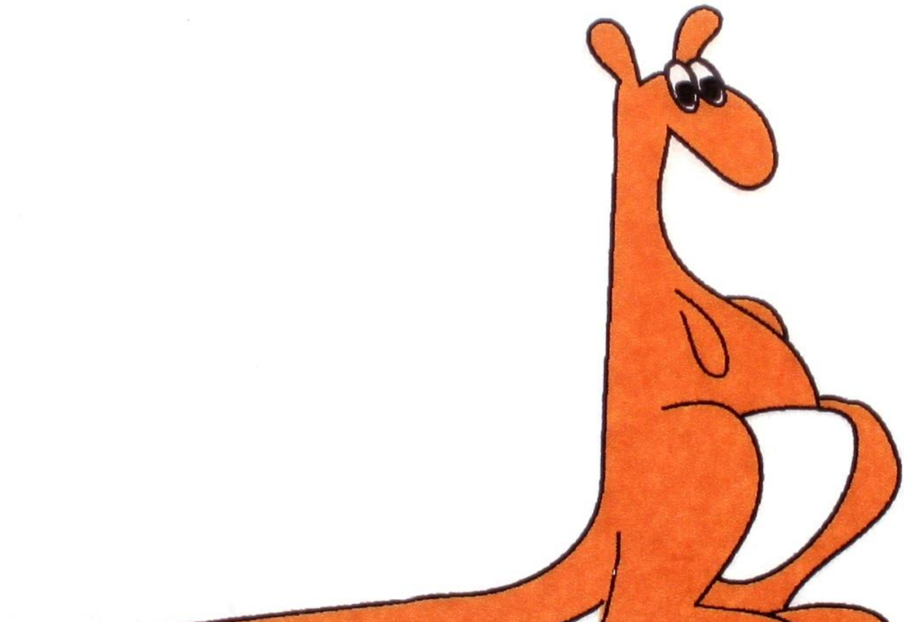
Kengurukonkurransen 2016

«Et sprang inn i matematikken»

CADET (9. – 10. trinn)

Hefte for læreren



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

I år arrangeres Kengurukonkurransen for 12. gang i Norge.

Dette heftet inneholder:
- Informasjon til læreren
- Oppgavesettet (kopieringsoriginal)
- Svarskjema for eleven
- Fasit med kommentarer
- Ulike skjema for retting og registrering

Heftet kan etter konkurranseperioden, som i år er fra 17. mars til 15. april, brukes fritt i undervisningen. Vi håper at oppgavene kan stimulere og inspirere lærere og elever til mange spennende matematikkøkter.
Den offisielle konkurransedagen er i år 17. mars. Om det ikke passer å gjennomføre konkurransen akkurat denne dagen, går det bra å delta i perioden 17. mars til 15. april, men ikke tidligere. Norsk arrangør er Matematikksenteret (NSMO). Elevene som skal delta i konkurransen, må løse oppgavene individuelt i løpet av 75 minutter. Dersom noen ønsker, er det mulig å gjennomføre konkurransen i to økter med en liten pause midt i.

Før konkurransedagen

- Kopier oppgavene og eventuelt svarskjema til alle elevene. Om noen elever trenger større tekst, kan sidene forstørres. Figurene er ikke avhengig av størrelse.
- Les gjennom problemene selv slik at du vet hvilke uklarheter som eventuelt må forklares.
- Informer skoleledelsen om at dere deltar.

Informasjon til elevene

Omtrent 7 millioner elever over hele verden deltar i Kengurukonkurransen.
Kengurukonkurransen er ingen prøve eller test på hva elever kan. Oppgavene er ikke valgt fordi elever i denne alderen skal eller bør kunne løse slike oppgaver. De er eksempler på hva det kan være bra å jobbe med. Understrek for elevene at de ikke må få følelsen av at dette er noe de burde kunne, men at det er oppgaver som kan vekke nysgjerrighet og interesse.
I Norge gjennomføres Ecolier som er for 4. og 5. trinn, Benjamin som er for elever som går på 6., 7. og 8. trinn og Cadet for 9. og 10. trinn. Cadet består av tre deler, 8 trepoengsoppgaver, 8 firepoengsoppgaver og 8 fempoengsoppgaver.
Alle oppgavene har 5 svaralternativ, A – E. Elevene skal velge **ett** svaralternativ. De krysser av for det svaret de mener er riktig, enten direkte på prøven eller på et eget svarskjema (kopieringsoriginal i heftet). Selvfølgelig er det en fordel om elevene har løst noen gamle kenguruoppgaver på forhånd slik at de kjenner til hvordan svaralternativene kan brukes i løsningsprosessen.

Informasjon til elevene like før de gjennomfører konkurransen:

- Understrek at det er viktig å lese oppgavene nøye. Det fins ingen lurespørsmål eller gåter.
- Be elevene studere svaralternativene. Kan noen alternativer utelukkes? Kan svaralternativene være til hjelp i løsningen av oppgavene?
- Oppgaveheftet inneholder flere illustrasjoner som kan være til hjelp når elevene skal løse oppgavene. Oppfordre elevene til å bruke denne muligheten.
- Del ut papir slik at elevene kan kladde, tegne og gjøre beregninger.
- Elevene får **ikke** bruke lommeregner. Talloppgavene er valgt slik at beregningene skal være ganske enkle. Det trengs ingen linjal. Ingen oppgaver skal løses ved målinger. Saks og byggemateriale kan ikke brukes. Noen oppgaver er lettere å løse konkret, men det er tenkt at elevene i første omgang skal forsøke å håndtere disse uten hjelpemidler. I etterarbeidet vil vi imidlertid anbefale at dere jobber mer praktisk og konkret.
- Forbered elevene på at ikke alle rekker å bli ferdig med alt. Snakk også om at de som ikke orker å fullføre hele økta må ta hensyn til resten av klassen/gruppen og ikke forstyrre dem. Si også noe om at elevene gjerne kan hoppe over oppgaver de ikke klarer, slik at de kan forsøke å løse neste oppgave.

Læreren kan gjerne lese oppgaven, enten for hele klassen eller for elever som trenger hjelp til lesingen. Om elever spør hva ord betyr, bør de få hjelp og forklaring.
Hensikten med konkurransen er å stimulere interessen for matematikk. La det være veiledende for hvordan du som lærer opptrer konkurransedagen.

Etter konkurransen

Læreren retter oppgavene. I heftet finnes det et skjema hvor klassens resultater kan registreres. Når resultatene skal registreres på nettsiden til Matematikksenteret, ber vi om tilbakemelding på følgende:

- Skoleinformasjon, dvs. navn på skole, adresse, trinn/gruppe og kontaktlærer. Antall jenter og gutter fra hvert trinn som har deltatt.
- Antall elever som har svart riktig for hver oppgave slik at vi får en pekepinn på om oppgavene er passe vanskelige. Dette er viktig med tanke på neste års konkurranse.
- Navn og poengsum på de tre elevene med best resultat. Lista på nett er anonymisert. Lærer ser navnet på elevene når han/hun er logget inn. Den eleven i Norge med høyest poengsum vinner et spill. Vi gjør oppmerksom på at elever som eventuelt deltar på flere nivå i Kengurukonkurransen, og som oppnår best resultat på flere prøver, kan maksimalt få én premie.
- Antall elever som oppnår henholdsvis 0 – 24 poeng, 25 – 48 poeng, 49 – 72 poeng og 73 – 96 poeng.

Én vinner blir kåret fra hvert årstrinn. På nettsidene offentliggjøres det en anonymisert ti-på-topp-liste for hvert trinn. Blant de som registrerer sine resultater på nett, trekkes det også ut én vinner per årstrinn. Denne uttrekningen er uavhengig av oppnådd poengsum.

Registreringsskjema finnes på: http://www.matematikksenteret.no/registrering
Passordet som ble tildelt ved registreringen, må brukes for å få tilgang til disse nettsidene.

Siste frist for registrering er fredag 15. april 2016

På nettsiden www.matematikksenteret.no på Kengurusidene kan læreren laste ned diplomer til deltakerne**.**

Bruk av ideene i den ordinære undervisningen

Oppgavene er ikke brukt opp når læreren har sendt inn resultatene. Det viktigste og artigste arbeidet gjenstår! Vi håper lærere vil bruke og utvikle oppgavene videre slik at Kengurukonkurransen kan stimulere til nye arbeidsmetoder i matematikkundervisningen.

Følg med i tidsskriftet Tangenten som har egne Kengurusider. Vi viser her muligheter med noen av kenguruoppgavene og gir tips til hvordan de for eksempel kan brukes i problemløsing.

Vi har også brukt kenguruoppgaver og laget oppgavesett med temabaserte problemløsingsoppgaver. Ressursen finnes på Matematikksenteret sine nettsider.
Dersom elevene arbeider med et sett med oppgaver med ulik tilnærming og med forskjellig vanskegrad innenfor ett og samme tema, kan sammenhenger som tidligere ikke har vært så tydelige bli mer synlig for elevene. Når elever arbeider med varierte oppgaver innenfor samme tema, kan erfaringene og forståelsen de får fra én oppgave videreføres eller utvikles og kanskje utfordres i den neste oppgaven.

Lykke til med årets Kengurukonkurranse – Et sprang inn i matematikken!

Anne-Gunn Svorkmo **Tor Andersen** **Morten Svorkmo**

CADET 2016

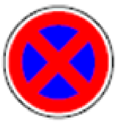
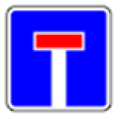
3 poeng

1) Hvor mange hele tall er det mellom 20,16 og 3,17?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

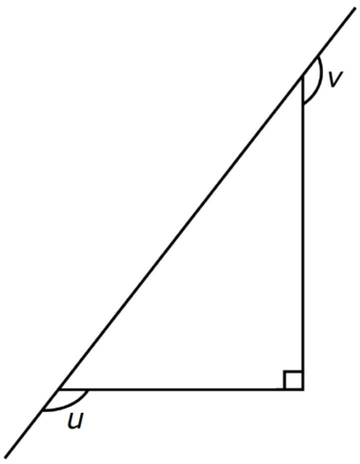
---

2) Hvilket av trafikkskiltene nedenfor har flest symmetrilinjer?

A)  B)  C)  D)  E) 

---

3) Hvor mange grader er *u* + *v* på figuren?



A) 150° B) 180° C) 270° D) 320° E) 360°

---

4) Jenny skulle legge 26 til et bestemt tall.
Istedenfor trakk hun i fra 26 og fikk −14 til svar.

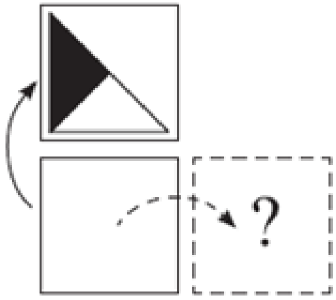
Hvilket svar skulle hun egentlig ha fått?

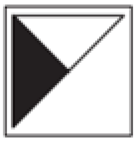
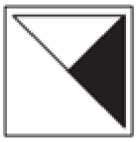
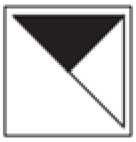
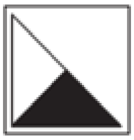
A) 28 B) 32 C) 36 D) 38 E) 42

---

5) Johanna vendte et kort oppover slik som bildet viser.

Hvordan vil kortet se ut hvis hun i stedet for å vende det oppover, vender det mot høyre?



A)  B)  C)  D)  E) 

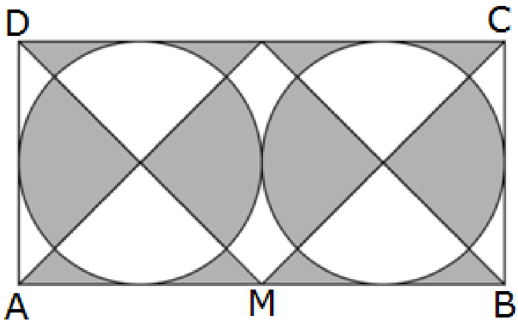
6) En undersøkelse viser at 60 % av lærerne på Lunde skole sykler hver dag for å komme seg til og fra skolen. Dette er 45 lærere. Bare 12 % av lærerne kjører bil til og fra skolen.

Hvor mange lærere kjører bil til og fra skolen?

A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

7) Figuren viser et rektangel ABCD der AB = 20 cm og BC = 10 cm. De to sirklene inne i rektanglet har like lange diametere. Punktet M er midtpunktet på AB.

Hvor stort areal har de gråfargede områdene til sammen?



A) 50 cm^2 B) 80 cm^2 C) 100 cm^2 D) 120 cm^2 E) 150 cm^2

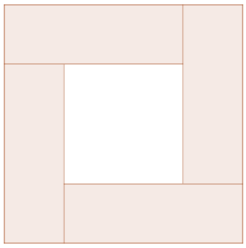
8) Aleksander har to tau. Det ene er 1 m langt og det andre er 2 m langt. Han kutter opp tauene slik at alle stykkene blir like lange.

Hvilket alternativ nedenfor kan ikke være et antall taustykker han kan oppnå?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

4 poeng

9) Fire kongruente rektangler er tegnet inne i et kvadrat, slik figuren viser. Omkretsen til hvert rektangel er 16 cm.



Hvor lang er omkretsen til kvadratet?

A) 16 cm B) 20 cm C) 24 cm D) 28 cm E) 32 cm

10) Berit hadde 49 blå klinkekuler og 1 rød klinkekule. Hun ga bort noen klinkekuler. Etterpå var 90 % av Berit sine klinkekuler blå.

Hvor mange klinkekuler ga Berit bort?

A) 4 B) 10 C) 29 D) 39 E) 40

11) Hvilken av brøkene nedenfor har en verdi som ligger nærmest $\frac{1}{2}$?

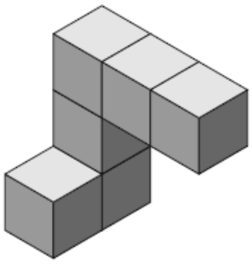
A) $\frac{25}{79}$ B) $\frac{27}{59}$ C) $\frac{29}{57}$ D) $\frac{52}{79}$ E) $\frac{57}{92}$

12) Amalie skrev ned resultatene fra kvartfinalene, semifinalene og finalen i en knock-out-turnering. Resultatene ble (ikke nødvendigvis i denne rekkefølgen): Bengt slo Arnulf, Karl slo Daniel, Glen slo Henrik, Glen slo Karl, Karl slo Bengt, Erik slo Fredrik og Glen slo Erik.

Hvem spilte i finalen?

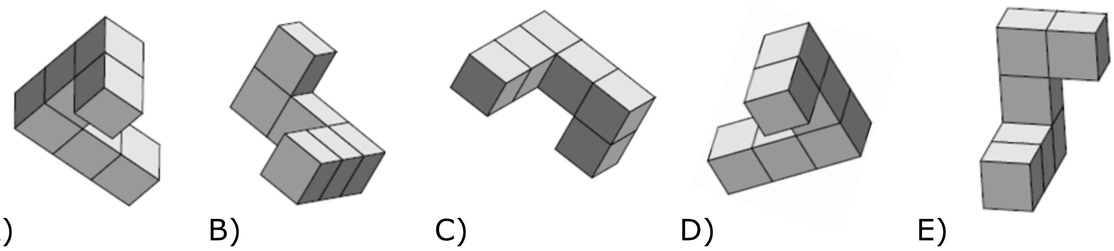
A) Glen og Henrik B) Karl og Daniel C) Karl og Bengt D) Glen og Erik E) Glen og Karl

13) Anne har limt sammen noen terninger til en figur som ser slik ut:



Hun roterer figuren og ser på den fra forskjellige vinkler.

Hvilken av følgende figurer kan hun ikke se?



A) B) C) D) E)

---

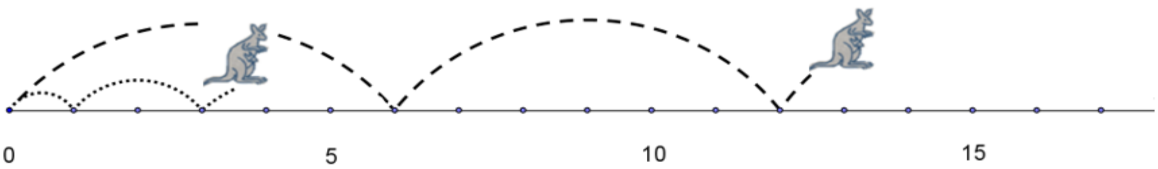
14) Astrid, Berit og Carola er trillinger. Deres tvillingsøstre Dagny og Eva er 3 år yngre.

Hvilket av følgende alternativer kan være summen av alderen til de fem barna?

A) 36 B) 53 C) 76 D) 89 E) 92

---

15) Kenguruene Boe og Zoe startet samtidig å hoppe fra samme sted og i samme retning. Begge kenguruene gjorde ett hopp per sekund. Boe sine hopp var 6 m. Zoe sitt første hopp var 1 m, det andre var 2 m, det tredje var 3 m osv.

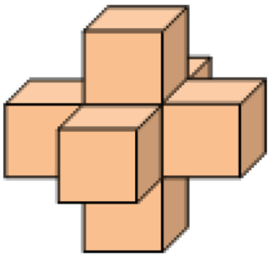


Etter hvor mange hopp tok Zoe igjen Boe?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

---

16) Sju vanlige spillterninger er limt sammen slik figuren nedenfor viser. På figuren er øynene (prikkene) ikke tegnet inn. Sideflatene som er limt sammen, har samme antall øyne (prikker).



Hvor mange øyne (prikker) er til sammen synlig på utsiden av figuren?

A) 24 B) 90 C) 95 D) 105 E) 126

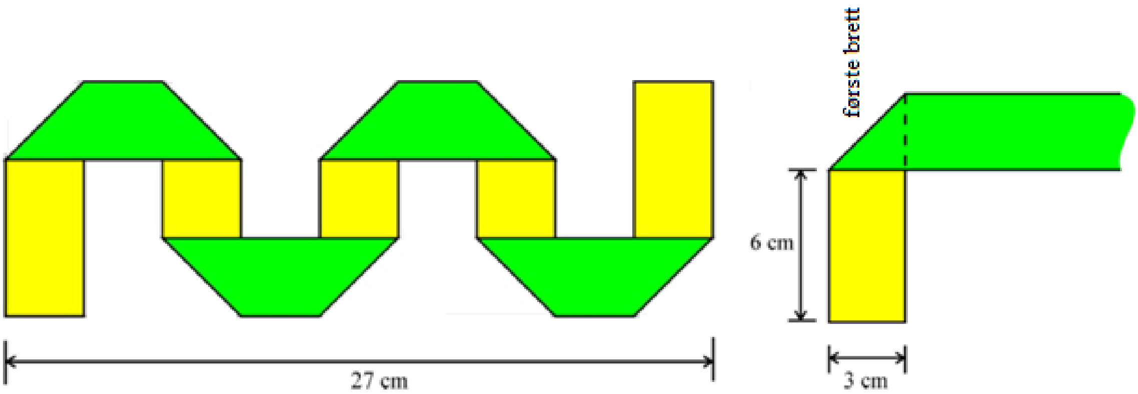
5 poeng

17) I en skoleklasse er det 20 elever. Elevene sitter parvis. Nøyaktig en tredel av guttene sitter ved siden av ei jente, og nøyaktig halvparten av jentene sitter ved siden av en gutt.

Hvor mange gutter er det i klassen?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

18) En rektangulær papirstrimmel er 3 cm bred. Maria brettet strimmelen slik figuren nedenfor viser. Alle trapesene er kongruente.



Hvor lang var papirstrimmelen før den ble brettet?

A) 36 cm B) 48 cm C) 54 cm D) 57 cm E) 81 cm

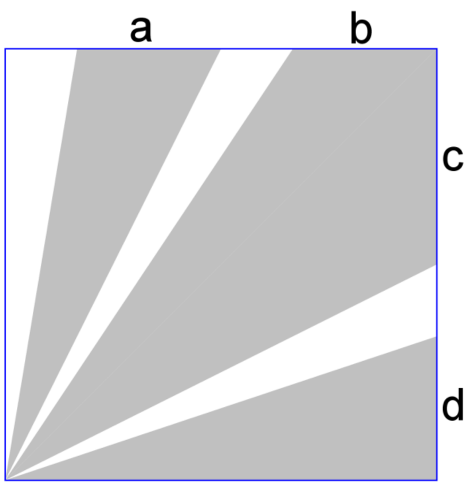
19) 12 jenter var på kafé. I gjennomsnitt spiste hver jente 1,5 muffinser. Ingen av jentene spiste mer enn 2 muffinser. 2 jenter spiste ikke muffins.

Hvor mange jenter spiste 2 muffinser?

A) 2 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

---

20) Kvadratet på figuren har areal 36 cm^2. Arealet til de grå områdene inne i kvadratet er til sammen 27 cm^2.



Hvor lang er a+b+c+d?

A) 4 cm B) 6 cm C) 8 cm D) 9 cm E) 10 cm

---

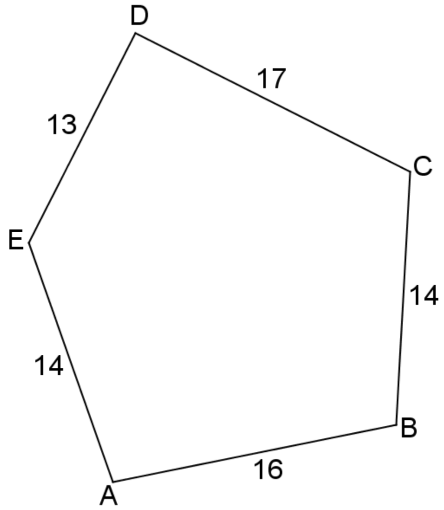
21) Fire forskjellige positive hele tall er skrevet på tavla. Produktet av de to minste tallene er 16, og produktet av de to største tallene er 225.

Hva er summen av tallene?

A) 38 B) 42 C) 44 D) 58 E) 243

---

22) Figuren viser femkanten ABCDE. Sidelengdene er vist på figuren. Egil tegner fem sirkler med sentrum i hvert av hjørnene i femkanten. Hver sirkel tangerer de to nabosirklene.



I hvilket hjørne av femkanten finner vi sentrum til den største sirkelen?

A) A B) B C) C D) D E) E

---

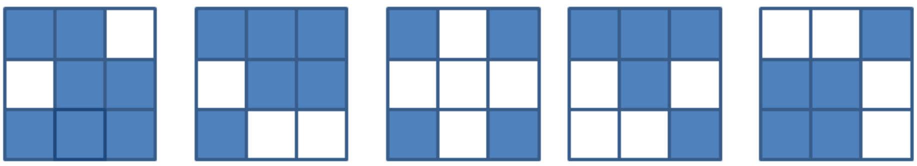
23) Et tog har fem vogner. Hver vogn har minimum én passasjer. To passasjerer er naboer hvis de enten er i samme vogn eller i en av de to nærliggende vognene. Hver passasjer har enten nøyaktig fem eller nøyaktig ti naboer.

Hvor mange passasjerer har toget?

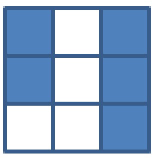
A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) det finnes mer enn ett svar

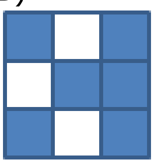
---

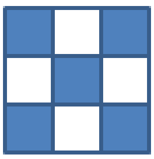
24) En 3 x 3 x 3 terning blir bygget ved hjelp av 15 blå terninger og 12 hvite terninger. Fem av sideflatene er vist på figuren nedenfor.

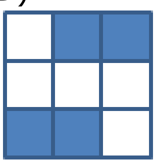


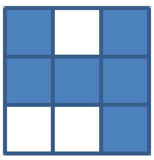
Hvordan ser den sjette sideflaten ut?

A)


B)


C)


D)


E)


Svarskjema for eleven

Navn: ___________________________________

Klasse/trinn/gruppe: __________________

Marker svaret ditt ved å sette kryss i riktig rute

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
					SUM		

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

1) **(C)** 17
20 – 3 = 17

2) **(A)**
Fire symmetrilinjer.

3) **(C)** 270°
$(180^\circ - u) + (180^\circ - v) + 90^\circ = 180^\circ$
$u + v = 270^\circ$

4) **(D)** 38
$x - 26 = -14$
$x = 12$
$12 + 26 = 38$

5) **(B)**

6) **(C)** 9
$\frac{45}{60} \cdot 100 \cdot \frac{12}{100} = \frac{45}{5} = 9$

7) **(C)** 100 cm^2
Hvitt og grått område har like stort areal.
$\frac{20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{2} = 100 \text{ cm}^2$

8) **(B)** 8
Mulige: 2+4=6, 3+6=9, 4+8=12, 5+10=15 osv. tregangen

9) **(E)** 32 cm
Rektangel: lengde: 6 cm,
bredde: 2 cm
Kvadrat: sidelengde: 8 cm,
omkrets: 4 x 8 cm = 32 cm

10) **(E)** 40
Etterpå er 1 rød kule 10 % av alle kulene. Det betyr at Berit har 10 kuler igjen. Altså 9 blå kuler. Hun har gitt bort 40 kuler (alle er blå).

11) **(C)** $\frac{29}{57}$
A, D og E utelukkes. B og C kan sammenlignes ved: $2 \cdot \frac{27}{59} = \frac{54}{59}$ og
$2 \cdot \frac{29}{57} = \frac{58}{57}$

12) **(E)** Glen og Karl
De eneste to navnene som forekommer tre ganger.

13) **(A)**

14) **(D)** 89
$3x + 2 \cdot (x - 3) = 3x + 2x - 6 = 5x - 6$
$x = 19$ gir at $5x - 6 = 5 \cdot 19 - 6 = 89$
Tall i 5-gangen minus 6 betyr at svaret må ha 4 eller 9 på enerplassen. Kun alternativ D) er derfor mulig.

15) **(B)** 11
$\frac{1+x}{2} \cdot x = 6x \;\Rightarrow\; \frac{1+x}{2} = 6 \;\Rightarrow\; x = 11$

16) **(D)** 105
Sum øyne for sideflater som er limt: 21
Sum øyne for synlige sideflater:
$21 \cdot 6 - 21 = 105$

17) **(B)** 12
$g + j = 20 \;\Rightarrow\; j = 20 - g$
$\frac{g}{3} = \frac{j}{2} = \frac{20-g}{2} \;\Rightarrow\; 2g = 60 - 3g \;\Rightarrow$
$5g = 60 \;\Rightarrow\; g = \frac{60}{5} = 12$

18) **(D)** 57 cm
f. eks
$12 \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 6 \text{ cm} + 3 \cdot 3 \text{ cm} = 57 \text{ cm}$

19) **(E)** 8

Ant. muffinser: $1{,}5 \cdot 12 = 18$

Ant. jenter som spiser 2 muffinser: x

$2x + 1 \cdot (10 - x) = 18 \;\Rightarrow$

$2x + 10 - x = 18 \;\Rightarrow x = 18 - 10 = 8$

20) **(D)** 9 cm

$$\frac{a \cdot 6}{2} + \frac{b \cdot 6}{2} + \frac{c \cdot 6}{2} + \frac{d \cdot 6}{2} = 27 \;\Rightarrow$$

$$3 \cdot (a + b + c + d) = 27 \;\Rightarrow$$

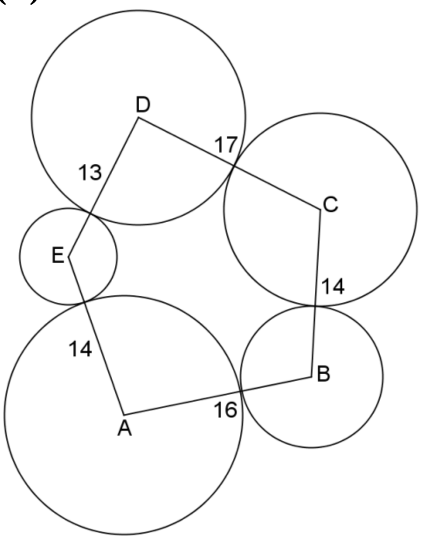
$$a + b + c + d = \frac{27}{3} = 9$$

21) **(C)** 44

$2 \cdot 8 = 16$ og $9 \cdot 25 = 225$

$2 + 8 + 9 + 25 = 44$

22) **(A)** A



Vi kaller radius i sirkelen med sentrum i A for a. Tilsvarende for de øvrige sirklene. Da får vi:
a+b=16, b+c=14, c+d=17, d+e=13 og e+a=14. Dette gir:
a>c, d>b, c>e, a>d og b>e. Altså:
a>d>b og a>c>e. Radius a er størst.

23) **(C)** 17

Det finnes flere løsninger:

1.

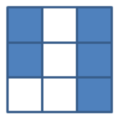
3	3	5	3	3

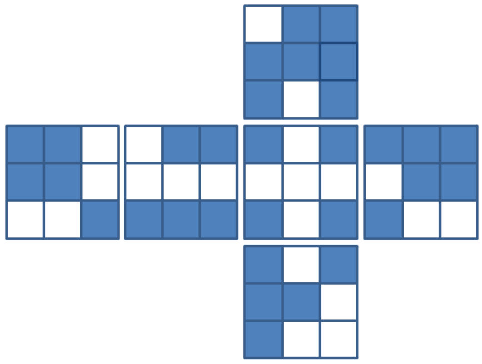
Antall naboer i
vogn 1: 3+2=5
vogn 2: 3+2+5=10
vogn 3: 3+4+3=10
vogn 4: 5+2+3=10
vogn 5: 3+2=5
sum: 3+3+5+3+3=17

2.

1	5	5	1	5

24) **(A)**





Rettingsmal for læreren

Rett svar på hver av oppgavene:

1 – 8 gir 3 poeng
9 – 16 gir 4 poeng
17 – 24 gir 5 poeng

Oppgaver som ikke er besvart gir 0 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E		Poeng
1			C				3
2	A						3
3			C				3
4				D			3
5		B					3
6			C				3
7			C				3
8		B					3
9					E		4
10					E		4
11			C				4
12					E		4
13	A						4
14				D			4
15		B					4
16				D			4
17		B					5
18				D			5
19					E		5
20				D			5
21			C				5
22	A						5
23			C				5
24	A						5
Høyest mulig poengsum - CADET							96

Skjema for retting og registrering

Navn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Sum
Antall rett svar																									