

Kombinatorikk

Kombinatorikk og sannsynlighetsregning bør være "formelfri sone" i grunnskolen. Elevene bør bli presentert for kombinatoriske problemer og sannsynlighetsspørsmål på en sånn måte at de ser hvordan systematisering og opptelling kan gi dem de svarene de leter etter. Dette er ny tenking for elevene, og spesielt når de skal beregne sannsynligheter, må det legges vekt på at de har en formening om at dette bare er *sannsynlighet*, og at det må *store* tall til før vi kan observere forventet fordeling på for eksempel terningkast.

Som navnet sier, handler problemer i kombinatorikk om å finne ulike måter å kombinere noe på. For eksempel:

Eksempel 1

*På Petters pizza kan du sette sammen din egen pizza ved å kombinere én type kjøtt/fisk med to typer grønnsaker. Det er
Kjøtt/fisk: biffkjøtt, kjøttdeig, scampi, tunfisk
Grønnsaker: tomat, sopp, løk, mais, rucolo
Hvor mange ulike pizzaer kan Petter tilby?*

Vi vil vise noen eksempler med fargede brikker. Fordelen med disse eksemplene, er at de kan gjøres praktisk i klasserommet.

Eksempel 2

På hvor mange måter kan vi plassere 3 brikker som finnes i 2 ulike farger etter hverandre? Det går an å prøve seg frem på en mer eller mindre systematisk måte for å finne noen løsninger. Men for å være sikker på at en har fått med alle mulighetene må en gå systematisk til verks.

La oss si brikkene finnes i blå(B) og grønn(G), og at det finnes minst tre av hver. Da blir mulighetene:

Tre grønne: én kombinasjon GGG

To grønne og én blå: tre kombinasjoner BGG, GBG, GGB

Én grønn og to blå: tre kombinasjoner GBB, BGB, BBG

Tre blå: én kombinasjon BBB

Til sammen 8 muligheter

Eksempel 3

På hvor mange måter klarer du å kombinere 8 mynter for å få 50 kr?

To 20-kroner, én 5-krone, fem 1-kroner

To 10-kroner, seks 5-kroner

Eksempel 4

På hvor mange måter kan vi fordele 7 drops på 3 barn når alle skal få minst én drops hver?

Denne kan gjøres på et tidlig klassetrinn (eventuelt med færre drops), og utvides for eldre elever (hva hvis det var 15 drops? 20 drops? n drops? Hva hvis det var 4 barn?). Vi anbefaler å la elevene bruke konkreter som skal være "drops".

Oppfordre elevene til å sette opp tabell:

Petter	Oda	Elin
1	1	5
1	2	4
1	3	3
1	4	2
1	5	1
2	1	4
2	2	3
2	3	2
2	4	1
3	1	3
3	2	2
3	3	1
4	1	2
4	2	1
5	1	1

Det er 15 ulike måter å fordele 7 drops mellom 5 barn. (Legg merke til at denne systematiseringen gir totalantallet som en sum: $5+4+3+2+1$. Dette danner et mønster for hvordan det blir med flere drops. Tallene som framkommer som summen av de naturlige tallene, kalles trekantallene, og de går ofte igjen i ulike mønster. Andre måter å systematisere på gir andre mønster.)

Eksempel 5:

Ulike kombinasjoner

Til denne aktiviteten har hver deltaker 5 brikker i 5 ulike farger. Gul, grønn, blå, rød og lilla.

A) *Hvor mange ulike fargekombinasjoner kan du lage når du skal trekke ut to brikker?*

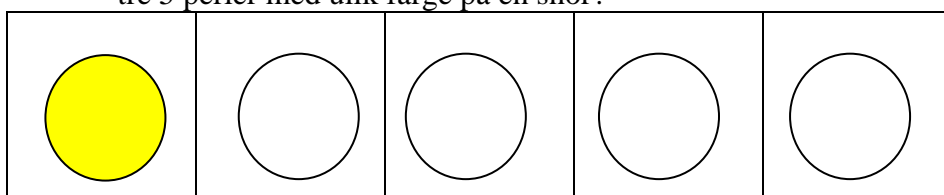
Vi setter opp tabell:

Gul, grønn	grønn, blå	blå, lilla	lilla, rød
Gul, blå	grønn, lilla	blå, rød	
Gul, rød	grønn, rød		
Gul, lilla			

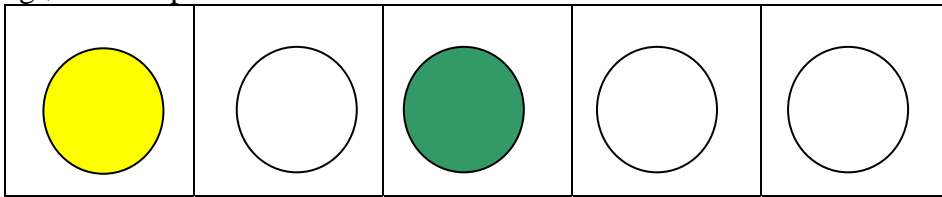
Dette gir oss: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$

Nok en gang er det trekantallene som oppstår.

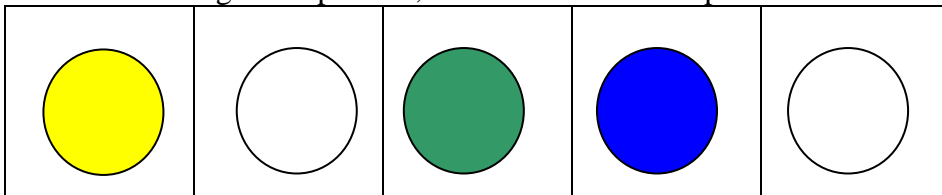
B) *På hvor mange ulike måter kan vi plassere brikkene i 5 båser? Dette kan brukes til å løse følgende problem: hvor mange ulike fargemønstre får vi hvis vi skal tre 5 perler med ulik farge på en snor?*



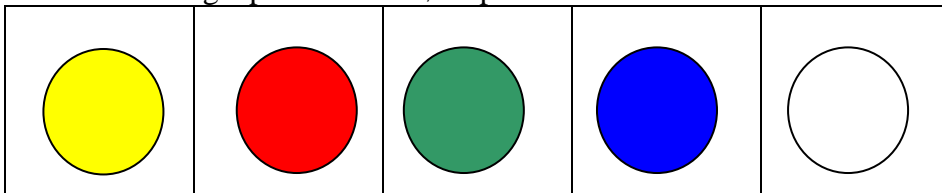
Den gule kan plasseres på 5 ulike steder. Når den er plassert er det bare 4 steder den grønne kan plasseres.



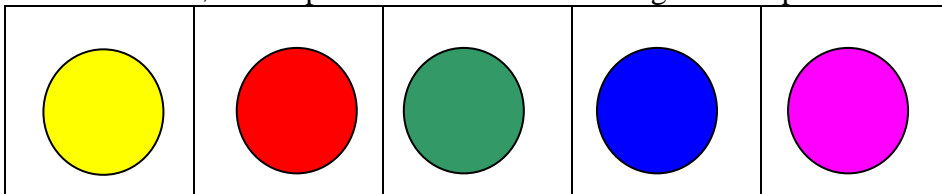
Når disse to fargene er plassert, er det bare 3 steder å plassere den blå:



Da er det mulig å plassere den røde på 2 steder:



Når alle de 4 første er plassert er det bare en mulighet for å plassere den lilla:



Mulige fargemønster: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Diskusjon:

- Hva med bankkoder? Er det så få kombinasjoner?
- Hva med LOTTO? Hvor sannsynlig er det å vinne?

Oppsummering:

Med disse tallkodene er det mange flere kombinasjoner. I eksempelet ovenfor var det bare én brikke av hver farge, men med tallkodene er det 10 ulike siffer, og alle sifrene kan forekomme mange ganger.

Det er små sjanser for å vinne i LOTTO. En matematiker har kommet fram til følgende resultat: Du reiser med toget fra Trondheim til Oslo. En eller annen har plassert en søppeldunk et eller annet sted på ruta. Du kaster tilfeldig en ting ut gjennom vinduet et tilfeldig sted underveis fra Trondheim til Oslo. Sjansen for at du da treffer søppeldunken er større enn at du vinner i LOTTO!

Kombinatorikk er på mange måter veldig praktisk og logisk. Samtidig er det mange som opplever det vanskelig fordi det er så mange fallgruver å gå i. For å unngå dette må elevene få jobbe praktisk med slike oppgaver. Da vil de erfare at dette er logisk, og at det ikke bare er formler de må lære seg uten å skjønne hva de driver med.