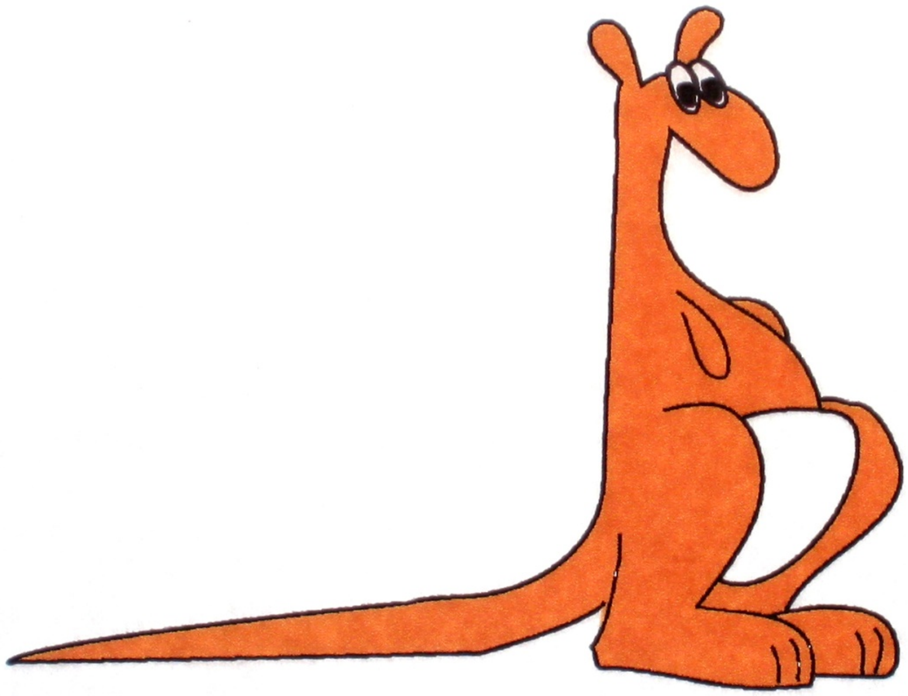
Kengurukonkurransen 2013

«Et sprang inn i matematikken»

CADET (9. – 10. trinn)

Hefte for læreren



Kengurukonkurransen 2013

Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Velkommen til Kengurukonkurransen! I år arrangeres den for niende gang i Norge.

Dette heftet inneholder:
- Informasjon til læreren
- Oppgavesettet (kopieringsoriginal)
- Svarskjema for eleven
- Fasit med kommentarer
- Ulike skjema for retting og registrering

Heftet kan etter konkurranseperioden, som i år er 21. mars – 19. april, brukes fritt i undervisningen. Vi håper at oppgavene kan stimulere og inspirere lærere og elever til mange spennende matematikkøkter.
Den offisielle konkurransedagen er i år 21. mars. Om det ikke passer å gjennomføre konkurransen akkurat denne dagen, går det bra å delta i perioden 22. mars – 19. april, men ikke tidligere. Norsk arrangør er Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen. Elevene som skal delta i konkurransen, må løse oppgavene individuelt i løpet av 75 minutter. Dersom noen ønsker, er det mulig å gjennomføre konkurransen i to økter med en liten pause midt i.

Før konkurransedagen
- Kopier oppgavene og eventuelt svarskjema til alle elevene. Om noen elever trenger større tekst, kan sidene forstørres. Figurene er ikke avhengig av størrelse.
- Les gjennom problemene selv slik at du vet hvilke uklarheter som eventuelt må forklares.
- Informer skoleledelsen om at dere deltar.

Informasjon til elevene
Nesten 6 millioner elever over hele verden deltar i Kengurukonkurransen.
Kengurukonkurransen er ingen prøve eller test på hva elever kan. Oppgavene er ikke valgt fordi elever i denne alderen skal eller bør kunne løse slike oppgaver. De er eksempler på hva det kan være bra å jobbe med. Understrek for elevene at de ikke må få følelsen av at dette er noe de burde kunne, men at det er oppgaver som kan vekke nysgjerrighet og interesse.
I Norge gjennomføres Ecolier som er for 4. og 5. trinn, Benjamin som er for elever som går på 6., 7. og 8. trinn og Cadet for 9. og 10. trinn.

Cadet består av tre deler, 8 trepoengsoppgaver, 8 firepoengsoppgaver og 8 fempoengsoppgaver. Alle oppgavene har 5 svaralternativ, A – E. Elevene skal velge **ett** svaralternativ. De krysser av for det svaret de mener er riktig, enten direkte på prøven eller på et eget svarskjema (kopieringsoriginal i heftet). Selvfølgelig er det en fordel om elevene har løst noen gamle kenguruoppgaver på forhånd slik at de kjenner til hvordan svaralternativene kan brukes i løsningsprosessen.

Informasjon til elevene like før de gjennomfører konkurransen:

- Understrek at det er viktig å lese oppgavene nøye. Det fins ingen lurespørsmål eller gåter.
- Be elevene studere svaralternativene. Kan noen alternativer utelukkes? Kan svaralternativene være til hjelp i løsningen av oppgavene?
- Oppgaveheftet inneholder flere illustrasjoner som kan være til hjelp når elevene skal løse oppgavene. Oppfordre elevene til å bruke denne muligheten.
- Del ut papir slik at elevene kan kladde, tegne og gjøre beregninger.
- Elevene får **ikke** bruke lommeregner. Talloppgavene er valgt slik at beregningene skal være ganske enkle. Det trengs ingen linjal, ingen oppgaver skal løses ved målinger. Saks og byggemateriale kan ikke brukes. Noen oppgaver er lettere å løse konkret, men det er tenkt at elevene i første omgang skal forsøke å håndtere disse uten hjelpemidler. I etterarbeidet vil vi imidlertid anbefale at dere jobber mer praktisk og konkret.
- Forbered elevene på at ikke alle rekker å bli ferdig med alt. Snakk også om at de som ikke orker å fullføre hele økta må ta hensyn til resten av klassen/gruppen og ikke forstyrrer dem. Snakk også om at elevene gjerne kan hoppe over oppgaver de ikke klarer og forsøke seg på neste oppgave i stedet.

Lærere kan gjerne lese oppgaven, enten for hele klassen eller for elever som trenger hjelp til lesingen. Om elever spør hva ord betyr, bør de få hjelp og forklaring.
Hensikten med konkurransen er å stimulere interessen for matematikk. La det være veiledende for hvordan du som lærer opptrer konkurransedagen.

Etter konkurransen

Læreren retter oppgavene. I heftet finnes det et skjema hvor klassens resultater kan registreres. Når resultatene skal registreres på Matematikksenterets nettsider, ber vi om tilbakemelding på følgende:

- Skoleinformasjon, dvs. navn på skole, adresse, trinn/gruppe og kontaktlærer. Hvor mange jenter og gutter fra hvert trinn som har deltatt.
- Hvor mange elever som har svart riktig for hver oppgave slik at vi får en pekepinn på om oppgavene er passe vanskelige. Dette er viktig med tanke på neste års konkurranse.
- Navn og poengsum på de elevene med best resultat. Kontaktlærer må på forhånd innhente tillatelse fra foreldre/foresatte om elevens navn kan legges ut på nettet. Lærer kan også anonymisere elevens navn ved å kalle de ulike elevene for Elev1, Elev2 osv. Bare fornavn kan også brukes. Den eleven i Norge med høyest poengsum vinner et spill.
- Hvor mange av elevene som oppnår henholdsvis 0 – 24 poeng, 25 – 48 poeng, 49 – 72 poeng og 73 – 96 poeng.

Det kåres en vinner fra hvert årstrinn. På nettsidene offentliggjøres det en ti-på-topp-liste for hvert trinn. Blant de som registrerer sine resultater på nett trekkes det også ut en vinner per årstrinn. Denne uttrekningen er uavhengig av oppnådd poengsum.
Registreringsskjema finnes på: http://www.matematikksenteret.no/registrering
Passordet, som ble tildelt ved registreringen, må brukes for å få tilgang til disse nettsidene.

Siste frist for registrering er 19. april 2013

På nettsiden www.matematikksenteret.no på kengurusidene kan dere laste ned diplomer til deltakerne**.**

Bruk av ideene i den ordinære undervisningen

Oppgavene er ikke brukt opp når dere har sendt inn resultatene. Det viktigste og artigste arbeidet gjenstår! Vi håper dere vil bruke og utvikle oppgavene videre slik at Kengurukonkurransen kan stimulere til nye arbeidsmetoder i matematikkundervisningen. Følg også med i tidsskriftet Tangenten som har egne kengurusider.

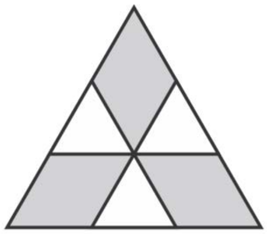
Lykke til med årets Kengurukonkurranse – Et sprang inn i matematikken!

Anne-Gunn Svorkmo **Tor Andersen** **Morten Svorkmo**

CADET
3 poeng

1) Bildet viser en likesidet trekant med areal 9.
Linjestykkene deler sidene i tre like deler.

Hvor stort areal har de gråfargede områdene til sammen?



A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

---

2) Marit sier at hun tenker på et tosifret tall. Hun forteller at produktet til sifrene er 24.

Hva er summen av sifrene i det minste tallet Marit kan tenke på?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

---

3) I *Protaras Ocean Aquarium* på Kypros er forholdet mellom salt og ferskvann lik 7 : 193.

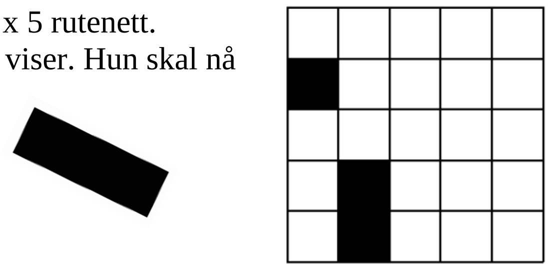
Hvor mye salt er det i 1000 kg saltvann i dette akvariet?

A) 35 kg B) 186 kg C) 193 kg D) 209 kg E) 350 kg

---

4) Vibeke og en venninne spiller ”krigsskip” på et 5 x 5 rutenett.
Vibeke har allerede plassert to ”skip” slik figuren viser. Hun skal nå plassere et skip på 3 x 1 ruter.
Ingen skip skal berøre hverandre.

Hvor mange valgmuligheter har Vibeke?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

---

5) Det er sant at $\frac{1111}{101} = 11$.

Hva er da summen av $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

A) 5 B) 9 C) 11 D) 55 E) 99

6) Fredrik tenner et stearinlys hvert 10. minutt. Hvert lys brenner i 40 minutter før det slokner.

Hvor mange lys brenner 55 minutter etter at Fredrik tente det første lyset?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

---

7) Rebekka har regnet ut gjennomsnittet for antall barn i fem familier.

Hvilket av følgende svar kan hun ikke ha fått?

A) 0,2 B) 1,2 C) 2,2 D) 2,4 E) 2,5

---

8) For de positive hele tallene *x*, *y* og *z* skal det være slik at:

$x \cdot y = 14$, $y \cdot z = 10$ og $z \cdot x = 35$

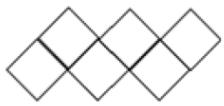
Hva blir da summen $x + y + z$?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

---

4 poeng

9) Figuren viser en ”zigzag” laget av seks kvadrater med sidelengde 1 cm. Omkretsen til ”zigzaggen” på figuren er 14 cm.



Hvor lang er omkretsen til en ”zigzag” laget av 2013 slike kvadrater?

A) 2022 cm B) 4028 cm C) 4032 cm D) 6038 cm E) 8050 cm

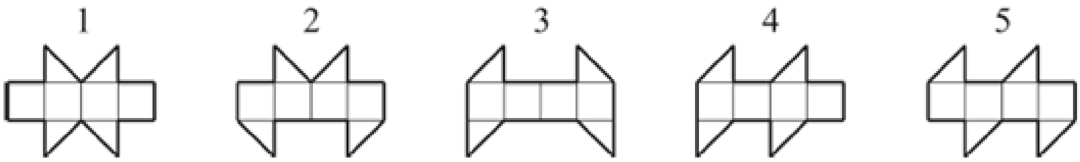
---

10) En krukke inneholder kuler med fem forskjellige farger. To er røde, tre er blå, ti er hvite, fire er grønne og tre er svarte. Anne trekker tilfeldige kuler ut av krukken uten å legge noen tilbake.

Hvor mange kuler må hun minst trekke ut for å være sikker på at to kuler har samme farge?

A) 2 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

11) En av følgende figurer kan ikke bli brettet til en terning.



Hvilken?

A) figur 1 B) figur 2 C) figur 3 D) figur 4 E) figur 5

---

12) Robert skriver ned noen naturlige tall i stigende rekkefølge. Differensen mellom et tall og det foran er lik 1. For eksempel: 4, 5, 6, 7, 8, 9. Robert regner ut nøyaktig hvor stor andel av tallene han skriver som er oddetall.

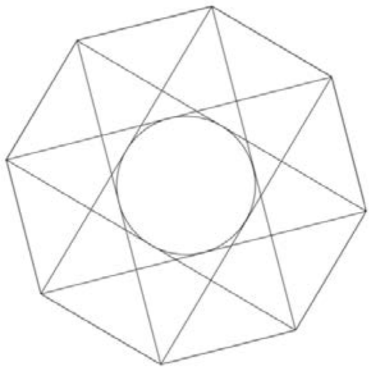
Hvilket av følgende svar kan han ikke få?

A) 40 % B) 45 % C) 48 % D) 50 % E) 60 %

---

13) Figuren viser en regulær åttekant med sidelengde 10 cm.

Hvor lang er radius i sirkelen på figuren?

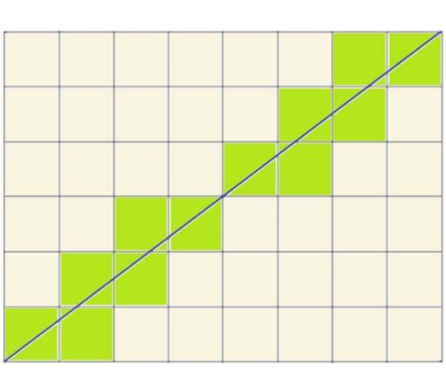


A) 10 cm B) 7,5 cm C) 5 cm D) 2,5 cm E) 2 cm

---

14) På figuren ser vi et rutenett med 8 x 6 kvadratiske ruter. Vi ser at diagonalen går gjennom 12 ruter. Morten tegner et rutenett med 10 x 6 kvadratiske ruter og trekker en diagonal.

Hvor mange ruter vil denne diagonalen gå gjennom?



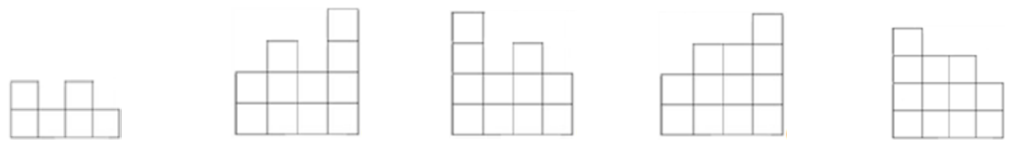
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

15) Simon har laget et tårn av terninger. Terningene er plassert på et 4 x 4 rutenett. Tallene i rutene til høyre viser antall terninger oppå hverandre.
Simon ser på tårnet han har bygd rett forfra.

Hvordan ser tårnet da ut?

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

FORAN



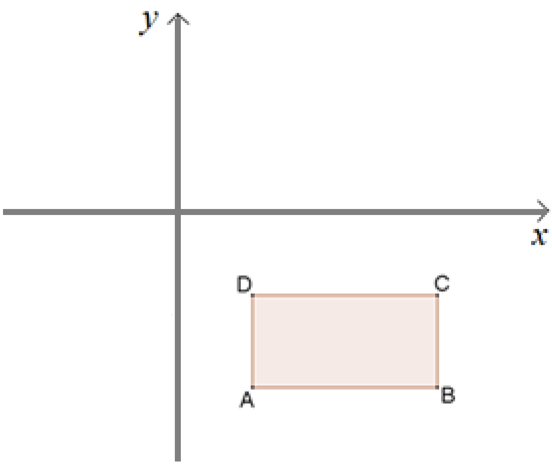
A) B) C) D) E)

---

16) Et rektangel ABCD er tegnet i et koordinatsystem. Sidene i rektangelet er parallelle med aksene..

Koordinatene til de fire hjørnene er hele tall. For hvert punkt regner vi ut verdien av y-koordinaten delt med x-koordinaten.

Hvilket punkt gir minste verdi til svar?



A) A B) B C) C D) D E) det avhenger av rektanglet

---

5 poeng

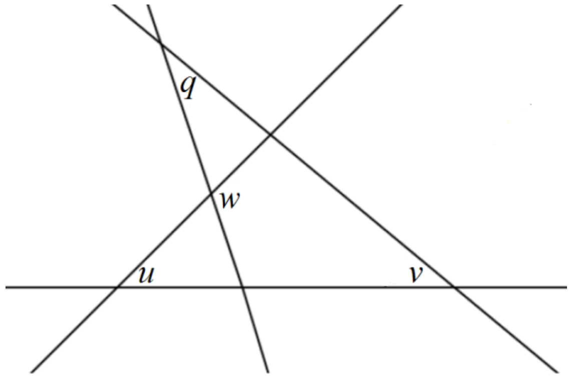
17) Omkretsen til et trapes er 5. Lengden av hver side er et helt tall.

Hvor stor er de minste vinklene i trapeset?

A) 30° og 30° B) 60° og 60° C) 45° og 45° D) 30° og 60° E) 45° og 90°

18) På figuren er $u = 55^{o}$, $v = 40^{o}$ og $q = 35^{o}$

Hvor stor er vinkel *w*?



A) $w = 100^{o}$ B) $w = 105^{o}$ C) $w = 120^{o}$ D) $w = 125^{o}$ E) $w = 130^{o}$

---

19) Arne, Berit, Cathrine, Daniel og Erik ble født 20. februar 2001, 12. mars 2000, 20. mars 2001, 12. april 2000 og 23. april 2001, men ikke i nevnte rekkefølge. Arne og Erik ble født i samme måned. Også Berit og Cathrine ble født i samme måned. Arne og Cathrine ble født samme dag, men i forskjellig måned. Også Daniel og Erik ble født samme dag, men i forskjellig måned.

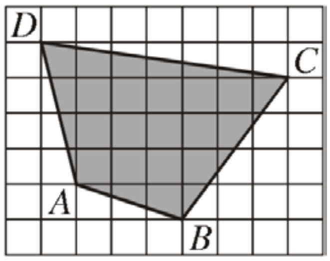
Hvem er yngst?

A) Arne B) Berit C) Cathrine D) Daniel E) Erik

---

20) Figuren viser firkanten *ABCD* i et rutenett der rutene er 2 cm x 2 cm

Hvor stort areal har firkanten?



A) 76 cm^2 B) 84 cm^2 C) 86 cm^2 D) 96 cm^2 E) 104 cm^2

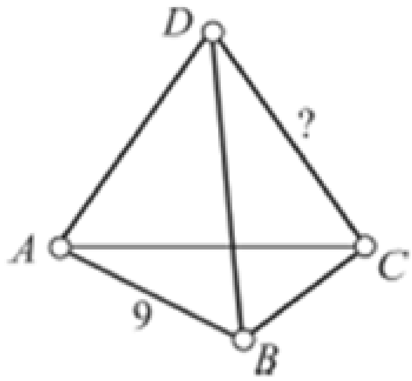
---

21) Oskar baker seks eplepaier etter hverandre. Han nummererer paiene fra 1 til 6. Mens bakingen foregår løper barna inn på kjøkkenet og spiser alltid den varmeste paien.

Hvilken av rekkefølgene kan paiene <u>ikke</u> ha blitt spist?

A) 1,2,3,4,5,6 B) 1,2,5,4,3,6 C) 3,2,5,4,6,1 D) 4,5,6,2,3,1 E) 6,5,4,3,2,1

22) Hvert av de fire hjørnene og de seks sidekantene i et tetraeder er markert med tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 11 (10 er utelatt). Hvert tall blir brukt én gang. Summen av tallene som markerer to hjørner skal i alle tilfeller være lik tallet som markerer sidekanten som forbinder de to hjørnene. Sidekanten *AB* er markert med 9.



Hvilket tall skal markere sidekanten *CD?*

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 11

---

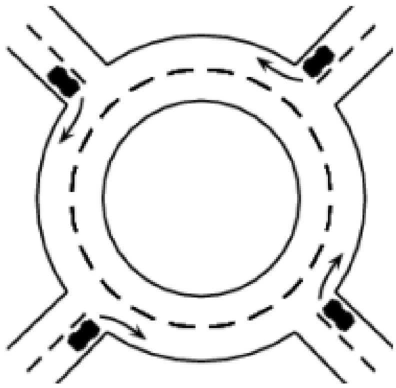
23) Jesper har skrevet ned alle firesifrede tall med sifrene 0, 1, 2 og 3. Han har skrevet ned tallene i stigende rekkefølge og startet med 1023.

Hva er den største differansen mellom to tall som følger etter hverandre i denne tallfølgen?

A) 198 B) 693 C) 702 D) 703 E) 793

---

24) Fire biler kjører samtidig inn i en rundkjøring slik figuren viser. Hver bil kjører mindre enn én runde og ingen av bilene forlater rundkjøringen i samme retning.



På hvor mange måter kan dette skje?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 24 E) 81

Svarskjema for eleven

Navn: ……………………………………………………………

Klasse/trinn/gruppe: ……………………………………………….

Marker svaret ditt ved å sette kryss i riktig rute

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
					SUM		

Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

1 – 8 gir 3 poeng
9 – 16 gir 4 poeng
17 – 24 gir 5 poeng

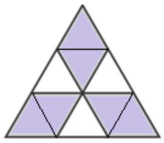
Oppgaver som ikke er besvart gir 0 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1				D			3
2					E		3
3	A						3
4					E		3
5				D			3
6			C				3
7					E		3
8			C				3
9		B					4
10			C				4
11			C				4
12		B					4
13			C				4
14	A						4
15					E		4
16	A						4
17		B					5
18					E		5
19		B					5
20		B					5
21				D			5
22		B					5
23			C				5
24	A						5
Høyest mulige poengsum - Cadet							96

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

1) D) 6



2) E) 11

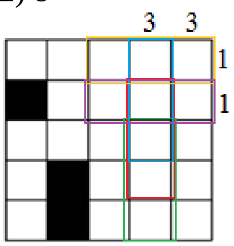
$3 \cdot 8 = 24$

$3 + 8 = 11$

3) A) 35 kg

$\frac{x}{1000} = \frac{7}{200} \Rightarrow x = 35$

4) E) 8



5) D) 55

$$\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} = 3 \cdot \frac{1111}{101} + \frac{6}{3} \cdot \frac{1111}{101} =$$

$$3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 = 33 + 22 = 55$$

6) C) 4

I løpet av 55 minutter har Fredrik tent 6 lys hvorav 2 har brent i mer enn 40 min.

7) E) 2,5

$\text{gjennomsnitt} \cdot 5 = \text{summen av antall barn}$

$2{,}5 \cdot 5 = 12{,}5$

Summen av antall barn i de fem familiene må være et helt tall. Halve barn finnes ikke.

8) C) 14

Ser at $x = 7$, $y = 2$ og $z = 5$ passer inn de tre likningene samtidig.

9) B) 4028 cm

$2 \cdot 3 + 2011 \cdot 2 = 4028$

10) C) 6

Ettersom det finnes kuler med fem forskjellige farger, må Anne trekke minst seks ganger for å være sikker på å ende opp med to kuler som har samme farge.

11) C) figur 3

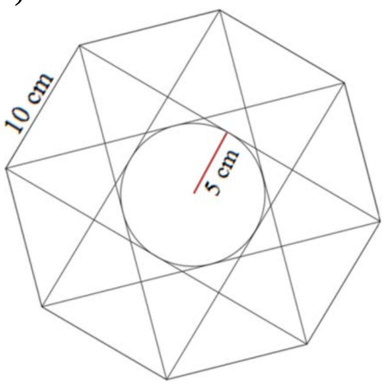
Det kan være en utfordring for mange å se hva som skjer når disse todimensjonale malene skal brettes til en terning. En måte å resonnere seg fram til et svar på kan være å sammenligne figurene i svaralternativene med hverandre. Figur 1 og 2 har noe til felles. Det samme har figur 4 og 5. Figur 3 er annerledes.

12) B) 45 %

Tallfølgen kan ha likt antall oddetall og partall, ett oddetall mer eller ett oddetall mindre enn antall partall.

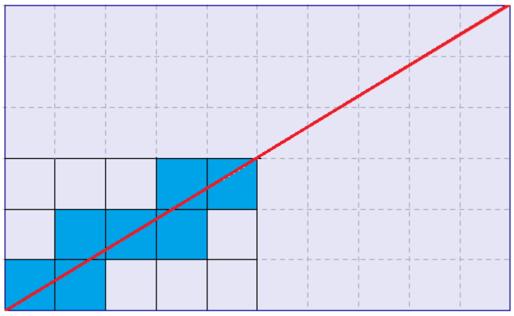
2 oddetall og 3 partall gir 40 % oddetall, 12 oddetall og 13 partall gir 48 % oddetall, likt antall gir 50 %, 3 oddetall og 2 partall gir 60 % oddetall. Alternativ B) er ikke mulig fordi 9 oddetall og 11 partall gir 45 % oddetall, og 2 flere partall er ikke mulig slik følgen skal være.

13) C) 5 cm

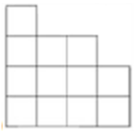


14) A) 14

Tegne og telle. Tenke $2 \cdot 7 = 14$



15) E)



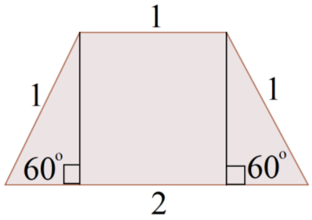
Sett rett forfra fra vestre vil Simon se fire terninger oppå hverandre. Nest lengst til venstre vil søylen ha tre terninger. Det sammen vil neste søyle også ha. I søylen til høyre ser Simon to terninger stablet oppå hverandre.

16) A) A

Punkt A har samme negative *y*-koordinat som B, men mindre *x*-koordinat.

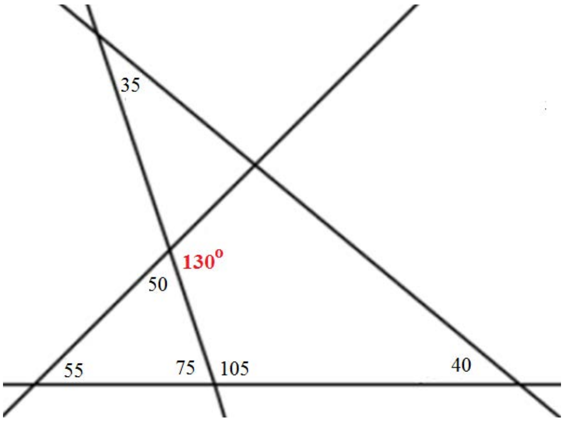
Derfor har $\frac{y_A}{x_A}$ minst verdi.

17) B) 60° og 60°



Lengden av minste katet er halvparten av lengden til hypotenusen. Da er vinklene 90°, 60° og 30°.

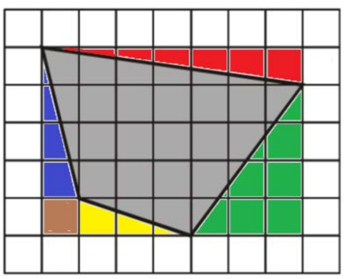
18) E) $w = 130^{\circ}$



19) B) Berit

Berit er den eneste som ikke kan være født 12, mars, 12. april, 20. februar eller 20. mars. Hun må derfor ha blitt født 23. april 2001 og er altså yngst.

20) B) 84 cm^2

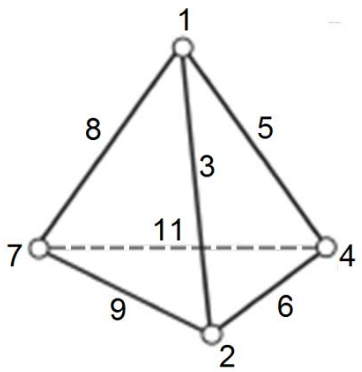


$$14 \cdot 10 - \frac{6 \cdot 2}{2} - \frac{6 \cdot 8}{2} - \frac{14 \cdot 2}{2} - \frac{2 \cdot 8}{2} - 2 \cdot 2 = 84$$

21) D) 4,5,6,2,3,1

Pai 1, 2, 3 og 4 er ut av ovnen. Spiser nr. 4 først. Så nr. 5 ut av ovnen. Spiser denne. Så nr. 6 ut av ovnen. Spiser denne. Da står nr. 1, nr. 2 og nr. 3 på bordet. Hvilken er varmest? Nr. 3 er varmest. Da skal ikke nr. 2 spises før nr. 3. Altså kan ikke paiene ha blitt spist i rekkefølge som svaralternativ D viser.

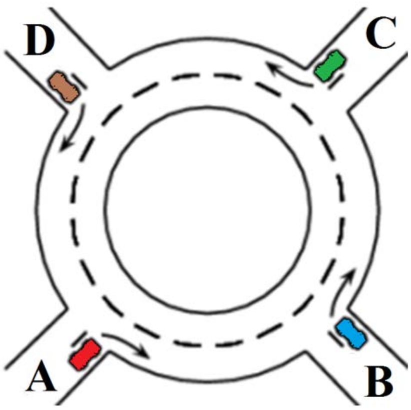
22) B) 5



23) C) 702

3012 – 2310 = 702

24) A) 9



Ettersom alle bilene kjører mindre enn én runde, kan for eksempel den røde bilen kjøre ut B, C eller D i sin første påbegynte runde. Vi merker oss at ingen biler forlater rund-kjøringen i samme ut/innkjørsel. Hver av de fire bilene kan altså velge tre utkjørsler, men aldri samme utkjørsel.

	A	B	C	D
RØD 1		X	X	X
BLÅ 2	X		X	X
GRØNN 3	X	X		X
BRUN 4	X	X	X	

Den røde bilen kan altså kjøre ut B, C eller D, men ikke samtidig med noen av de andre bilene.

Vi lar 1B bety at den røde bilen kjører ut gjennom B, 2A at den blå bilen kjører ut gjennom A osv.

De $3 \cdot 3 = 9$ mulighetene er følgende:

1B, 2A, 3D, 4C
1B, 2C, 3D, 4A
1B, 2D, 3A, 4C
1C, 2A, 3D, 4B
1C, 2D, 3A, 4B
1C, 2D, 3B, 4A
1D, 2A, 3B, 4C
1D, 2C, 3A, 4B
1D, 2C, 3B, 4A

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									