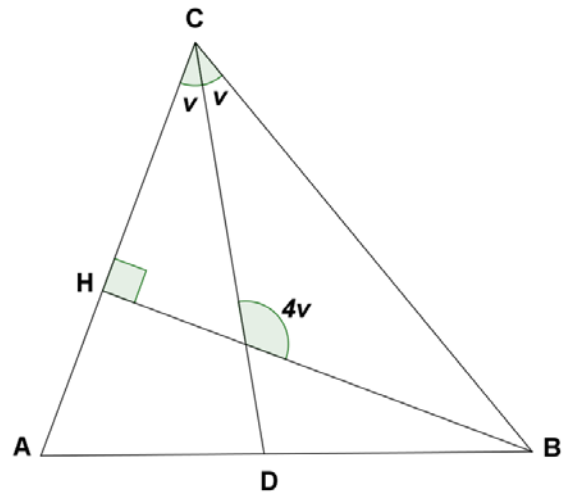
1		3
2		4

Hvilken sum får hun om summerer tallene i naborutene til 8?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 26 E) 27

- 18) BH er en høyde i trekanten ABC. CD er halveringslinja til vinkel C, og deler vinkel C i to like store vinkler v . Den stumpe vinkelen mellom BH og CD er lik $4v$.

Hvor mange grader er vinkel C?



- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°

- 19) Kaptein Sparrow og mannskapet hans skal dele en pose med gullmynter likt mellom seg. Hvis det hadde vært fire færre pirater, ville hver pirat fått 10 flere mynter. Hvis det hadde vært 50 færre mynter, ville hver pirat fått 5 færre mynter.

Hvor mange gullmynter var det i posen?

- A) 80 B) 100 C) 120 D) 150 E) 250

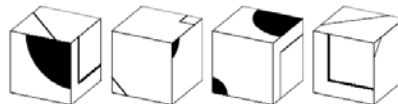


- 20) Flere positive hele tall er skrevet på tavla. Alle tallene er forskjellige. Nøyaktig to av tallene er delelig med 2, og nøyaktig tretten av tallene er delelig med 13. Det største tallet som er skrevet opp kaller vi M .

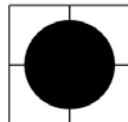
Hva er den minst mulige verdien M kan ha?

- A) 169 B) 260 C) 273 D) 299 E) 325

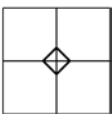
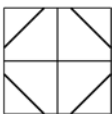
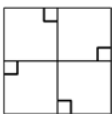
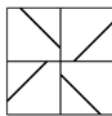
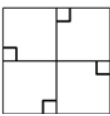
- 21) Vi har fire like kuber.



Vi setter kubene sammen slik at en svart sirkel dukker opp på framsiden.



Hvordan ser den sammensatte figuren ut på baksiden?

- A)  B)  C)  D)  E) 

- 22) Oskar har en gammel vekt som ikke fungerer som den skal. Når noe veier mindre enn 1000 g vises riktig vekt, men når noe veier mer eller nøyaktig 1000 g, kan vekta vise hva som helst over 1000 g. Vi har 5 lodd A, B, C, D og E som alle veier under 1000 g. Når vi veier loddene parvis viser vekta følgende:

B + D	1200 g
C + E	2100 g
B + E	800 g
B + C	900 g
A + E	700 g

Hvilket lodd er tyngst?

- A) A B) B C) C D) D E) E



- 23)** Anne og Eva konkurrerte om å løse matematikkoppgaver. Begge fikk en liste med de samme 100 oppgavene.

For hver oppgaver var regelen slik:

Den som klarte å løse oppgaven først, fikk 4 poeng. Om den andre klarte å løse samme oppgave, fikk hun 1 poeng. Anne løste 60 oppgaver og Eva løste også 60 oppgaver. Til sammen fikk de 312 poeng.

Hvor mange oppgaver ble løst av både Anne og Eva?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57
-

- 24)** På torget samles 25 personer fra tre byer, Sanneby, Lyveberg og Bollestad. De fra Sanneby snakker alltid sant, og de fra Lyveberg lyver alltid. De som er fra Bollestad snakker sant annenhver gang og lyver annenhver gang.

Når alle på torget får spørsmålet: «Er du fra Sanneby?», svarer 17 «Ja».

Når alle deretter blir spurt: «Er du fra Bollestad», svarer 12 «Ja».

Når alle til slutt får spørsmålet: «Er du fra «Lyveberg», svarer 8 «Ja».

Hvor mange på torget er fra Sanneby?

- A) 5 B) 7 C) 9 D)13 E) 17



Svarskjema for eleven

Navn: _____

Klasse/trinn/gruppe: _____

Marker svaret ditt ved å sette kryss i riktig rute

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
						SUM	





Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Opgaver som ikke er besvart gir 0 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E	Poeng
1				D		3
2	A					3
3				D		3
4			C			3
5					E	3
6	A					3
7		B				3
8					E	3
9		B				4
10				D		4
11					E	4
12		B				4
13			C			4
14	A					4
15					E	4
16		B				4
17					E	5
18			C			5
19				D		5
20			C			5
21	A					5
22				D		5
23				D		5
24	A					5
Høyest mulig poengsum - CADET						96



**Fasit med korte kommentarer**

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

1) D) 4



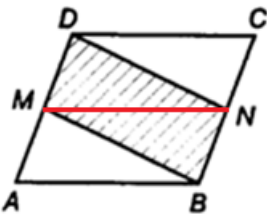
2) A) 0

$$\frac{2014 \cdot \cancel{2014}}{\cancel{2014}} - 2014 = 2014 - 2014 = 0$$

3) D) 21. mars.

Inntreffer når 1. mars er fredag.
Tredje torsdag blir da 21. mars.

4) C) 5



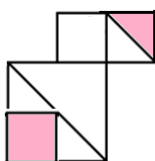
Arealet til firkant MBND er halvparten av arealet til firkant ABCD. Sees enklest ved å trekke linjestykket MN.

5) E) 35

$$36 \cdot 1 = 36 \text{ og } 36 + 1 = 37 \\ 36 - 1 = 35$$

6) A) 6 dm²

Figurativ løsning:



$$4 + 2 = 6$$

7) B) 8 liter

2 liter utgjør $\frac{1}{4}$ av full bøtte.

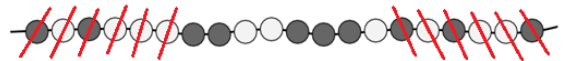
8) E) 20

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \\ 27 - 7 = 20$$

9) B) 55 · 666

11 er felles faktor
 $4 \cdot 777 < 5 \cdot 666$ osv.

10) D) 7



11) E) 10

$$2u = \frac{u}{2} + 15$$

$$4u = u + 30$$

$$3u = 30$$

$$u = 10$$

12) B) $\frac{9}{2}$ cm²

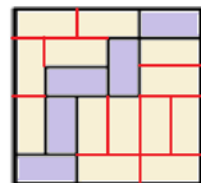
$$5 - \frac{4}{8} = \frac{40 - 4}{8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

13) C) 4 år

$$2^2 + 2^5 + 2^6 = 4 + 32 + 64 = 100$$

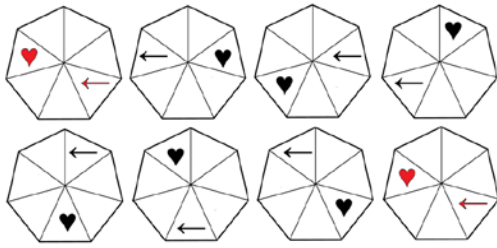
14) A) 32 cm²

$$\frac{24 \cdot 24}{18} = 32$$





- 15) E) vil aldri skje



Tilbake til utgangspunktet.

- 16) B) 07.46

$$8 + 21 + 17 = 46 \text{ og } 10 + 22 + 12 = 44$$

- 17) E) 27

$$3 + 8 + 4 = 15$$

1		3
	8	9
2		4

5, 6 og 7 kan stå hvor som helst i de ledige rutene. Sum: $5 + 6 + 7 + 9 = 27$

- 18) C)
- 60°

$$\angle HBC = 90^\circ - 2\alpha$$

$$\alpha + 4\alpha + 90^\circ - 2\alpha = 180^\circ$$

$$3\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\angle C = 2\alpha = 60^\circ$$

- 19) D) 150

I:
$$\frac{m}{p-4} = \frac{m}{p} + 10$$

II:
$$\frac{m-50}{p} = \frac{m}{p} - 5 \Rightarrow p = 10 \text{ innsatt i I:}$$

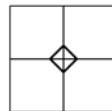
$$\frac{m}{6} = \frac{m}{10} + 10 \Rightarrow m = 150$$

- 20) C) 273

Beholder 2 partall og 11 oddetall i 13-gangen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156
13	14	15	16	17	18	19	20	21			
169	182	195	208	221	234	247	260	273			

- 21) A)



- 22) D) D

Ut fra opplysningene i tabellen veier lodd E 100 g mindre enn lodd C. C og E må veie 1000 g eller mer til sammen. Det meste B kan da veie er 300 g. Da vil lodd E være 500 g og C 600 g. Ut fra tabellen veier B + D 1000 g eller mer og da må D minst være 700 g.

B + D	1200 g
C + E	2100 g
B + E	800 g
B + C	900 g
A + E	700 g





24) A) 5

23) D) 56

Vi viser to måter å løse oppgaven på:

1. Løst som ligning:

Oppgaver løst av begge gir til sammen 5 p (4+1)

Oppgaver som løses av hver av dem gir 8 p (4 +4)

Dette betyr $5x + 8y = 312$ der x er antall oppgaver som gir 5 p, dvs begge løser. $y = 60 - x$, det antallet oppgaver som ikke løses av begge.

Innsatt gir dette flg. ligning:

$$5x + 8(60 - x) = 312$$

$$3x = 168$$

$$x = 56$$

2. Vi kan lage en oversikt hvor vi begynner med at jentene løser de samme 60 oppgavene. Det gir 300 poeng. Så ser vi hvordan poengene endrer seg etter hvert som antallet oppgaver som ikke løses av begge minker.

60 gir: $60 \cdot 5 = 300$ (300 poeng)59 gir: $59 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 1 = 303$ 58 gir: $58 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 306$ 57 gir: $57 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 309$ 56 gir: $56 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 4 = \mathbf{312}$

Når begge har løst de samme 56 oppgavene vil samlet poengsum være 312.

	Sanneby (S)	Lyveberg (L)	Bollestad (B)	Svarer ja	Svarer nei
Er du fra Sanneby?				17: S + L + B	8 B (snakker sant her)
Er du fra Bollestad?				12: L + de fra B som snakker sant	25 - 12 = 13 13 personer fra B og S (8B som lyver her)
Er du fra Lyveberg?			8 fra B som lyver. De samme som snakket sant forrige spørsmål	8 bare fra B	25 - 8 = 17

På spørsmål 1 er det 8 personer fra Bolleby som snakker sant (markert med rødt). De samme personene må da lyve på spørsmål 2. Det er 13 personer som svarer nei på spørsmål 2, og da må 5 personer være fra Sanneby. Spørsmål 3 er i så måte unødvendig.

