

Resonnerende oppgaver

Opgavene på de påfølgende sidene inneholder flere påstander eller opplysninger. Opplysningene bygger på eller utfyller hverandre, og de stiller visse krav eller betingelser. Når alle krav er innfridd eller betingelser er oppfylt, kan man på grunnlag av dette, trekke konklusjoner.

Når elever skal arbeide med slike oppgaver kan det være lurt å gjøre elevene bevisst på hva et resonnement er. Når de resonnerer så betyr det at de må tenke ut flere tanker, en tankerekke, sørge for at det ikke er noen logiske brister i denne rekka og på grunnlag av denne tankerekka kunne trekke slutninger som leder mot en konklusjon. Konklusjonen kan ofte være løsningen på problemet.

Å resonnerer er ifølge Kilpatrick m.fl. (2001) det å:

- forklare hvordan man tenker og kunne begrunne løsningene sine
- kunne følge med i et logisk resonnement og vurdere gyldigheten
- kunne begrunne sammenhenger mellom ulike begrep, egenskaper, framgangsmåter
- kunne argumentere for gyldigheten av en hypotese gjennom logiske resonnement

Introduksjonsoppgave:

Før elevene går i gang med oppgavene på de neste sidene, det er gunstig at de har arbeidet med noen oppgaver hvor de må resonnerer, trekke slutninger og konkludere. Oppgaven nedenfor er et eksempel.

La gjerne elevene få bruk lapper med navn på når de skal arbeide med denne oppgaven.

1. Joanna er høyere enn Anna, men lavere enn Tom.
Rune er høyere enn Joanna. Mari ville vært lavest, hvis det ikke hadde vært for Bård.
Rune er ikke den som er høyest.
2. Skriv navnene i rekkefølge fra den laveste til den høyeste.

Nøkkelspørsmål:

- Hvor mange personer dreier det seg om, og hva er det vi skal finne ut av?
- Hvorfor må setningen «Rune er ikke den som er høyest» være med i oppgaven?
- Hvis denne setningen hadde vært utelatt, hva hadde løsningen på oppgaven da vært?

Utvidelse av oppgaven:

- Hva hvis det hadde vært enda en person til stede for eksempel Max?
Hvilke opplysninger kunne ha stått om han dersom han:
 - a) var den laveste
 - b) var den høyeste
 - c) verken var den høyeste eller laveste.

Arbeid med oppgavene:

På de neste sidene finnes det eksempler på ulike resonnerende oppgaver.

Opgavene er varierte og er ikke nødvendigvis plassert i en rekkefølge med stigende vanskegrad.

Under hver oppgave finnes tips, nøkkelspørsmål som lærer kan stille til elever underveis og eksempler på hvordan oppgaven kan utvides eventuelt forenkles. Fasit finnes på siste side.

Alle oppgavene er hentet fra Kengurukonkurransen og er merket med bokstavene **E**(Ecolier),

B(Benjamin) eller **C**(Cadet) som viser hvilket oppgavesett de er hentet fra. Når det for eksempel står

B7-2015, viser **7** til originalnummeret mens de fire siste sifrene står for hvilket år oppgaven var med i

Kengurukonkurransen. Flere oppgaver finnes på www.matematikkenteret.no/kengurusidene



1. (E14-2007)

Rune, Frida, Lise, Jan og Anne står i kø for å kjøpe billetter til fotballkampen.
Rune står etter Lise. Frida er før Rune og rett etter Jan. Jan er før Lise, men han står ikke først.

Hvor står Anne?

- (A) som nr. 1 (B) som nr. 2 (C) som nr. 3 (D) som nr. 4 (E) som nr. 5

Tips:

- La elevene bruke lapper med navn på.

Nøkkelspørsmål:

- I denne sammenhengen, hva er forskjell på «står etter» og «står rett etter» (eller står foran/står rett foran)?
- Hva hvis det i stedet for «Frida er før Rune og rett etter Jan», hadde stått «Frida er før Rune, men etter Jan», hvordan ville rekkefølgen på alle personene i køen da ha vært?

Videre utforsking – utvidelse av oppgaven:

- Lag opplysninger om Anne slik at hun:
 - a) står som nr. 3 i køen
 - b) står sist i køen
 - c) kan stå flere plasser i køen (dvs. at oppgaven har mer enn en løsning)
- Når fem personer står i en kø, kan hver enkelt stå på fire ulike plasser og i tillegg kan de stå ulikt plassert i forhold til hverandre. Det er et bestemt antall ulike måter en kø med fire personer kan stille seg opp på.

I originaloppgaven er man på jakt etter *en* blant alle mulighetene. Oppgaven får et annet fokus dersom spørsmålet endres til: Hvor mange forskjellige køer kan det lages med fem personer? Det kan være enklere å prøve først med tre eller fire personer.

Elevene kan godt jobbe med dette prikkpunktet før de går løs på det første prikkpunktet her. Da kan de lage en tekst som passer *en* av alle mulighetene.

2.(E17-2010)

Alex, Simon, Robert og Martin møttes på en konsert i Oslo.
De kommer alle fra forskjellige byer: Paris, Dublin, Roma og Berlin.
Du får vite dette:

- Alex og han som var fra Berlin kom til Oslo samme dag som konserten. Ingen av de to hadde vært i Paris eller Roma.
- Robert er ikke fra Berlin og kom til Oslo samtidig med gutten fra Paris.
- Martin og gutten fra Paris likte konserten veldig godt.

Hvilken by kommer Martin fra?

- (A) Paris (B) Roma (C) Oslo (D) Berlin (E) Dublin



Tips:

- La elevene bruke lapper med navn på personer og navn på byer.
- For å finne ut hvilke byer de ulike guttene kommer fra, kan det være en ide å finne ut hvilke byer hver av dem ikke kommer fra.

Nøkkelspørsmål:

- Hvilke byer kan Alex ikke komme fra?
- Hvilke byer kan Robert ikke komme fra?
- Hvorfor kan vi vite hvor Simen kommer fra uten at det noen opplysninger om han i teksten?

Videre utforskning – utvidelse av oppgaven:

- Hva hvis en av opplysningen om guttene, for eksempel den siste, slettes, hvor mange av de fire guttene er vi da ikke helt sikre på hvor kommer fra?

3. (E17-2012)

Fotografen skulle ta et vennebilde av Laura, Ivar, Vidar og Kate.

Fotografen ville både at:

- Laura og Kate skulle stå ved siden av hverandre
- Ivar skulle stå ved siden av Laura

På hvor mange måter kan fotografen stille opp vennene for fotografering?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

Tips:

- La elevene bruke lapper med navn på.

Nøkkelspørsmål:

- Finn en måte fotografen kan stille opp vennene for fotografering. Hvordan kan fotografen endre på denne oppstillingen samtidig som at Laura fremdeles står ved siden av Kate og Ivar ved siden av Laura? Skriv ned alle måtene fotografen kan stille opp vennene? Hvordan kan vi vite at vi har fått med alle måtene?

Videre utforskning – utvidelse av oppgaven:

- Hva hvis det var en femte venn? Lag opplysninger om vedkommende som begrenser antall måter for fotografen å stille opp vennegjengen på.
- La elevene bruke mobilene sine og ta bilder av hverandre etter spesielle kriterier.

4. (B24-2010)

I landet Fantasia finnes det 6-, 7- og 8-armede blekkspruter. De som har 7 armer lyver alltid, mens de som har 6 eller 8 armer snakker alltid sant. En dag møttes fire blekkspruter.

Den blå blekkspruten sa: Vi har til sammen 28 armer.

Den grønne sa: Vi har til sammen 27 armer.

Den gule sa: Vi har 26 armer til sammen.

Den røde blekkspruten sa: Vi har 25 armer til sammen.

Hvilken farge har den blekkspruten som snakker sant?

- (A) Grønn (B) Blå (C) Gul (D) Rød (E) Ingen snakker sant

Tips:

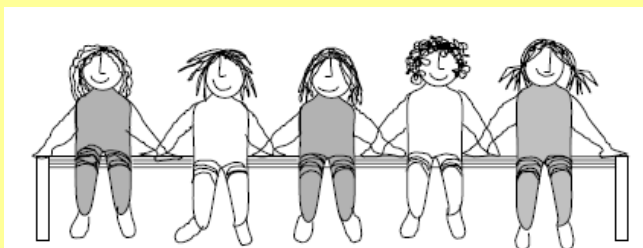
- I spørsmålet er det ett ord som er spesielt viktig at elevene får med seg. Det er *den*. Hva vil det si at det står «den blekkspruten som snakker sant»? Når det spørres etter fargen på den blekkspruten som snakker sant, hva forteller det om de tre andre blekksprutene? Snakker de også sant eller lyver de? (Se første kulepunktet nedenfor).

Nøkkelspørsmål:

- Hvor mange av de fire blekksprutene lyver? Hvorfor?
- Hvor mange armer har tre blekkspruter som lyver til sammen?
- Hvor mange armer kan da den fjerde blekkspruten ha i hvert tilfelle? Hvordan passer antall armer på den fjerde blekkspruten inn med opplysningene i teksten?
- Hvorfor kan det ikke stemme det som den blå blekkspruten sier?

5. (E24-2005)

Marit, Camilla, Sara, Emilie og Kristine sitter på en benk i parken. Marit sitter ikke lengst til høyre og Camilla sitter ikke lengst til venstre. Sara sitter ikke på noen ende. Kristine sitter ikke ved siden av Sara og Sara sitter ikke ved siden av Camilla. Emilie sitter nærmere høyrekanten av benken enn Camilla, men ikke nødvendigvis ved siden av henne.



Hvem sitter ytterst til høyre på benken?

- (A) Vi vet ikke nok (B) Camilla (C) Sara (D) Emilie (E) Marit
til å avgjøre det

Tips:

- La elevene bruke lapper med navn på.

Nøkkelspørsmål:

- Hvem av de fem jentene kan ikke sitte ytterst til høyre på benken?
- Hvorfor kan ikke Sara sitte i midten?
- Hvis vi ser på plasseringen til alle jentene, er det noen plasseringer vi ikke er helt sikre på?
- Hva hadde løsningen på oppgaven vært dersom spørsmålet ble endret til: Hvem av jentene sitter i midten?

Videre utforsking – utvidelse av oppgaven:

- La elevene lage lignende oppgaver for hverandre. Forenkle gjerne oppgaven ved at det bare sitter fire barn på benken. Start gjerne med å plassere 4-5 navngitte barn på en benk og lag deretter opplysningene som passer til plasseringen. Når elevene løser hverandres oppgaver, vil det sannsynligvis dukke opp oppgaver som ikke er entydige. Dersom det skjer, blir det en ekstra utfordring å endre opplysningene eller gi tilleggs- opplysninger slik at oppgaven blir entydig.

6. (B20-2013)

Aron, Bernt og Carl lyver alltid. De har hver sin stein som enten er rød eller grønn.

Aron sier: Min stein har samme farge som Bernt sin stein

Bernt sier: Min stein har samme farge som Carl sin stein.

Carl sier: Nøyaktig to av oss har en rød stein.

Hvilken av disse påstandene er riktig?

- | | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|---|--|
| (A) Arons stein er grønn | (B) Bernts stein er grønn | (C) Carls stein er rød | (D) Arons og Carls steiner har forskjellige farger | (E) Ingen av påstandene er riktig |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|---|--|

Tips:

- Det spiller ingen rolle hvilken av påstandene man starter med. La elevene sette opp alle alternativene. Etersom to har en grønn stein, finnes det bare en løsning.

Videre utforsking – utvidelse av oppgaven:

- Hva hvis påstanden til Carl ikke hadde vært med, hva kunne løsningen/e da ha vært?
- Hva hvis alle guttene hadde snakket sant og at Carl har vært taus? Hvilken farge hadde de tre guttene da hatt på hver sin stein?

Løsning på oppgaver med kort forklaring:

Oppgave nr.	Kenguru nr.	Fasit	Kort forklaring
1	E14-2007	A	Anne står først. Bak henne står Jan, Frida, Lise og Rune.
2	E17-2010	D	Martin kommer fra Berlin. Alex kommer ikke fra Berlin, heller ikke Paris og ikke Roma. Alex må da være fra Dublin. Robert kommer ikke fra Berlin, ikke Paris og må være fra Roma ettersom Alex er fra Dublin. Martin kommer ikke fra Paris. Han må da være fra Berlin.
3	E17-2012	B	4 forskjellige oppstillinger. Vidar-Ivar-Laura-Kate, I-L-K-V, V-K-L-I og K-L-I-V.
4	B24-2010	A	Grønn. I og med at det er 4 ulike svar, kan det bare være en blekksprut som snakker sant. Det betyr at det må være 3 blekkspruter som lyver som til sammen har 21 armer. Da er mulighetene: Blå: $28 = 21 + 7$ dvs. alle lyver Grønn: $27 = 21 + 6$ dvs. at en snakker sant Gul: $26 = 21 + 5$ og ingen blekkspruter har 5 armer Rød: $25 = 21 + 4$ og ingen har 4 armer
5	E24-2005	D	Emilie. Det kan ikke være Marit, for hun sitter ikke lengst til høyre. Det kan heller ikke være Sara, fordi hun sitter ikke på noen ende. Det kan heller ikke være Camilla fordi Emilie sitter lenger til høyre enn hva hun gjør. Rekkefølgen på benken er: K-C -M- S- E
6	B20-2013	A	Arons stein er grønn.