

Matematikklærerkompetanse

Anita Valenta, Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

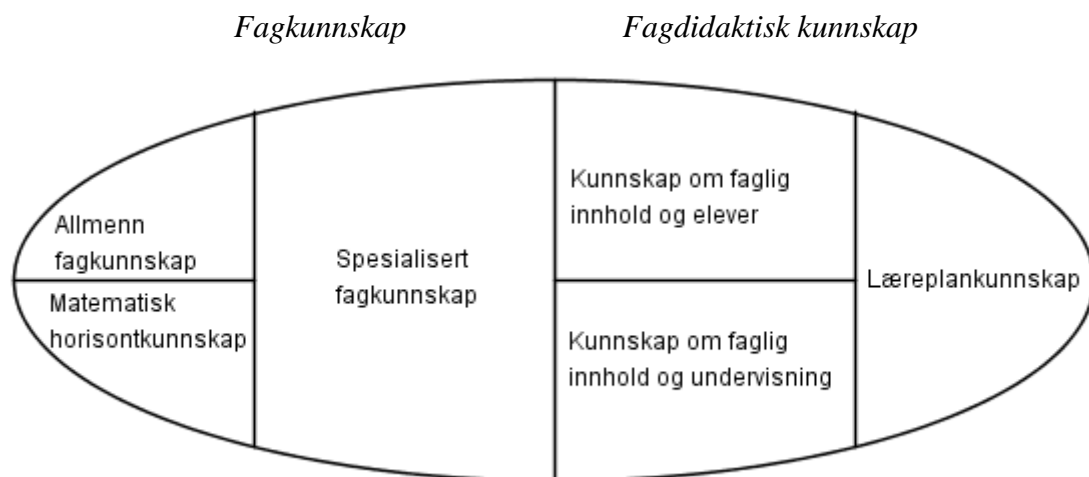
Mai, 2015

Hva er det spesielle en matematikklærer bør kunne, men som en matematiker ikke trenger å kunne og en lærer i et annet fag ikke trenger å kunne? Lee S. Shulman (1986) er en pioner i arbeidet med å identifisere aspekter ved lærerkompetansen som er spesielt knyttet til faglig kompetanse. Han identifiserer to hovedkategorier av matematikklærerkompetanse - *fagkunnskap (subject matter knowledge)* og *fagdidaktisk kunnskap (pedagogical content knowledge)*, og fremhever at de to aspektene er tett koblet. Shulmans arbeid (1986) danner utgangspunkt for flere studier og ulike rammeverk for beskrivelse og analyse av hvordan matematikklærerkompetanse utvikles. Nedenfor beskriver vi to ulike rammeverk, undervisningskunnskap i matematikk (UKM) og kunnskapskvartetten (KQ). De har hatt stor betydning både for hvordan vi ser på matematikklærerkompetanse og for forskning og utvikling knyttet til dette området så vel internasjonalt som i Norge. Rammeverkene er blitt utviklet på ulike måter og kan brukes til ulike forsknings- og utviklingsformål.

Undervisningskunnskap i matematikk

Ball & Bass (2003) innfører begrepet ”mathematical knowledge for teaching” (MKT) som et overordnet begrep for å beskrive hvilken kompetanse som er nødvendig for å undervise i matematikk (se også Ball, Lubiensky, & Mewborn, 2001; Ball, Thames, & Phelps, 2008). I Norge refererer man til dette begrepet som *undervisningskunnskap i matematikk (UKM)*. Ball et al. (2008) analyserer hva arbeidet til en matematikklærer går ut på og hva slags kunnskap og kompetanse som trengs til de ulike oppgavene. De identifiserer seks hovedelementer i UKM:

1. *Allmenn fagkunnskap*
2. *Spesialisert fagkunnskap*
3. *Kunnskap om faglig innhold og elever*
4. *Kunnskap om faglig innhold og undervisning*
5. *Læreplankunnskap*
6. *Matematisk horisontkunnskap*



Figur 1: Undervisningskunnskap i matematikk (UKM)

Allmenn fagkunnskap defineres som matematikkunnskap som brukes ikke bare av lærere, men også av andre som arbeider med matematikk. Det innebærer å kunne løse et matematisk problem, avgjøre om et elevsvar er riktig eller feil. Vurdering av læremidlers og elevers bruk av notasjon, begreper, definisjoner eller fremgangsmåter er riktig inngår også i UKM. Dette er et viktig element i matematikklærerkompetansen, men er også en kunnskap mange andre som arbeider med matematikk har.

Spesialisert fagkunnskap er matematikkunnskap som er spesiell for matematikklærere og som ikke er nødvendig for andre enn dem. Det er en viktig oppgave for en lærer å "pakke ut" det faglige innholdet slik at det blir tilgjengelig for elevene. Det innebærer blant annet å kunne identifisere viktige matematiske ideer og muligheter som en oppgave kan inneholde. Den spesialiserte fagkompetansen består også i å være bevisst ulike måter å fremstille en matematisk operasjon eller idé på. I tillegg er fordeler og ulemper ved bruk av ulike representasjoner, forklaringer og argumentering en del av den spesialiserte fagkunnskapen. For å kunne "pakke ut" begrepet multiplikasjon, for eksempel, bruker en lærer en dyp forståelse av ulike multiplikasjonsmodeller, hvor egnet de er avhengig av de involverte tallene. Videre overveier læreren fordeler og ulemper de ulike modellene og representasjonene har i utforskning av egenskaper ved multiplikasjon og utvikling av regnestrategier. I arbeid med multiplikasjon av brøker vil for eksempel gjentatt addisjon være vanskelig å bruke.

Kunnskap om faglig kunnskap og elever defineres som lærerkunnskap om ulike måter elevene kan tenke på. Området omfatter også kunnskap om hva elevene kan finne utfordrende, hvilke oppgaver som kan tenkes å virke interessante og motiverende og om en oppgave vil være lett

eller vanskelig. Videre innebærer denne kunnskapen å kunne høre og tolke elevenes innspill og å ha kunnskap om vanlige forestillinger og misoppfatninger innenfor et gitt matematisk tema. I arbeid med multiplikasjon, for eksempel, vil regnefortellinger som nærmer seg multiplikasjon gjennom et antall grupper med like mange objekter i hver gruppe (gjentatt addisjon), være lettere tilgjengelig for elevene enn tilnærming gjennom en arealmodell. Samtidig vil snever forståelse av multiplikasjon som gjentatt addisjon kunne føre til misoppfatninger om at svaret på et multiplikasjonsstykke alltid er større enn tallene som multipliseres. Det kan så føre til at elevene ikke klarer å kjenne igjen multiplikasjon i andre typer situasjoner. Det er altså et tett samspill mellom matematisk forståelse, allmenn og spesialisert fagkunnskap og inngående kunnskap om elever og deres matematiske tenking.

Kunnskap om faglig innhold og undervisning er matematikkunnskap som brukes i planlegging av undervisning. Denne kunnskapen kommer til syne i valget av eksempler og aktiviteter som legger til rette for utvikling av en dypere forståelse for det gitte matematiske innholdet, i vurderingen av fordeler og ulemper en gitt representasjon, oppgave eller fremgangsmåte kan ha for elevers læring. Lærere som innehar denne kompetansen vet også hvilke spørsmål som er produktive i arbeidet med en gitt oppgave. Ser vi på eksempelet med multiplikasjon av brøker, vil denne type kunnskap bidra til lærerens valg av passende regnefortellinger og multiplikasjonsmodeller. Den gir også gi læreren mulighet til å veksle mellom ulike representasjoner etter behov og fremheve overganger mellom dem. Denne kompetansen setter også læreren i stand til å ha fokus på elevers forståelse og resonnering i utforskning av ulike egenskaper ved multiplikasjon og i utvikling og bruk av ulike regnestrategier. Kunnskap om faglig innhold og undervisning er nær knyttet til matematisk forståelse og forståelsen for didaktiske aspekter som påvirker læring av matematikk.

I tillegg til disse fire elementene identifiserer Ball et al. (2008) læreplankunnskap og horisontkunnskap som en del av undervisningskunnskapen i matematikk. Det er kunnskap om hvordan de matematiske emnene i læreplanen er relatert til hverandre og hvordan de utvikles videre i elevers utdanning.

Internasjonalt har beskrivelsen av matematikklærerkompetansen gitt av Ball et al. (2008), undervisningskunnskap i matematikk - UKM, hatt stor betydning for forskning og utvikling knyttet til lærerutdanning, etter- og videreutdanning av lærere og forskning knyttet til utvikling av matematikklærerkompetanse. I Norge tas det utgangspunkt i UKM i rammeplaner for matematikkemner i grunnskolelærerutdanning. Videre er rammeverket brukt

i forskning knyttet til ulike aspekter ved undervisningskunnskapen til lærerstudenter og lærere (se f.eks. Fauskanger & Mosvold, 2010; Enge & Valenta, 2010; Fauskanger, Bjuland & Mosvold, 2010; Jakobsen, Ribeiro & Mellone, 2014; Mosvold & Fauskanger, 2014). Miljøet ved Universitetet i Stavanger har også arbeidet med å oversette og tilpasse spørreskjemaer for måling av UMK som opprinnelig er utviklet av Ball og hennes kolleger (se f.eks. Mosvold, Fauskanger, Jakobsen & Melhus, 2009). De har brukt spørreskjemaene til å studere læreres UKM (Fauskanger & Mosvold, 2014).

Kunnskapen matematikklærere trenger for å undervise i faget har en matematisk og en didaktisk side som er tett sammenflettet slik det er fremhevet i beskrivelsen av de ulike elementene. Det faglige innholdet – et gitt begrep, en fremgangsmåte, representasjon eller sammenheng – bør ha avgjørende rolle for hvilken type spørsmål, oppgave eller arbeidsmåte læreren velger. Enge & Valenta (2010) påpeker i sin studie at lærerstudenter gjerne er veldig opptatt av elevers læring og hvordan de kan legge til rette for læring (kunnskap om faglig innhold og elever/undervisning), men at de ofte overser betydningen av å analysere det matematiske innholdet i den oppgaven elevene skal få (spesialisert fagkunnskap). Studentenes refleksjoner om egne praksisepisoder, elevers læring og egen undervisning blir da generelle og har lite potensiale for videre utvikling av undervisningskunnskapen i matematikk. Hill, Rowan & Ball (2005) påpeker at matematisk kunnskap har en helt sentral rolle i arbeidet med å legge til rette for elevers læring på alle trinn. De fremhever spesielt den matematiske kunnskapen som er knyttet til temaer og trinn læreren jobber på som helt avgjørende. Fauskanger og Mosvold (2008) tar utgangspunkt i arbeidet til Ball og kollegene i sin diskusjon om innhold i etterutdanningskurs for matematikklærere. De fremhever også betydning av arbeid med matematisk kunnskap med lærere i etterutdanning, men poengterer igjen at matematisk kunnskap knyttet til temaer lærere underviser i og trinn de underviser på bør prioriteres. Diskusjoner om matematisk innhold, begreper, representasjoner, sammenhenger og muligheter for læring en gitt oppgave inneholder bør da etterfølges av utprøving i praksis og videre diskusjoner.

Kunnskapskvartetten

Rowland, Huckstep & Thwaites (2005) tar også utgangspunkt i Shulmans arbeid og utvikler et rammeverk til bruk i analyse av og refleksjon om matematikkundervisning og matematikklærerens kompetanse. Mens Ball & Bass (2003) går inn i beskrivelse og drøfting av ulike aspekter ved matematikklærerkompetansen, er Rowland m.fl. (2005) mer opptatt av å identifisere situasjoner der matematikklærerkompetansen kommer til syne i undervisning. På

den måten beskriver de matematikklærerkompetansen på en implisitt måte. Rammeverket til Rowland og kollegene hans er utviklet gjennom videoopptak og observasjon av undervisning i matematikk. Videoene ble i etterkant analysert med tanke på å identifisere situasjoner der matematikklærerkompetansen kommer til uttrykk i undervisningen. De ulike situasjonene ble deretter gruppert i fire dimensjoner, som danner et rammeverk kalt for Knowledge Quartet (KQ) og som vi vil referere til som *kunnskapskvartetten*.

Den første dimensjonen i rammeverket, *grunnlag (foundation)*, omfatter situasjoner i undervisning der lærerens matematiske og matematikdidaktiske kunnskapsgrunnlag kommer til uttrykk. Denne dimensjonen inneholder blant annet lærerens syn på matematikk, hva matematikk handler om, hva som er viktig å lære i matematikk, og hvordan det kan legges til rette for læring på en best mulig måte. Situasjoner der denne dimensjonen kommer til syne i undervisningen er for eksempel i konsentrering om prosedyrer, lærebokstyrt undervisning, bevissthet om hva som er viktig å lære i matematikk og bruk av matematikdidaktisk forskning i undervisningen. Videre kommer kunnskapsgrunnlaget til uttrykk i lærerens bruk av matematisk terminologi og hvordan feil i elevers tankegang eller lærebøker blir gjenkjent og påpekt. Noen begrunnelser for sammenhenger og prosedyrer i matematikk vil for eksempel kunne fungere som matematisk argumentasjon, mens andre ikke vil det.

I undervisningen kan læreren velge ulike måter for å omforme matematiske ideer slik at de blir tilgjengelig for elevene. En av dimensjonene i KQ, *omdanning (transformation)* handler om situasjoner der disse valgene tas. Læreren velger oppgaver og eksempler, og noen eksempler er mer kognitivt krevende enn andre, noen fremmer en gitt strategi mer enn noen andre, noen eksempler kan fremme misoppfatninger og noen kan fremme forståelse. Læreren velger videre hvordan eksemplene skal presenteres, i form av en regnefortelling, ved en graf eller annen type illustrasjon eller i symbolsk form. Igjen, noen representasjoner vil være mer passende for et gitt formål enn andre representasjoner. Undervisningsmaterialet kan også brukes på ulike måter og til ulike formål i undervisningen. Ofte forklarer lærere ulike ideer eller strategier. Forklaringene kan utformes på ulike måter ved at man legger vekt på noen aspekter og velger egnede representasjoner.

Den tredje dimensjonen i KQ, *sammenheng (connection)*, omfatter situasjoner i undervisning som går på fremheving av sammenhenger i matematikundervisningen. Det dreier seg om sammenhenger mellom ulike prosedyrer og strategier og sammenhenger mellom ulike begreper. Her vil også gjenkjenning av prosedyrer og begreper som kan være formålstjenlige i

en matematisk aktivitet være et viktig element. Avgjørelser om rekkefølge på spørsmål og oppgaver er også viktige. Lærerens bevissthet om kognitive krav i en oppgave eller et tema vil komme frem i situasjoner av denne typen.

I en undervisningssituasjon vil det alltid skje ting som ikke er planlagt. Elevene kan komme med innspill som er overraskende, og noen ganger vil slike innspill kunne åpne for rike matematiske diskusjoner, men også kreve avvik fra opprinnelig plan. Den fjerde dimensjonen i KQ, *eventualitet (contingency)*, handler om situasjoner av denne typen og lærerens evne til å møte det uventede på en gjennomtenkt og velbegrunnet måte.

Dimensjon	Situasjoner i undervisning
<i>Grunnlag</i>	Bevissthet om formålet med matematikk Lærebokstyring Konsentrering om prosedyrer Identifisering av feil Kjennskap til og bruk av forskningsresultater Bruk av matematisk terminologi Fremvisning av matematikkunnskap som er utover det som er vanlig
<i>Omdanning</i>	Valg av eksempler Valg av representasjoner Bruk av undervisningsmaterialet Utforming av undervisningsforklaringer
<i>Sammenheng</i>	Bevissthet om kognitive krav som stilles Avgjørelser om rekkefølge Gjenkjenning av formålstjenlige prosedyrer og begreper Fremheving av sammenheng mellom prosedyrer Fremheving av sammenheng mellom begreper
<i>Eventualitet</i>	Avvik fra planen Bruk av uventede muligheter Håndtering av elevers innspill

Tabell 1: De fire dimensjonene innen kunnskapskvartetten, med tilhørende situasjoner/koder

Kunnskapskvartetten er i det siste blitt brukt som analyseverktøy i mange forskningsprosjekter knyttet til matematikklærerkompetanse og dens utvikling, også i Norge. Kleve (2010) analyserer i en case hvordan læreren veksler mellom sine kunnskaper i matematikk og matematikdidaktikk i undervisningen og drøfter spesielt utfordringer som oppstår og implikasjoner utfordringene har for aspekter som bør fremheves i lærerutdanning. Solem & Hovik (2012) bruker både kunnskapskvartetten og undervisningskunnskap i matematikk til Ball et al. (2008) til å analysere en undervisningsepisode. De finner at rammeverkene kan utfylle hverandre i diskusjoner om hvordan lærerens undervisningskunnskap får betydning for hvilke valg hun foretar. Valenta & Enge (under publisering) bruker kunnskapskvartetten til å analysere lærerstudentenes matematikklærerkompetanse slik den kommer til syne i skiving av tenkte samtaler under

planlegging av korte matematiske samtaler til bruk i praksis og i transkripsjoner av gjennomførte samtaler. Deres analyse viser at mange aspekter ved kompetansen kan komme frem allerede i planleggingen og at det kan være hensiktsmessig i lærerutdanning å legge vekt på å diskutere planlegging av korte matematiske diskusjoner. Kleve & Solem (2014) ser også på læreres kompetanse i å lede matematiske samtaler. De peker på aspekter som er avgjørende for at samtalen skal være produktiv og fremhever betydningen av samspillet mellom ulike dimensjoner av kunnskapskvartetten.

Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep (2009) og Rowland m.fl., (2005) argumenterer for at rammeverket ikke bare egner seg som analyseverktøy i forskning, men også i veiledning av studenter eller kolleger og i diskusjoner om undervisningspraksis. Slik kan kunnskapskvartetten brukes som et ledd i utvikling av egen og andres matematikklærerkompetanse. I de fleste studiene der rammeverket har blitt brukt, tar man utgangspunkt i videoer fra undervisning som analyseres og diskuteres, men også detaljerte planleggingsdokumenter kan være utgangspunkt for diskusjon slik Valenta og Enge viser i sin studie (under publisering). Det viser seg å være nyttig både for forskning og utvikling av kompetanse å ha konkrete undervisningssituasjoner å undersøke, studere disse nærmere og diskutere hva som skjer og hvorfor det skjer. Rammeverket tilbyr konkrete aspekter å se etter og et felles språk som kan brukes i utvikling av aktiviteter og matematikklærerkompetansen generelt.

Hvorfor rammeverk?

I denne artikkelen presenteres det kort to rammeverk som er blitt utviklet for å beskrive ulike kunnskapselementer matematikklærere bruker i sin undervisning og trenger i sin profesjonelle yrkesutøvelse. Slike rammeverk gjør det mulig å utvikle et felles språk om og forståelse av hva det innebærer å være matematikklærer. Som vist over, kan rammeverkene brukes til å definere elementer ved matematikklæreres profesjonelle kompetanse, og dermed som et utgangspunkt for utforming av matematikkemnene i lærerutdanning og innholdet i etter- og videreutdanningskurs for lærere. Som eksemplifisert over får man gjennom forskning der rammeverkene brukes som et analyseredskap, kunnskap om hvordan matematikklærerkompetanse kan utvikles og hva som kan være kritiske momenter i utviklingen. Denne kunnskapen kan da brukes i arbeidet med lærere og lærerstudenter gjennom utforming av aktiviteter og spørsmål som fremhever de sentrale og utfordrende aspektene. Rammeverkene kan også brukes som et utgangspunkt for matematikklæreres eget arbeid med kontinuerlig utvikling av profesjonskunnskap og undervisning.

Referanser

- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In E. Simmt & B. Davis (Eds.). *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Edmonton, AB:CMESG/GCEDM.
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Enge, O. & Valenta, A. (2010) Utvikling av matematikklærerkompetansen hos studenter i allmennlærerutdanning. *Tidsskriftet FoU i praksis*; Volum 4.(3) s. 61-77
- Fauskanger, J. og Mosvold, R. (2008). Kunnskaper og oppfatninger – implikasjoner for etterutdanning. I *Norsk Pedagogisk Tidsskrift* nr.3, 2008. pp 187-197.
- Fauskanger, J., Bjuland, R., & Mosvold, R. (2010). "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" - det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. In T. Løkensgard Hoel, G. Engvik, & B. Hanssen (red), *Ny som lærer - sjansespill og samspill* (pp. 99-114). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og læreres opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 94(2), 112-123.
- Fauskanger, J. og Mosvold, R. (2014). Studying teachers' knowledge by the use of multiple-choice items: the case of "I'm not sure". *Nordic Studies in Mathematics Education*; Volum19.(3-4)s.41-56
- Kleve, B. (2010). Brøkundervisning på barnetrinnet – aspekter av en lærers matematikkunnskap. *Acta Didactica Norge* Vol.4 Nr.1 Art.5
- Mosvold, R., Fauskanger, J., Jakobsen, A. og Melhus, K. (2009). Translating test items into Norwegian - without getting lost in translation? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(4), 9-31.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2014). Teachers' beliefs about mathematical horizon content knowledge. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8. 255-281
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching*. SAGE Publications Ltd
- Solem, I. H. & Hovik E. K. (2012) «36 er et oddetail» - Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 6(1), 47-60
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Valenta, A. & Enge, O. (under publisering). Tenkt samtale som et redskap i planlegging og gjennomføring av matematikksamtaler. I Herheim, R. & Høyenes, M. (red) *Boktittel* Casperforlaget