KappAbel

2004 - 2005

En nordisk matematikk-konkurranse for hele klassen!

Oppgavesamling fra KappAbel-konkurransen 2004-2005

KappAbel

Matematikksenteret
Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen

Bruk boka til glede og inspirasjon,

til samarbeid og moro med matematikk.

Ingvill M. Stedøy

Faglig ansvarlig: Ingvill M. Stedøy.

Fotografiene er tatt av Tine Wedege om ikke annet er angitt.

Heftet er redigert av Pål Erik Lauritzen Ekholm.

2005© Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
Trykk: NTNU-trykk
ISBN: 82-471-6031-5

Innledning

Bakgrunn

Målgruppen for KappAbel er elever i nest siste år av den obligatoriske skolen. I Norge er dette 9. klasse, og elevene er 14 til 15 år (fyller 14 år det året de starter 9. klasse). Nettopp i denne aldersgruppen finner vi mange umotiverte elever som kjeder seg på skolen. Mange lærere finner det vanskelig å få dem til å gløde for matematikken. Motivasjonen er ofte bygd opp med trussel om dårlige karakterer hvis de ikke jobber, og at ”alle” sier at matematikk er viktig.

Mange elever oppfatter matematikk som kjedelig og lite relevant. Det er ofte lærebokstyrt undervisning, og lærerne føler et tidspress i forhold til de faglige målene i læreplanene.

En ting som kjennetegner aldersgruppen, er behov for aksept av jevnaldrende. Venner er viktigere enn alt annet, og gruppetilhørighet preger deres hverdag. Dette er momenter vi har tatt hensyn til når vi utviklet konkurransen som en konkurranse der hele klassen deltar som et samlet lag.

I 1997 ble KappAbel ”født” på initiativ av lærer Ivar Salvesen ved Froland ungdomsskole. Hans bekymring for svake resultater blant norske elever i internasjonale undersøkelser, gjorde at han tok initiativet til en konkurranse for elever i 9. klasse i de to Agder-fylkene. De første årene eksisterte KappAbel som en oppgavekonkurranse for lag.

KappAbel har eksistert i sin nåværende form siden Verdens matematikkår i 2000, da konkurransen for første gang ble nasjonal. Den gangen hadde Institutt for matematiske fag ved Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim ansvaret for hele konkurransen, både det faglige ansvaret, og regien og gjennomføringen av det praktiske arrangemantet. Det ble etablert et samarbeid med Knut Hassel-Nielsen ved Institutt for datateknikk og informatikk (IDI), og dette samarbeidet har fortsatt siden. Han har utviklet systemet for den nettbaserte delen av konkurransen.

Fra 2003 har konkurransen vært drevet som et samarbeidsprosjekt mellom Froland verk kultursenter og matematikkmiljøet ved NTNU. Froland verk kultursenter har hatt ansvaret for alt det praktiske i forbindelse med arrangementet og for den direkte kontakten med skolene. De har også stått for organiseringen av utstillingen i forbindelse med prosjektkonkurransen. Froland har de siste årene ansatt en prosjektleder på heltid. Han er administrativt ansvarlig for gjennomføringen av konkurransen hvert år, og er også med som konsulent på oppgavene. Prosjektlederen, Roald Buvig, har også bidratt med oppgaver til innledende runder.

Institutt for matematiske fag ved NTNU er faglig ansvarlig for konkurransen. Ingvill M. Stedøy ved Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen (NSMO) er ansvarlig for utvikling av oppgavene og tema for prosjektarbeidet for hele konkurransen, og for utvikling av materiell til semifinalene og finalene. Dette skjer i nært samarbeid med LAMIS, der spesielt Svein Torkildsen har vært og er en viktig del av gruppa som har utarbeidet oppgavene. Nils Kristian Rossing ved Skolelaboratoriet ved NTNU og Vitensenteret i Trondheim var med på den faglige delen av KappAbel de tre første årene. Han gjorde en fantastisk jobb og hadde hovedansvaret for finaleoppgavene. Vitensenteret var arena for prosjektfremføring og -utstlling i 2000. Institutt for matematiske fag har hvert år stilt med fagdommer, Lisa Lorentzen, til finalen.

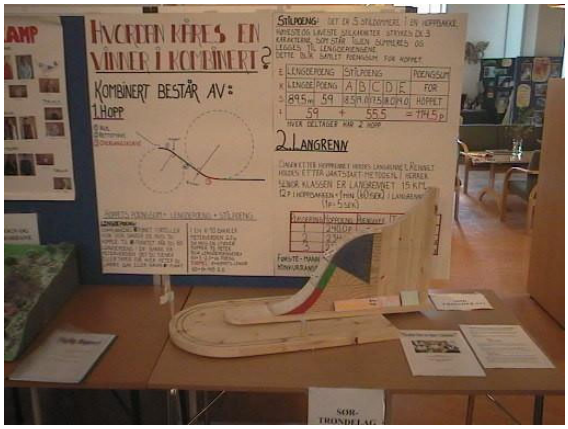
Innledende runder

Konkurransen starter hvert år om høsten (november) med den første innledende runden. Da blir åtte oppgaver lagt ut på nettsidene til KappAbel. Klassene som vil være med, får utdelt et passord, slik at klassens matematikklærer kan få tilgang til oppgavene og skrive dem ut til klassen. Hele klassen skal arbeide med oppgavene, gjerne i grupper, og bli enige om hva de skal svare på hver av de åtte oppgavene i løpet av 90 minutter. Læreren sender inn klassens besvarelse via internett, og får umiddelbart tilbakemelding om hvor mange poeng klassen har oppnådd. Elevene vet ikke hvilke oppgaver de eventuelt har svart feil på, og dette gir spennende og livlige diskusjoner i klassen fram til et løsningsforslag blir lagt ut to uker etter at oppgavene ble tilgjengelige for deltakerskolene.

Alle klassene går videre til andre runde. Oppgavene for denne runden har de siste årene blitt lagt ut på nettsidene i januar. Andre runde foregår på nøyaktig samme måte som første runde. Den samlede poengsummen for de to innledende rundene avgjør hvilke klasser som går videre til semifinalen. I de innledende rundene konkurrerer klassene fylkesvis, og klassene med høyest poengsum i hvert fylke går videre. Dersom flere klasser har samme poengsum, blir det avgjort ved loddtrekning.

Semifinalen

Klassene som går videre i konkurransen, skal gjennomføre et klasseprosjekt med oppgitt tema. Prosjektet skal føre fram til et produkt som skal sendes inn til en jury, vurderes, og bli en del av en utstilling som er åpen for publikum under finaledagene. I tillegg skal de levere en prosesslogg med beskrivelse av arbeidet, og en faglogg der matematikkinnholdet i prosjektet skal synliggjøres. Disse blir også vurdert av en jury.



Matematikk og sport var tema for prosjektet i 2002. Her er produktet til laget fra Selbu ungdomsskole i Sør-Trøndelag. *Foto: Nils Kristian Rossing*

I april skal klassene sende to jenter og to gutter til Arendal og Froland, der de skal representere klassene sine under semifinale- og finalearrangementet. I løpet av en dag skal disse gruppene delta i oppgavedelen av semifinalen og presentere prosjektene sine muntlig for en jury, og med de andre semifinalistene til stede som publikum. Oppgavedelen foregår i en stor idrettshall der hver gruppe sitter sammen rundt et bord. Det er en slags matematikkstafett der en og en oppgave skal løses og leveres skriftlig, i tur og orden i løpet av 90 minutter. Lagene må selv avgjøre hvor lang tid de vil bruke på hver enkelt oppgave. Oppgavene er problemløsningsoppgaver av varierende vanskelighetsgrad, og skal som regel løses ved hjelp av utdelt materiell.

Totalsummen av poengene fra klasseprosjektet (utstillingsprodukt, logger og presentasjon) og oppgavedelen av semifinalen, avgjør hvilke tre lag som går videre til finalen.

Finalen

Den store finalen foregår med lagene sittende fremme på en scene, og med publikum i salen. I 2000 var finalen i et stort auditorium ved NTNU, men deretter har det foregått i Saga kino i Arendal. Ingvill Stedøy ved NSMO har ledet finalen hvert år, og hatt hovedansvaret for den faglige delen av KappAbel. Finaleleder presenterer oppgaveve for lagene og for publikum. De får utdelt utstyr til å løse oppgavene, og i løpet av noen få minutter skal de komme fram til et svar på oppgaven. Publikum blir samtidig utfordret til å prøve og løse oppgavene. Det blir gitt poeng for hver oppgave før den neste blir presentert, slik at lagene og publikum hele tiden kan følge med på stillingen underveis. Slik blir finalen både spennende og utfordrende for publikum såvel som for lagene. Alle finalelagene får flotte pengepremier som de skal ha med hjem til klassene sine. Det er viktig å understreke at KappAbel er en konkurranse for hele klassen. Med unntak av de to dagene med oppgaveløsning og presentasjon av prosjektene, er hele klassen engasjert i konkurransen.

Vinnerlaget 2003 fra Kirkebygden i Våler (Østfold) besøkte "Bukkerommet" (Niels Henrik Abels rom) på Frolands Verk etter at seieren var sikret.
Foto: Thor Søndenaa

Nordisk deltakelse

I 2002 ble de fire andre nordiske landene invitert til å delta i KappAbel via Nordisk kontaktkomité for ICME-10 (den 10. internasjonale matematikkongress som ble arrangert i København den 4. til 11 juli 2004). Anna Kristjansdóttir fra Island (nå professor i matematikkdidaktikk ved Høgskolen i Agder) klarte, ved hjelp av sin store entusiasme, dyktighet og arbeidskapasitet, å få KappAbel nesten like stor på Island som den er i Norge, og det allerede første gangen de var med! Det islandske vinnerlaget fikk være med under semifinalen, og kom på andreplass totalt med prosjektdel og oppgavedel. En klasse fra Danmark deltok i innledende runder, men valgte å ikke gå videre med prosjektarbeidet. Ingen klasser var med fra Sverige eller Finland.

KappAbel ble litt mer nordisk i 2003. Island ble med for fullt. Sverige hadde avholdt en noe redusert konkurranse, der klassene gjorde prosjektarbeid og deltok i en slags sammenslått semifinale og finale. Danmark hadde noen klasser som deltok i innledende runder, men ikke gjorde prosjektarbeidet. Finland var ikke med.

En nordisk finale ble for første gang arrangert den 18. og 19. september 2003. Finalen foregikk i Arendal, på samme måten som de nasjonale finalene, med unntak av at lagene også presenterte prosjektet sitt for en nordisk jury. Klassene fikk arbeidere videre med, og forbedre prosjektet sitt mellom den nasjonale og nordiske finalen. Den nordiske finalen foregikk på engelsk. Laget fra Kubikskolan i Sverige vant både prosjektkonkurransen og oppgavekonkurransen, men det var små marginer.

Nordisk kontaktkomité søkte og fikk midler fra Nordisk ministerråd til å gjøre KappAbel til et helnordisk arrangement. Midlene ble brukt til å planlegge og gjennomføre nordisk finale i 2003, og til planlegging og gjennomføring av nasjonale finaler, og nordisk finale i 2004. Alle de nordiske landene var representert i den nordiske finalen som ble avholdt under den store internasjonale kongressen ICME-10 i København i 2004. Hvert av de nordiske landene har etablert en egen prosjektgruppe for KappAbel. Nettsidene www.KappAbel.com er blitt nordiske, og alle landene skal gjennomføre nasjonale konkurranser med de samme oppgavene og til samme tid.

Målet på litt lengre sikt er at minst 50% av alle elevene på det aktuelle alderstrinnet fra hvert land etterhvert skal delta i KappAbel.

En unik konkurranseform

KappAbel er helt enestående som konkurranse. Det er en konkurranse som, i motsetning til de fleste andre matematikkonkurranser, inkluderer og engasjerer hele klassen. Jentene er minst like ivrige til å delta som guttene, og konkurransen stimulerer lærerne til å arbeide mer variert med matematikkfaget. Nordisk kontaktkomite har også fått midler til å forske på hvilken betydning deltakelse i KappAbel har for elevene, lærerne og skolene.

KappAbel blir lagt merke til internasjonalt. Som leder av NSMO representerer undertegnede Norge i en gruppe i EU som arbeider med tiltak for økt rekruttering til matematikk, naturfag og teknologi. Der ble KappAbel trukket fram som et strålende eksempel på hvordan også en konkurranse kan være med å øke interessen for matematikk.

Her er hva ekspertene som vurderte de ulike landenes satsing sa om KappAbel:
This project is unusual in that the competition is not only national policy but is designed to involve all students rather than those who are regarded as mathematically able or gifted. Rather than pupils taking part as individuals, moreover, in the initial stage classes participate as a team. Through collaborative processes opportunities for mediated learning are provided as the less able gain support from more able pupils. The early stages make use of computer based activities with whole class collaboration to produce answers which are fed back into the computer for assessment. In this way another of the main disadvantages of competition, anxiety generated by racing against a visible opponent, is avoided.
Other important aspects involved in raising interest and achievement in mathematics are the use of context and the development of higher order thinking skills. The importance of a focus on contextualized practical work in learning and generating interest is addressed in the Norwegian initiative through the use of project work and problem solving in a later round. Thus the important development of higher order thinking skills in mathematics is also taken into account along with the notion of constructivist principles of active learning.
Gender issues are directly addressed at the later stages of the competition as two girls and two boys are selected to represent the class.
A perceived increase in enthusiasm and motivation has been noted through the engagement of students discussing mathematical problems not only in class, but also between and after classes. *(John Dakers, UK)*

Velkommen som deltakere i KappAbelkonkurransen!

Ingvill M. Stedøy
Faglig leder
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
NTNU, Trondheim, Norge

Innholdsfortegnelse

	Sidetall
Innledning……	3
Om KappAbel 2004-2005..……..……	11
Konkurranseregler……..…….	13
Innledende runde 1, november 2004……..	17
Løsningsforslag..……	20
Innledende runde 2, januar 2005……	23
Løsningsforslag..……	27
Semifinale, april 2005……	35
Løsningsforslag.……	59
Finale, april 2005…...……	67
Løsningsforslag.……	79
Nordisk finale, Reykjavik april 2005……	83
Løsningsforslag….……	89
”Matematikk og kroppen” – bilder fra prosjektoppgavene 2005.….……	93
Retningslinjer for prosjektoppgavene……	95
Fra KappAbel 2003-2004:	
Semifinale, 2004.....	99
Løsningsforslag……..	115
Finale, 2004……	119
Løsningsforslag……..	129
Nordisk finale, København juli 2004…….	133
Løsningsforslag……..	141

KappAbelkonkurransen 2004-2005

I november 2004 ble den første innledende runden gjennomført. I år var det omtrent 20 000 elever som deltok, hvis en ser bort fra Island. 844 klasser deltok i første runde og 635 i andre runde. Flest av dem fra Norge, men også en god del fra Danmark, Sverige, og Finland. Klasser fra Island er ikke regnet med da de gjennomfører konkurransen uavhengig, men til tross for langvarig lærerstreik høsten 2004, deltok 20% av alle islandske niendeklassinger i innledende runder!

Etter at innledende runder var gjennomført sto det igjen ett lag fra hvert fylke som skulle kjempe om finaleplass. Resultatet etter innledende runder var så jevnt, at enkelte fylker måtte ty til loddtrekning for å kåre en vinner. Dette var blant annet tilfelle i Hedmark og Telemark der hhv. Tolga skole og Grasmyr Ungdomsskole trakk det korteste strået.

I semifinalen deltok følgende 19 lag:

Fylke	Skole	Klasse
Østfold	Verket skole	9C
Akershus	Ski Ungdomsskole	9A
Oslo	Ris Ungdomsskole	9E
Hedmark	Furnes Ungdomsskole	9C (etter loddtrekning)
Oppland	Biri Ungdomsskole	9B
Buskerud	Ål Ungdomsskole	9A
Vestfold	Teigar Ungdomsskole	9D
Telemark	Siljan Ungdomsskole	9A (etter loddtrekning)
Aust-Agder	Holvika Ungdomsskole	9A
Vest-Agder	Samfundets skole	9
Rogaland	Undheim Skule	9A
Hordaland	St.Paul Skole	9B
Sogn og Fjordane	Stryn Ungdomsskule	9C/D
Møre og Romsdal	Kolvikbakken Ungdomsskole	9C
Sør-Trøndelag	Åsheim Ungdomsskole	9D
Nord-Trøndelag	Frol Ungdomsskole	9B
Nordland	Valnesfjord Sentralskole	9A
Troms	Borkenes Skole	9B
Finnmark	Kirkenes Skole	9A

Etter semifinalen ble det klart at lagene fra Vest-Agder, Sør-Trøndelag og Buskerud var klare for den nasjonale finalen, etter gode prosjektarbeider og solid innsats på oppgavedelen.

I finalen var det meget jevnt og spennende helt fra første oppgave. Laget fra Ål ungdomsskule vant til slutt med ett poeng mer enn lagene fra Åsheim ungdomsskole og Samfundets skole. Det måtte derfor ekstraomganger til for å avgjøre hvem som skulle få andreplassen. Trønderne gikk seirende ut av denne duellen.
Dermed var det klart at 4 ungdommer fra Ål i Hallingdal skulle representere Norge i den nordiske KappAbel-finalen, som fant sted i Reykjavik 25. og 26 . april 2005.

I den nordiske finalen ble prisen for beste prosjektarbeid delt mellom Norge og Danmark.

Selve konkurransedelen ble vunnet av Island med Norge på andre plass. Den spennende konkurransen, som ble fulgt av et stort publikum, utviklet seg slik at det Islandske laget gikk i tet etter andre oppgave og holdt denne ledelsen helt inn til mål.

Prosjektet til Ål Ungdomsskule, som havnet på delt førsteplass i den nordiske finalen, handlet om kroppen i forhold til det gylne snitt.

Konkurranseregler

Hvem kan delta?

Konkurransen er åpen for alle 9. klasser i Norge og Island, og for alle 8. klasser i Danmark, Finland og Sverige. Grønland deltar i den Islandske konkurransen og Ålandsøyene deltar i den finske konkurransen. Når en klasse er påmeldt, registreres **klassen** som deltaker.

Hvis en skole har 6 elever eller færre på det aktuelle klassetrinnet, kan yngre elever tillates å delta.

Hvis en skole med mer enn 30 elever på trinnet er organisert i større grupper enn 30, må skolen definere "KappAbel-klasser" med inntil 30 elever i hver "klasse". Elever kan da ikke flyttes fra en "klasse" til en annen så lenge konkurransen pågår, dvs. t.o.m. eventuell deltakelse i den nordiske finalen.

Påmelding

Påmelding til konkurransen gjøres via siden for registrering på www.kappabel.com.

Kvalifisering

Konkurransen består av to web-baserte kvalifiseringsrunder. Den første foregår om høsten (november) og den andre på nyåret (januar). Oppgavene løses i løpet av 100 minutter en gang i løpet av de to ukene oppgavesettet ligger ute i hver runde. **Når klassen er påmeldt, er den automatisk med i begge kvalifiseringsrundene.**

Oppgavene til de to kvalifiseringsrundene lastes ned **av klassens matematikklærer**. Oppgavesettet kopieres i det antall læreren finner hensiktsmessig.

NB! Arbeidet med besvarelsen skal vare maksimalt 100 minutter. Tiden begynner å løpe idet oppgavene gjøres kjent for elevene.

Hvis flere klasser ved samme skole deltar i KappAbel, må konkurransen organiseres slik at alle deltakende 9. klasser besvarer oppgavene samtidig.

Svarene sendes via internett umiddelbart etter at prøven er holdt. Hver klasse sender inn en felles besvarelse. Klassens matematikklærer skriver inn besvarelsene og sender dem inn.

Merk: I kvalifiseringsrundene gir riktig svar 5 poeng, galt svar gir 0 poeng, mens ubesvart spørsmål gir 1 poeng. På noen oppgaver kan det gis mellom 0 og 5 poeng for delvis riktig svar.

Hvert land lager et system for å velge ut klasser til semifinalene. Et viktig prinsipp er at utvelgelsen skal sikre geografisk spredning. Dette kan gjøres ved å la de to innledende rundene være konkurranse mellom klassene i hvert fylke/amt/läani/län, slik det har blitt gjort i Norge siden oppstarten i 2000. Dersom andre geografiske oppdelinger er mer naturlig, avgjøres dette av de enkelte landene. Dersom det er poenglikhet mellom to eller flere klasser i samme område etter de to kvalifiseringsrundene, blir det loddtrekning for å kåre en fylkesvinner. Eventuell loddtrekning foretas av en offisiell person.

I tilfelle det oppstår feil med elektronisk overføring av klassenes besvarelser, er det viktig at læreren tar en utskrift av klassens svar og sender til prosjektansvarlig.

Tidspunkt og frister for påmelding og innsending av besvarelser finner du på www.kappabel.com .

Organisering av konkurransen i klassen

For å oppnå størst mulig deltakelse og engasjement i klassen, foreslår vi at klassen organiseres i grupper på fire mens de løser oppgavene (slik det vil være i semifinalen). Hver gruppe prøver å løse alle oppgavene, men de ulike gruppene kan begynne på forskjellig steder i oppgavesettet, slik at klassen rekker alle oppgavene. På denne måten vil også læreren ha mulighet til å differensiere i forhold til oppgavenes vanskelighetsgrad.

Læreren kan tegne opp et skjema på tavla eller på en overhead over alle oppgavene og de ulike gruppene. Da ser en fort hvor svarene eventuelt skiller seg og hvor elevene må bruke noe tid på å diskutere seg fram til et felles svar innenfor den fastsatte 100-minutters rammen.

Hjelpemidler. Alle hjelpemidler er tillatt. Kommunikasjon ut av klasserommet (internett, mobiltelefon) tillates ikke under konkurransens innledende runder. **Oppgavene skal løses av klassens elever**. Alt skal være gjort i løpet av de 100 minuttene.

Semifinale

Alle nordiske land arrangerer nasjonale semifinaler og finaler på samme dager, med samme oppgaver og med samme opplegg for øvrig (se tidsplanen).

Når klassen får vite at de har gått videre til semifinalen, velger de ut 4 elever, 2 jenter og 2 gutter, til å representere klassen under prosjektpresentasjonen og oppgavedelen av semifinalen. De 3 beste lagene i semifinalen går videre til finalen. Semifinaledeltakerne får gratis reise og opphold *til nasjonal semifinale og finale* , som foregår to dager etter hverandre, vanligvis i slutten av april.

NB: I semifinalen starter alle lag på 0 poeng, uavhengig av oppnådd poengsum i kvalifiseringen.

For å kunne delta i semifinale, må klassene gjennomføre en **prosjektoppgave** i matematikk. Krav og regler for bedømmelse av prosjektene er satt opp i eget avsnitt på side 249. Tema for prosjektoppgavene har hittil vært ”Matematikk i lokale kunst-, og kultur- eller håndverktradisjoner”, ”Matematikk i naturen”, ”Matematikk i spill og lek”, ”Matematikk og sport” og ”Matematikk og teknologi”. Temaet skoleåret 2003/04 var ”Matematikk og musikk”, og for skoleåret 2004/05 var temaet ”Matematikk og kroppen”.

Prosjektoppgaven, som bedømmes av en egen jury, vil telle 50 % i semifinalen. Kreativitet, originalitet, tverrfaglige løsninger og matematisk innhold vil bli premiert.

Den andre halvdelen av semifinalen består av et oppgavesett på 6 til 8 oppgaver som skal løses på 90 minutter. I oppgavedelen av semifinalen har lagene ikke tilgang på noen hjelpemidler annet enn det de får utdelt under semifinalen.

Ved poenglikhet etter semifinalens oppgavedel og prosjektdel, gis lagene ekstra spørsmål inntil de tre finalelagene er klare. Det kreves en stor hall til å arrangere oppgavedelen av semifinalen, siden den foregår som en slags ”matematikkstafett”, der lagene sitter i grupper, med god avstand til hverandre.

Stafetten: I den store hallen er det et bord til hvert lag. Bordene er plassert i to rader, og en rad med oppgavebord imellom. På hvert oppgavebord er det konvolutter med oppgaver og utstyr til to lag. En persom sitter ved oppgavebordet og sørger for at lagene får utdelt og leverer oppgavene i riktig rekkefølge. En fra hvert lag, kommer fram til bordet og henter første oppgave, tar det med til laget sitt, og laget løser oppgaven. Svaret på oppgave 1 legges i konvolutt, klistres igjen og leveres på oppgavebordet før oppgave 2 kan hentes. Lagene bestemmer selv hvor lang tid de vil bruke på hver oppgave. De har 90 minutter til rådighet på alle oppgavene til sammen.

Den som har ansvaret for oppgavene i hvert land, skal være til stede, forklare reglene for deltakerne, og svare på spørsmål underveis. Det er viktig at oppgaveansvarlig er oppmerksom på eventuelle misforståelser som kan oppstå underveis. Hun/han bør gå rundt mellom lagene og se at alt er riktig forstått.

Når de 90 minuttene har gått, leveres oppgavene til oppgavejuryen, som vurderer dem før prosjektpresentasjonene. Lagene skal ikke få vite sin plassering før ETTER prosjektpresentasjonene.

Finale

I finalen stiller hvert av de tre lagene med fire elever, det samme laget som til semifinalen. Oppgavene i finalen er mer visuelle/praktiske enn i de innledende runder for at publikum i salen lettere skal kunne følge med. Ved poenglikhet i finalen gis ekstraspørsmål inntil rekkefølgen mellom de tre lagene er klar.

I finalen starter alle lag på 0 poeng, uavhengig av oppnådde poengsummer tidligere i konkurransen.

Finalen må foregå i en sal eller hall der lagene kan sitte foran på en scene, og der det er plass til publikum i salen (de lagene som ikke nådde til finalen).

Premiering

Alle klasser som deltar i KappAbel, får diplom. Diplomene distribueres av den norske prosjektledelsen i Froland.

De klasser fra hele Norden som sender inn kopi av svarkvitteringen innen en gitt frist, er med i trekningen av fem pengepremier. Det trekkes ut fem klasser i hver av de to kvalifiseringsrundene.

Alle lagene som kommer til finalen blir premiert. Premiene som lagene vinner, er til klassene som lagene representerer og er ment å skulle komme hele klassen til gode.

Nordisk finale

Vinnerlaget i finalen går videre til Nordisk finale. Der møtes ett lag fra hvert av de nordiske land. Lagene skal presentere klassens prosjekt fra semifinalen, og delta i en oppgavekonkurranse av samme type som i de nasjonale finalene. Stedet for nordisk finale vil går på omgang mellom de fem nordiske landene.

Under nordisk finale skal prosjektpresentasjonene foregå på engelsk. Dersom Finlands lag er fra den finsktalende delen av Finland, vil de kunne få presentere prosjektet sitt på finsk. Hvert lag får inntil 20 minutter til å presentere prosjektet. Etter at alle lagene har presentert prosjektet sitt, vil publikum kunne komme fram og stille spørsmål til lagene og se på utstillingen. Prosjektutstillingen skal være tilgjengelig for publikum dagen etter prosjektpresentasjonen. Da får lagene vise fram prosjektutstillingen til et større publikum, og fortelle om arbeidet med prosjektet.

Oppgavedelen av nordisk finale vil foregå på samme måte som i de nasjonale finalene, men denne gangen vil oppgavene bli presentert på engelsk. Lagene vil få oppgavene utdelt på sine egne språk. Etter at de har levert svarene sine skriftlig til dommerne, skal de presentere løsningene sine muntlig på engelsk.

Oppgavesett til første kvalifiseringsrunde

2005

Oppgave 1: Medaljekrav

I et mosjonsløp kom de fem beste i mål på følgende tider:

1 t 24 min 12 sek
1 t 25 min 10 sek
1 t 26 min 8 sek
1 t 30 min 53 sek
1 t 33 min 37 sek

Det ble levert ut medalje til alle som kom i mål på en tid som var under (gjennomsnittstiden for de fem beste) + 25% av denne gjennomsnittstida

Hvor fort måtte en løpe for å få medalje?

SVAR:
For å få merke måtte en løpe fortere enn:

timer	minutter	sekunder

Oppgave 2 : Undulater og marsvin

I en dyrebutikk hadde de noen marsvin og noen undulater. Summen av hoder og ben på undulatene og marsvinene var 31. Hvor mange undulater og marsvin kan det ha vært.

Oppgaven har to mulige løsningner, og dere må finne begge for å få 5 poeng.
Kun ett riktig svar gir 3 poeng. Ett riktig og ett galt svar gir 2 poeng.

Undulater	Marsvin

Oppgave 3: Sum og produkt

Summen er 12. Hvor stort kan produktet bli?

Vi kan lage 12 som en sum av flere positive hele tall på mange måter:
8 + 4 og 3 + 2 + 7 er bare to av mange muligheter.

Hvis vi multipliserer leddene i hver av disse summene får vi:
8 * 4 = 32
3 * 2 * 7 = 35

Del opp 12 i en sum av hele tall slik at produktet av tallene blir størst mulig.

Skriv inn løsningen

Tall 1	Tall 2	Tall 3	Tall 4	Tall 5	Tall 6

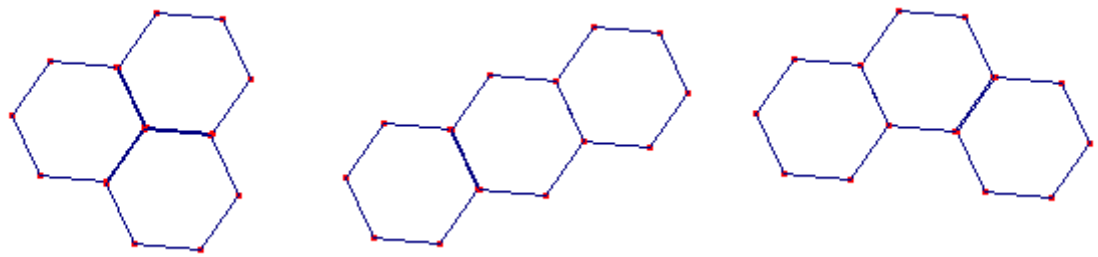
Sum	Produkt
12	

(Dere kan velge inntil 6 tall som har sum 12)
Hvis dere finner det største produktet, får dere 5 poeng, nest største gir 3 poeng og tredje største gir 2 poeng. Hvis dere er lenger unna det største produktet, får dere 0 poeng.

Oppgave 4: ”Heksagon – dyr”

Dere skal sette sammen sekskanter slik at hver sekskant deler en hel sidekant med minst en annen sekskant. Når vi setter sammen to eller flere sekskanter til brikker, kaller vi dem for “heksagon-dyr” To heksagondyr er like hvis de ved speiling eller rotasjon kan dekke hverandre helt.

Det kan lages tre ulike heksagon-dyr med tre sekskanter i hvert dyr. De er vist nedenfor.



Hvor mange heksagon-dyr kan lages med fire sekskanter i hver?

Oppgave 5: Rundstykker

Espen skal ha møte med Per og Sigurd. Han har smurt rundstykker til dem. Det er tre ulike pålegg, og det fines like mange med syltetøy, honning og ost.

Espen, Per og Sigurd får like mange rundstykker hver. Espen får dobbelt så mange med ost som Per, men bare 1/3 så mange med honning som Sigurd. Alle tre får mindre enn 5 rundstykker hver.

Hvor mange rundstykker med syltetøy får Espen?

Oppgave 6: Primtall

Det fines noen primtall som er sånn at når sifrene blir byttet om så oppstår det alltid et nytt primtall. For eksempel vil alle kombinasjoner av sifrene i tallet 199 være primtall, siden 199, 919 og 991 alle er primtall. Mellom 100 og 200 finnes det to slike primtall i tillegg til 199 som har denne egenskapen. Finn de to primtallene. Dere må ha begge primtallene riktig for å få poeng.

Oppgave 7: Nesten jenteklasse

I 9. klasse på Eloks skole går det 99 jenter og 1 gutt. Alle sammen er samla i festsalen. Hvor mange jenter må forlate festsalen for at det skal bli 98% jenter igjen i salen?

Oppgave 8: Bamsemums

Anne, Bente, Cecilie og Dina skal fordele 7 bamsemums mellom seg. I stedet for å dele likt, begynner jentene å diskutere hvor mange forskjellige fordelinger det kan bli med 7 bamsemums og fire jenter. Det er selvsagt forskjell på om for eksempel Anne får 1 bamsemums og de tre andre får 2 hver, eller om det er Bente får 1 og de andre tre får 2 hver.
Hvor mange muligheter kan de fire jentene fordele de 10 bamsemumsene på? Alle skal ha minst en bamsemums hver, og det er ikke lov å dele noen bamsemums opp i mindre biter.

Løsningsforslag til første kvalifiseringsrunde

2005

Oppgave 1

Svar: Summen av tidene er 7 t 20 min og 0 sek = 440 min. som gir 88 min i snitt.
25 % tillegg gir 110 min som er 1 t og 50 min

Oppgave 2

Svar: 2 undulater og 5 marsvin
7 undulater og 2 marsvin

Oppgave 3

Svar: 3^4 = 81 gir størst produkt.

81 gir 5 poeng
72 gir 3 poeng
64 gir 2 poeng
Produkt under 64 gir 0 poeng

Oppgave 4

Svar: 7 ”Heksagon – dyr”.

Oppgave 5

Svar: Hvis Espen får 1 med honning og 2 med ost, så får Per 1 med ost og Sigurd 3 med honning. Da er det 4 med hvert pålegg, så Sigurd får 1 med ost, per får 3 med syltetøy og Espen 1 med syltetøy.

Oppgave 6

Svar: 113 og 131.

Oppgave 7

Svar: 50 jenter.

Oppgave 8

Svar: 10+6+3+1=20.

Alle mulighetene er listet opp her:

A	B	C	D
1	1	1	4
1	1	2	3
1	1	3	2
1	1	4	1
1	2	1	3
1	2	2	2
1	2	3	1
1	3	1	2
1	3	2	1
1	4	1	1
2	1	1	3
2	1	2	2
2	1	3	1
2	2	1	2
2	2	2	1
2	3	1	1
3	1	1	2
3	1	2	1
3	2	1	1
4	1	1	1

Oppgavesett til andre kvalifiseringsrunde

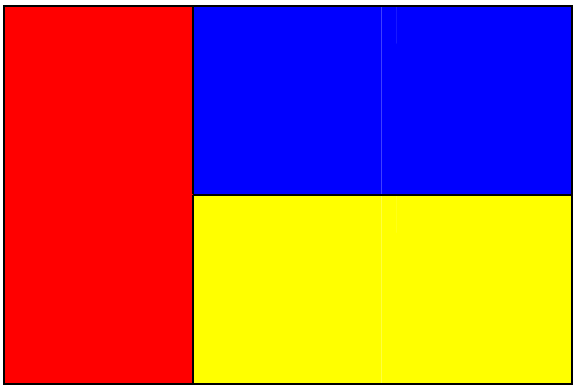
2005

Oppgave 1: Spesiell tallrekke

Tolv hele tall skrives etter hverandre på ei rekke. Det fjerde tallet er 4 og det tolvte tallet er 12. Summen av tre nabotall er 333 uansett hvor i rekka det er. Fyll inn de manglende tallene:

			4								**12**

Oppgave 2 : Fra rektangel til kvadrat



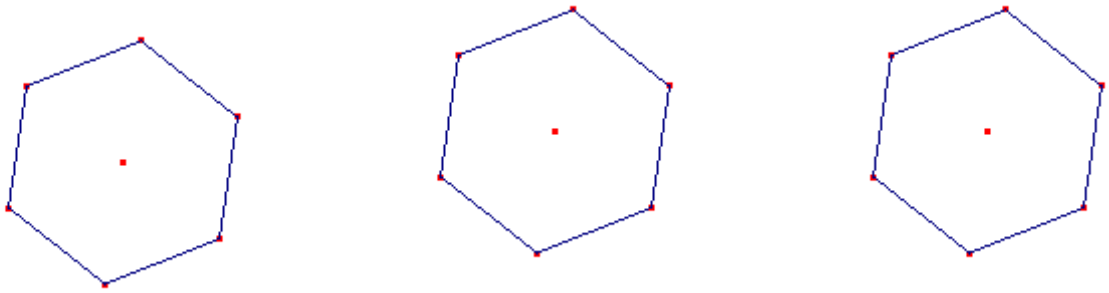
Tre rektangler med samme størrelse og form er satt sammen til ett større rektangel. Arealet til det store rektangelet er 168 cm^2.

Finn arealet til et kvadrat som har samme omkrets som det store rektangelet. Skriv svaret I ruten:

Arealet av kvadratet er ☐ cm^2

Oppgave 3: Trekanter i en sekskant

Dere velger ut tre tilfeldige hjørner i en regulær sekskant (alle sider like lange og alle vinkler 120°).



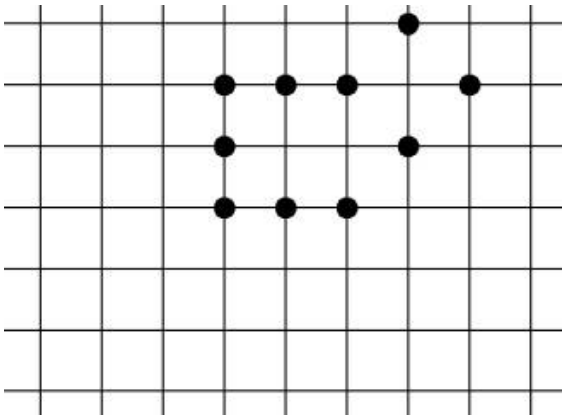
Hva er sannsynligheten for at trekanten som dannes av disse tre hjørnene er en likebeint eller likesidet trekant?

Oppgi svaret i prosent.

_____ %

Oppgave 4: Go

Go er et Japansk spill der spillerne etter tur plasserer hvite og sorte brikker i kryssene på et rutenett for å kapre kryssene i området innenfor.
I eksempelet på figuren er det brukt 10 brikker for å kapre 3 kryss.



Hva er det største antall kryss det går an å kapre med 12 brikker?

Oppgave 5: Terningkast

Når tre vanlige terninger kastes, hva er da mest sannsynlig av alternativ a, b, c eller d nedenfor?
Sett kryss ved riktig svaralternativ (husk at mange av summene kan oppnås på flere måter)

At summen av tallene på terningene er

a) delelig med 3
b) gir 1 til rest når det deles med 3
c) gir 2 til rest når det deles med 3?
d) Alle tre ovenfor er like sannsynlig.

Oppgave 6: Gulrotjuice

En juicemaskin brukes til å lage gulrotjuice. Den første gangen du presser gulrøttene, får du ut en firedel av juicen. For hver gang du presse gulrøttene etter dette, får du ut en firedel av den juicen som er igjen i gulrøttene.

Hvor mange ganger må gulrøttene presses for at du skal få ut minst to tredeler av juicen?

Kryss av på riktig svaralternativ:

a) 2 ganger
b) 4 ganger
c) 6 ganger
d) 8 ganger
e) umulig uansett antall forsøk

Oppgave 7: Hvor kan Kari bo?

Avstanden fra Karis hus til Rådhuset er nøyaktig dobbelt så stor som avstanden fra huset til kirken. Du skal lete etter huset til Kari. Hvor må du lete for å være <u>helt sikker</u> på å finne Karis hus? Kryss av riktig alternativ.

a) i ett bestemt punkt på linja mellom rådhuset og kirken
b) enten i et punkt mellom kirken og rådhuset, eller i et punkt på forlengelsen av linja mellom kirken og rådhuset.
c) langs en sirkel med sentrum i kirken
d) langs en sirkel med sentrum litt bortenfor kirken
e) langs en rett linje som står vinkelrett på linja mellom rådhuset og kirken

Oppgave 8: Palindromtall

Et palindromtall er et tall som ”leses” likt forlengs og baklengs. 1331 er eksempel på et slikt tall. 123454321 er et annet eksempel.

a) Finn et palindromtall mindre enn 100 000, som er delelig med 3, der produktet av sifrene er lik 200.

Skriv tallet i denne ruten:

b) Hvor mange palindromtall finnes med den egenskapen at produktet av sifrene er 200, men 1 er ikke et siffer i tallet?

Skriv hvor mange tall som finnes i denne ruten:

Løsningsforslag til andre kvalifiseringsrunde

2005

Oppgave 1

Svar:

1. Summen av andre og tredje tall må være 333 – 4 = 329
2. Summen av de tre første tallene er 333
3. Av 1 og 2 følger at første tall er 4. På samme måte får vi at hvert 3. tall må være 4, slik:

4			**4**			**4**			**4**		**12**

4. Tallet på 11. plass er 333 – 4 – 12 = 317
5. Tallet på 9. plass er 333 – 4 – 317 = 12
6. Nå ser vi at de samme tre tallene gjentar seg hele veien: 4, 317, 12

4	**317**	**12**	**4**	**317**	**12**	**4**	**317**	**12**	**4**	**317**	**12**

Oppgave 2

Svar: Arealet av kvadratet er 175 cm^2.

Løsningsforslag:

Vi regner uten benevning.
I de tre rektanglene er kortsidene halvparten av langsidene. Vi kaller lengden av kortsidene for x.
Da er sidene i det store rektangelet 3x og 2x. Vi kan sette opp uttrykk for areal og omkrets:
$2x \cdot 3x = 168$, som gir $6x^2 = 168$ eller $x^2 = 168 : 6 = 28$

$2x + 3x + 2x + 3x = 10x$

La sida i kvadratet være s. Da er areal og omkrets henholdsvis s^2 og 4s.
Omkretsene er like. Det betyr at:
$4s = 10x$, som gir $s = (5/2)\,x$

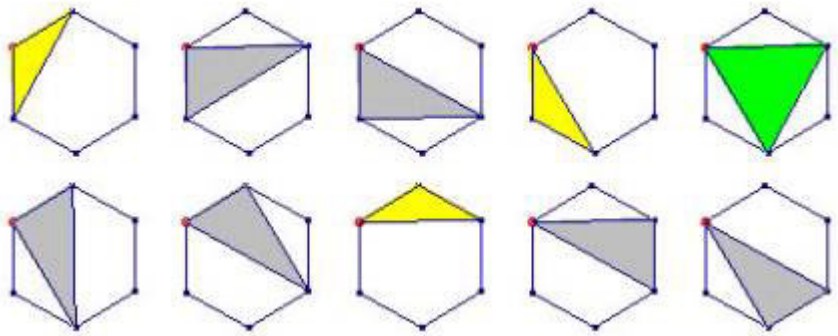
Arealet av kvadratet er:
$A = s^2 = (5/2)x^2 = 25/4 \cdot 28 = 175$
<u>Arealet av kvadratet er 175 cm^2.</u>

Oppgave 3

Svar: 40%

Løsningsforslag:

For hvert punkt kan det lages 10 ulike trekanter hvor 3 er likebeint og 1 likesidet.

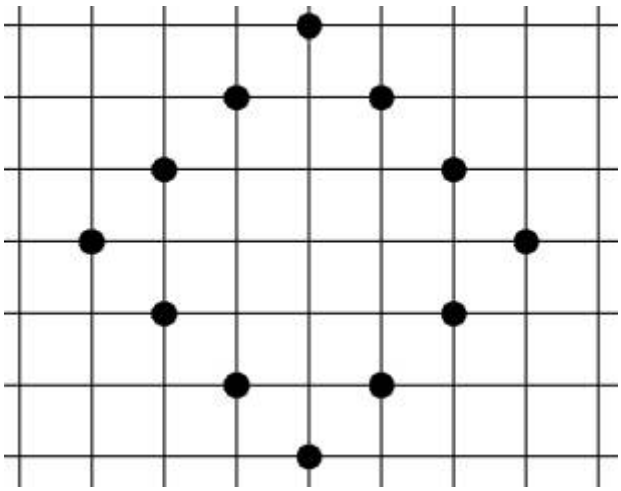


Oppgave 4

Svar: 13.

Løsningsforslag:

Ved å plassere brikkene i en kvadratform med sidekanter 45 grader med rutene kan en kapre 13 kryss:



Oppgave 5

Svar: Alternativ d) er riktig. Det er like sannsynlig med 0, 1 eller 2 til rest. **5 poeng**

Alterternativ a) gir **2 poeng**, siden det er 6 mulige summer som er delelig med 3, mens det er 5 mulige summer som gir 1 til rest og 5 som gir 2 til rest når de deles med 3.

Med tre terninger kan følgende kast oppstå:

Terning 1	Terning 2	Terning 3	SUM	Rest når summen deles med 3
1	1	1	3	0
1	1	2	4	1
1	2	1	4	1
2	1	1	4	1
1	2	2	5	1
2	1	2	5	1
2	2	1	5	1
1	1	3	5	1
1	3	1	5	1
3	1	1	5	1
3	2	1	6	0
2	3	1	6	0
2	1	3	6	0

Vi ser at terningkast der 2 kast er like og ett forskjellig forekommer på 3 måter, 3 ulike på 6 måter og 3 like på 1 måte. Dvs,

Sum 6 forekommer i kombinasjon (2,2,2) og (1,1,4) i tillegg til (1,2,3), dvs 10 ganger

Sum 7 forekommer i kombinasjon (1,1,5), (1,2,4), (1,3,3), (2,2,3), dvs 15 ganger

Sum 8 forekommer i kombinasjon (1,1,6), (1,2,5), (1,3,4), (2,2,4), (2,3,3), dvs 21 ganger

Sum 9 forekommer i kombinasjon (1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (2,2,5), (2,3,4), (3,3,3), dvs 25 ganger

Sum 10 forekommer i kombinasjon ((1,3,6), (1,4,5), (2,2,6), (2,3,5), (2,4,4), (3,3,4) dvs 27 ganger

Sum 11 forekommer i kombinasjon (1,4,6), (1,5,5), (2,3,6), (2,4,5), (3,3,5), (3,4,4) dvs 27 ganger

Sum 12 forekommer i kombinasjon (1,5,6), (2,4,6), (2,5,5), (3,3,6), (3,4,5), (4,4,4), dvs 25 ganger

Sum 13 forekommer i kombinasjon (1,6,6), (2,5,6), (3,4,6), (3,5,5), (4,4,5), dvs 21 ganger

Sum 14 forekommer i kombinasjon (2,6,6), (3,5,6), (4,4,6), (4,5,5), dvs 15 ganger

Sum 15 forekommer i kombinasjon (3,6,6), (4,5,6), (5,5,5), dvs 10 ganger

Sum 16 forekommer i kombinasjon (4,6,6), (5,5,6), dvs 6 ganger

Sum 17 forekommer i kombinasjon (5,6,6), dvs 3 ganger

Sum 18 forekommer i kombinasjon (6,6,6), dvs 1 gang

OPPSUMMERING

SUM	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Antall måter	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1

Vi får 0 til rest når summen er 3, 6, 9, 12, 15 og 18, dvs 72 ganger

Vi får 1 til rest når summen er 4, 7, 10, 13 og 16, dvs 72 ganger

Vi får 2 til rest når summen er 5, 8, 11, 14 og 17, dvs 72 ganger

Oppgave 6

Svar: 4 ganger

Løsningsforslag:

Antall pressinger	Brøkdel som blir presset ut	Brøkdel som er igjen	Juice presset ut til sammen
1	1/4	3/4	1/4
2	1/4 · 3/4 = 3/16	3/4 - 3/16 = 9/16	1/4 + 3/16 = 7/16
3	1/4 · 9/16 = 9/64	9/16 – 9/64 = 27/64	7/16 + 9/64 = 37/64
4	1/4 · 27/64 = 27/265	27/64 – 27/265 = 81/265	37/64 + 27/265 = 175/265

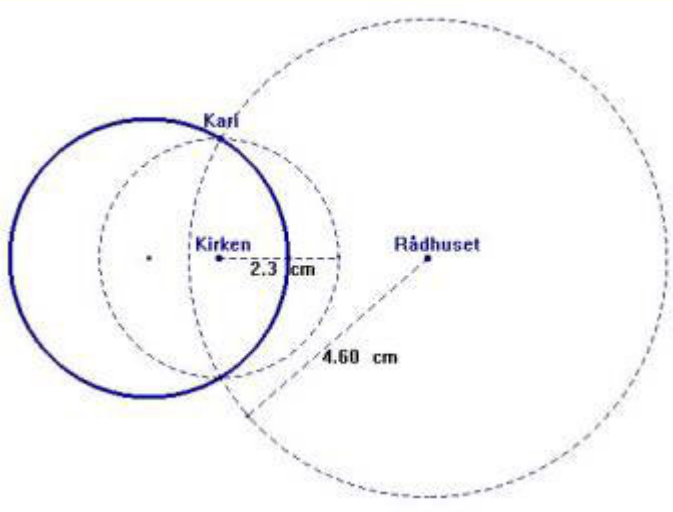
Siden 37/64 er mindre enn 2/3, og 175/265 er større enn 2/3, er fire det minste antall ganger en må presse gulrøttene.

Oppgave 7

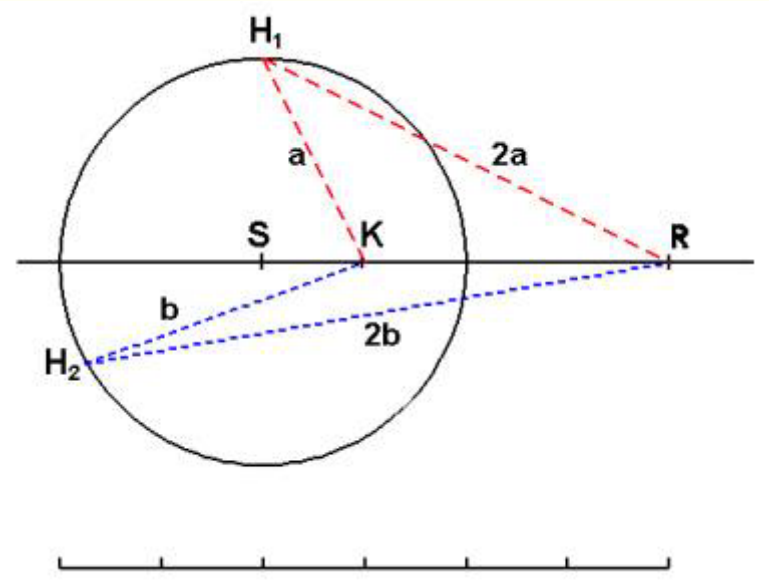
Svar: Alternativ D (et sted langs en sirkel med sentrum litt bortenfor kirken)

To figurer som kanskje illustrerer løsningen:

a)



b)



Forklaringer til figur b):

R: Rådhuset
K: Kirken
S: Sentrum i sirkelen

H_1 og H_2: To eksempler på plassering av Karis hus langs sirkellinjen
a og 2a: Avstanden fra huset (H_1) til henholdsvis kirken (K) og rådhuset (R)
b og 2b: Avstanden fra huset (H_2) til henholdsvis kirken (K) og rådhuset (R)

H_1 og H_2 finner vi ved å slå sirkelbuer med radius lik a og 2a og deretter med radius b og 2b med henholdsvis K og R som sentrum. Dette kan gjøres uendelig mange ganger, og det viser seg at skjæringspunktene for sirkelbuene ligger på en sirkel med sentrum i S (dvs. på den inntegnede sirkelen). Avstanden fra S til K er 1/3 av avstanden mellom K og R.

Skalaen under figuren illustrerer plassering av sirkelens sentrum i forhold til kirken og rådhuset, samt størrelsen på sirkelens radius i forhold til avstanden mellom kirken og rådhuset.

Oppgave 8

a) Svar: 585
b) Tre tall (585, 52225 og 25252)

Løsningsforslag:

Primtallsfaktoriseringen av 200 er
$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

Da kan vi lage palindromtallene:
585
25252
52225
1522251
5122215
5212125
Ved å sette inn to nye 1-tall kan vi lage enda flere, og uendelig mange ved å sette inn flere 1-tall
Blant de seks minste tallene er fire av dem delelig med 3, men bare 585 er mindre enn 100 000.

KappAbel 2005

Semifinale

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

Grafikk: Pål Erik Ekholm, NSMO

Nødvendig utstyr

Ved alle bordene skal det ligge:

- 20 kladdeark
- Linjal
- 4 blyanter
- 1 blyantspisser
- 2 viskelær

Ekstrautstyr til enkeltoppgaver:

Oppgave 1

- Tangram-sett.
- 7 ark med bilder av til sammen 13 konvekse figurer.

Oppgave 2

- 1 Pose med tre 50-øringer og tre kronestykker.

Oppgave 3

- Tallbrikker med heltallene fra 1 til 9.

Oppgave 4

- Tallbrikker med tallene fra 0 til 9, i tre eksemplarer.

Oppgave 7

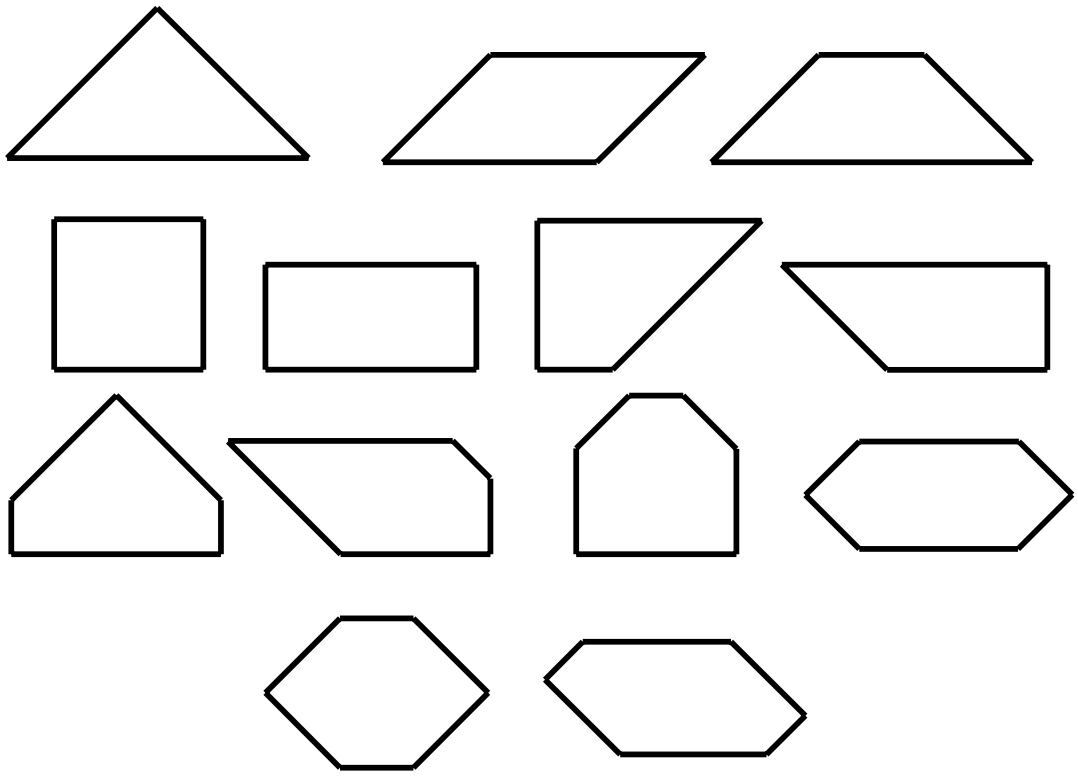
- Prikkark, Geobrett og gummistrikk.

Oppgave 1

Av de sju tangrambrikkene dere har fått utdelt, går det an å lage hver av de 13 figurene nedenfor.

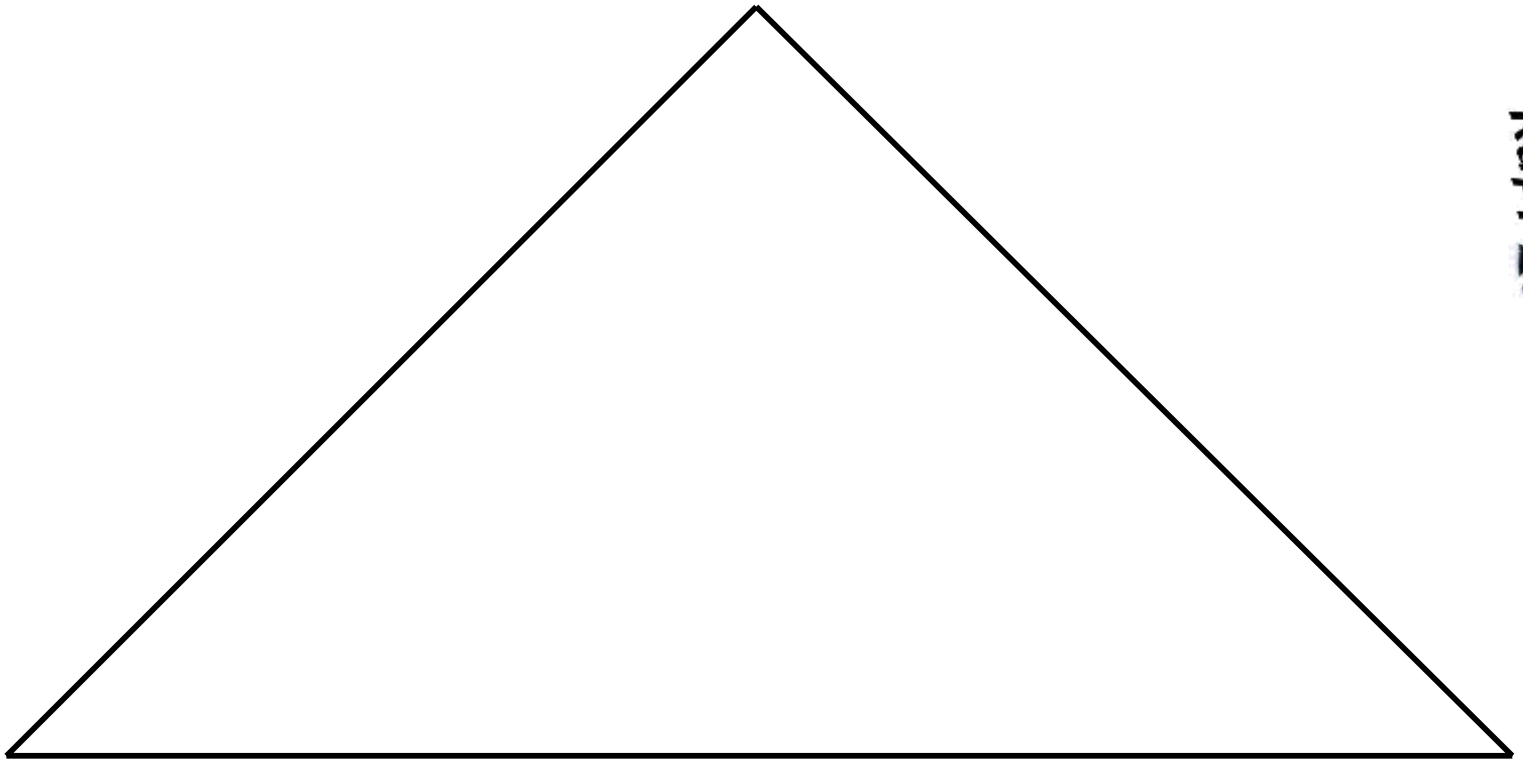
Dere skal bruke alle 7 brikkene i hver figur. På svararkene er omrisset av figurene inntegnet, slik at brikkene kan legges oppi. Løsningene tegnes inn på svararkene.

For å få maksimal poengsum på denne oppgaven skal dere lage 5 av figurene.



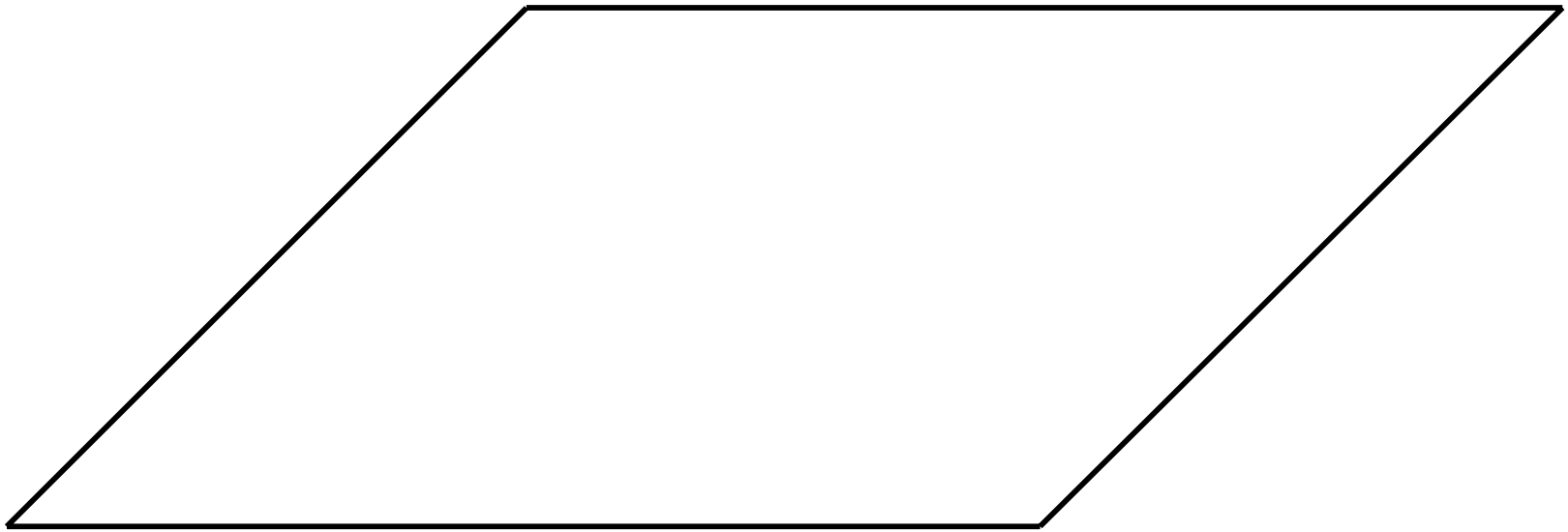
SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE: _____



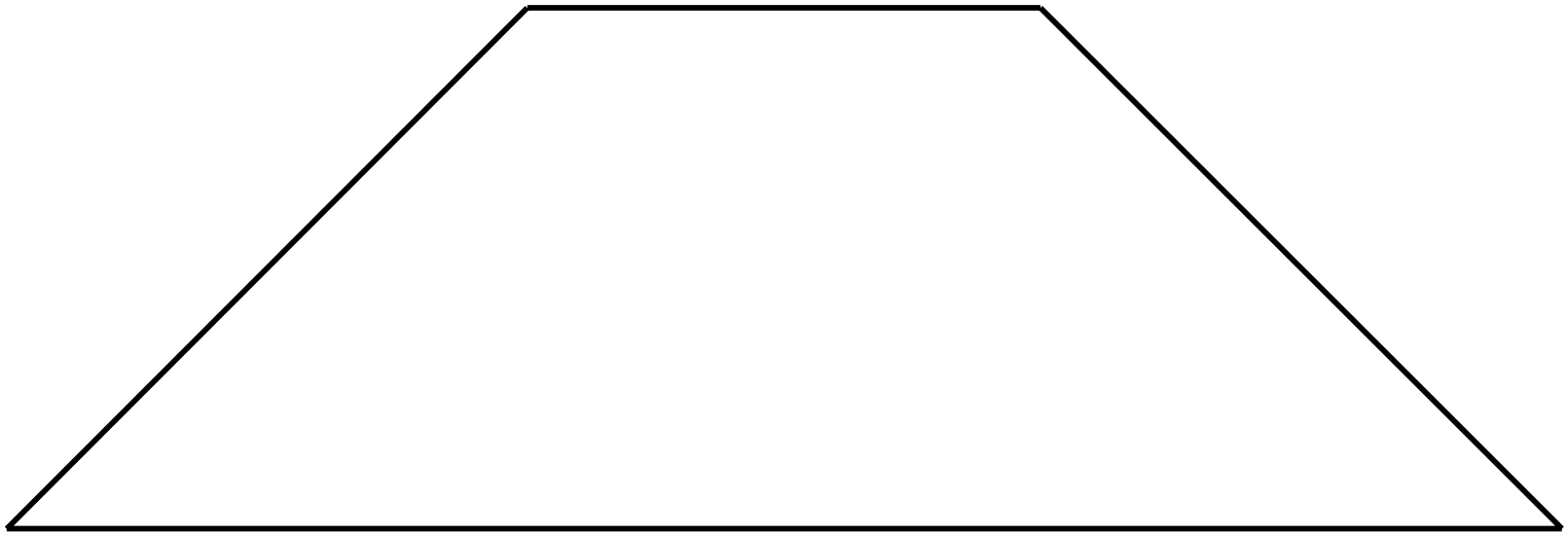
SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE: _____



SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE: _____



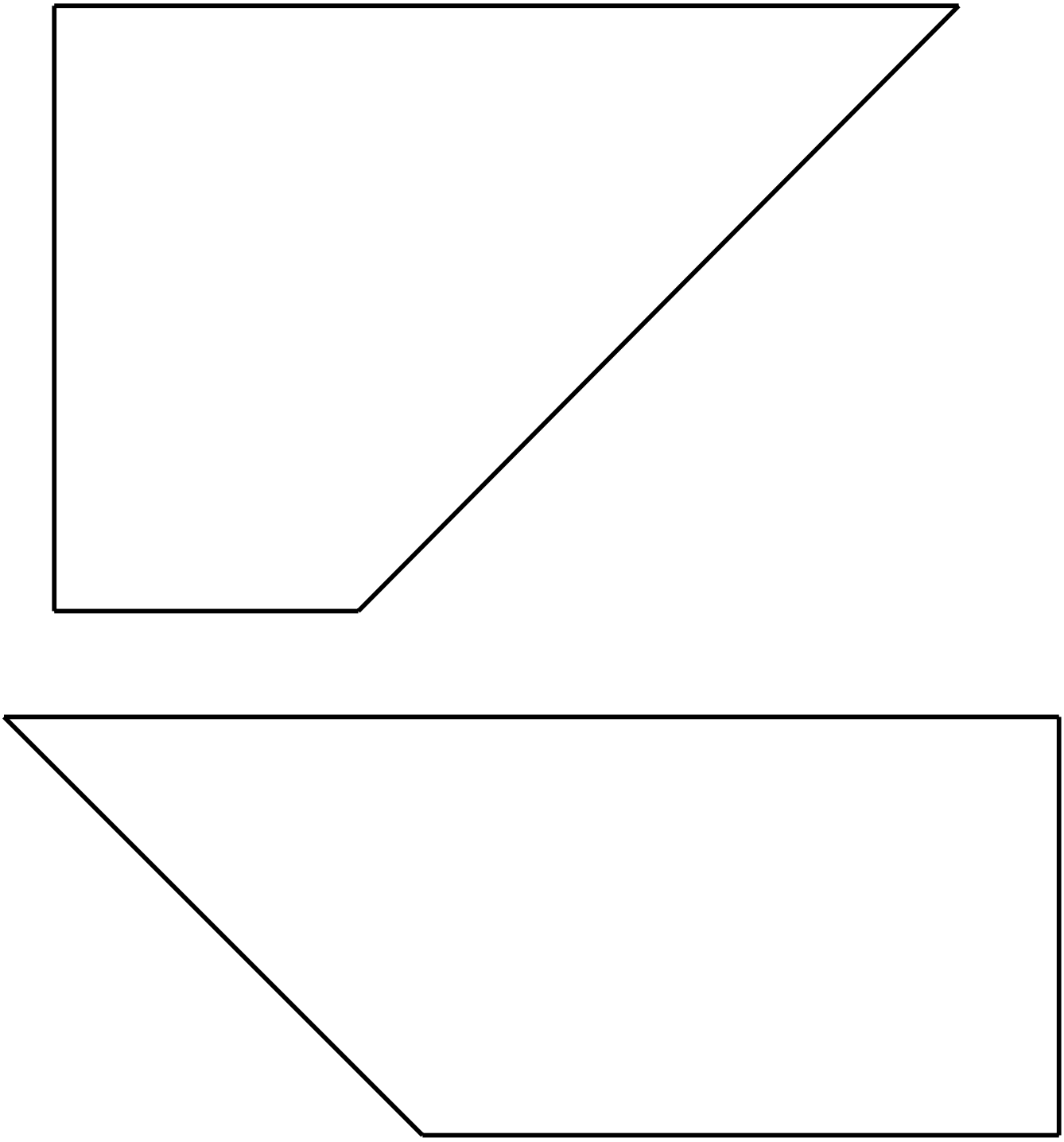
KappAbel

SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE:_____

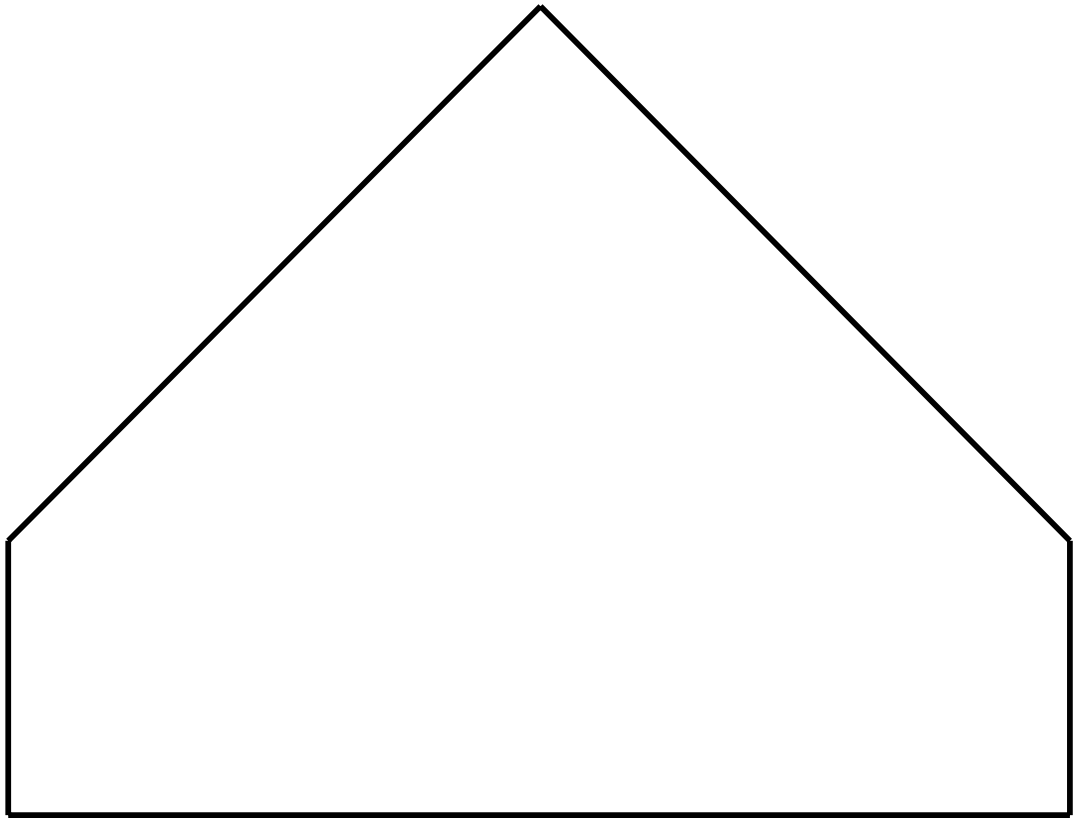
SVARARK OPPGAVE 1

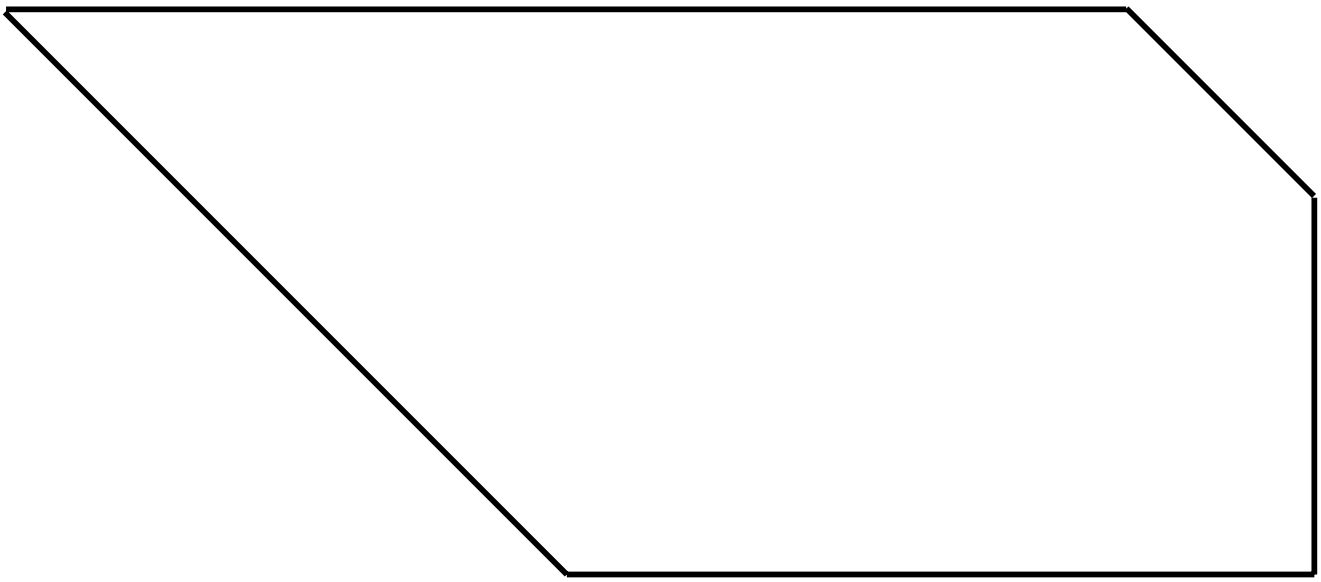
FYLKE:_____



SVARARK OPPGAVE 1

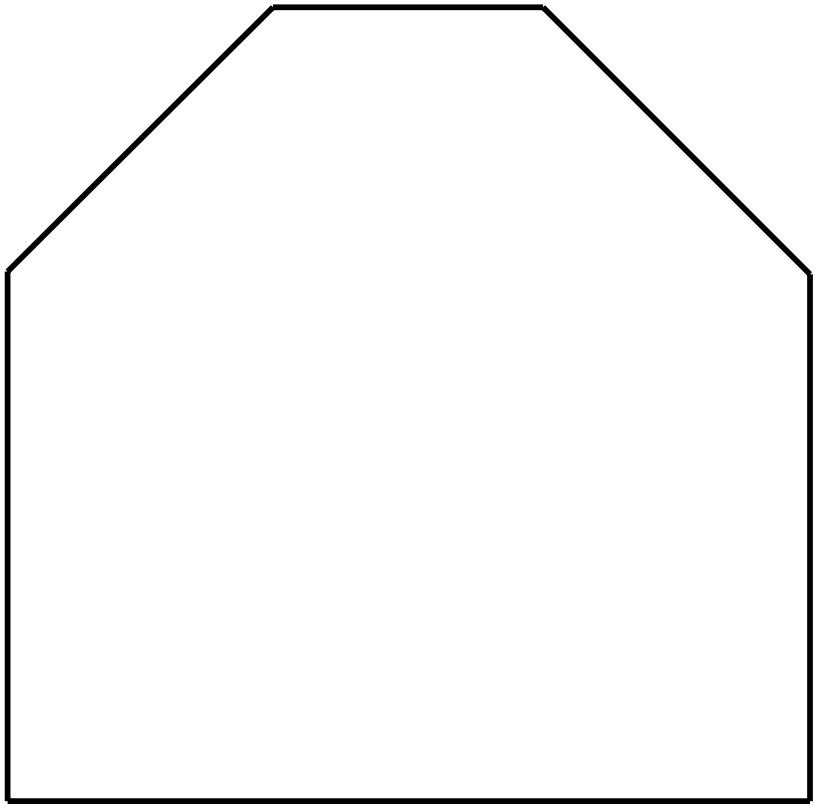
FYLKE:_____

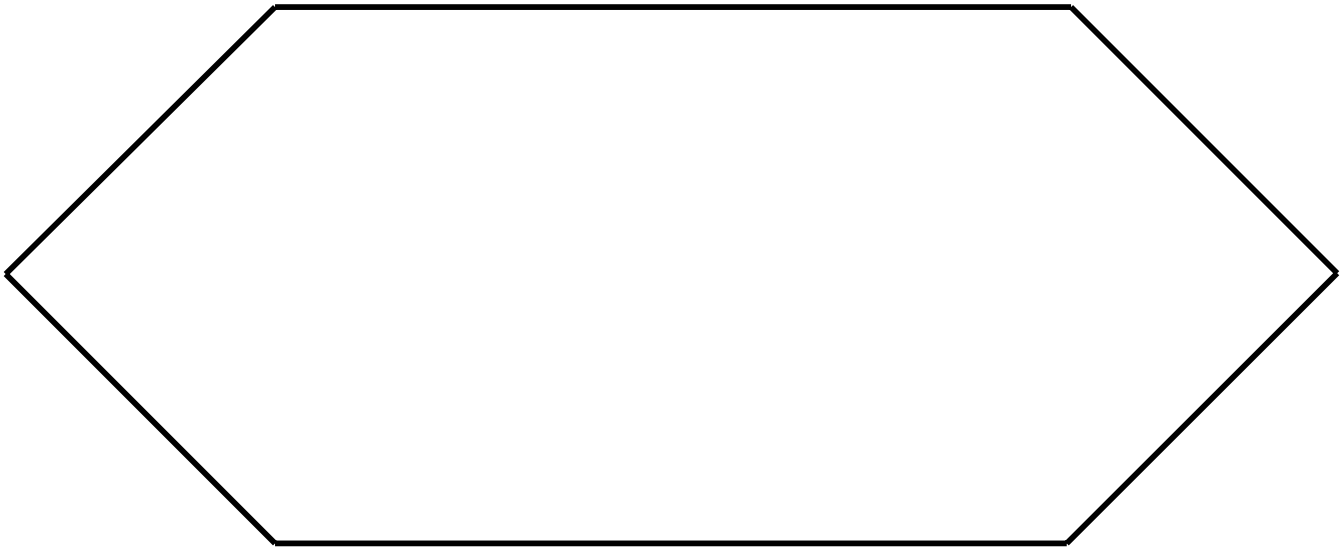




SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE:_____





SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE:_____

Oppgave 2

Dere har fått utdelt tre 50-ører og tre 1-kroner. De skal plasseres i tilfeldig rekkefølge på rekke. Hva er sannsynligheten for at den første og den siste mynten er en 50-øring?

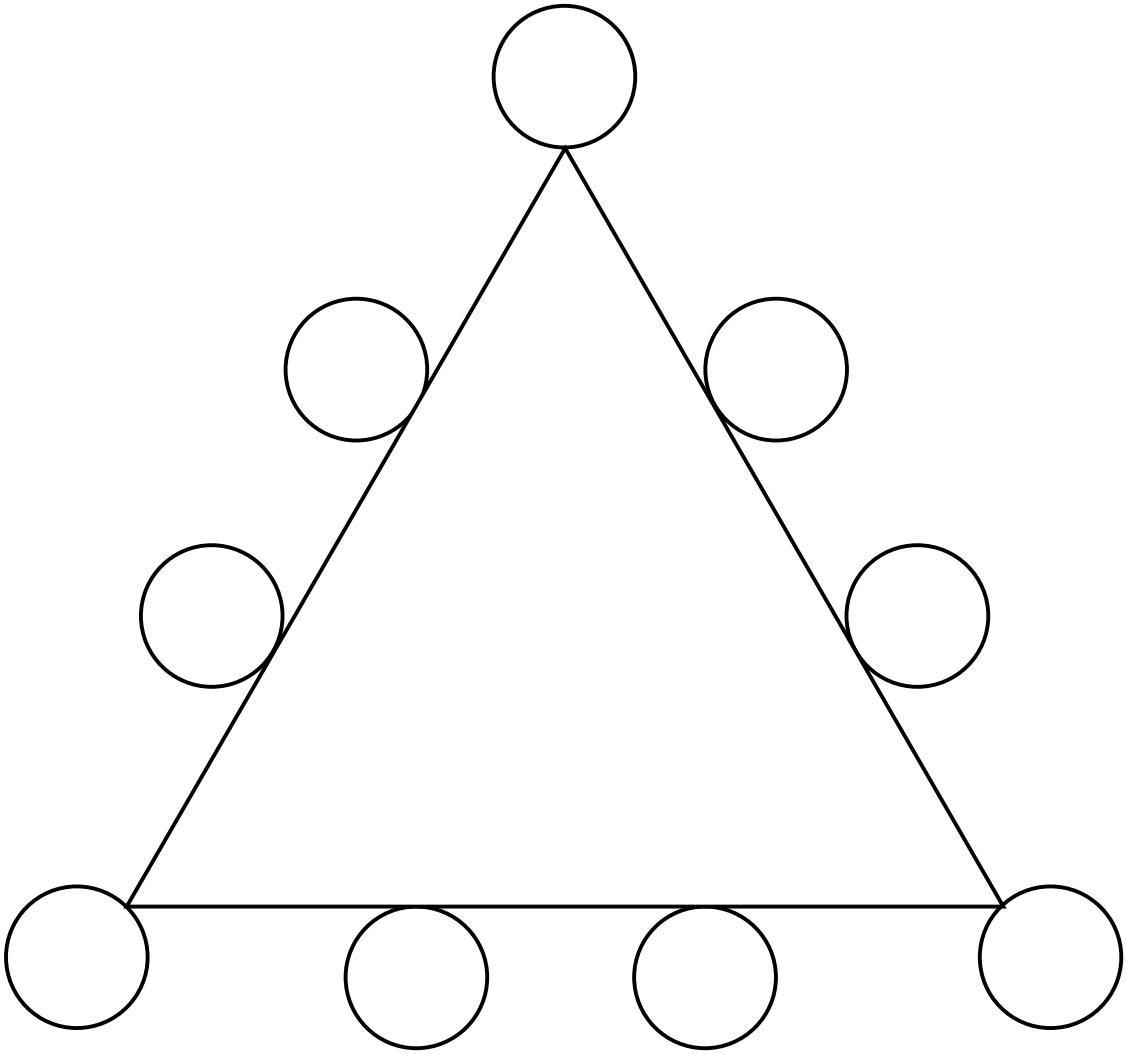
KappAbel

SVARARK OPPGAVE 2.

FYLKE: _____

Oppgave 3

Dere får utdelt 9 tallkort med tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9. Plasser de ni tallene i sirklene slik at summen av de fire tallene (*den magiske summen*) er den samme på de tre sidene i trekanten.

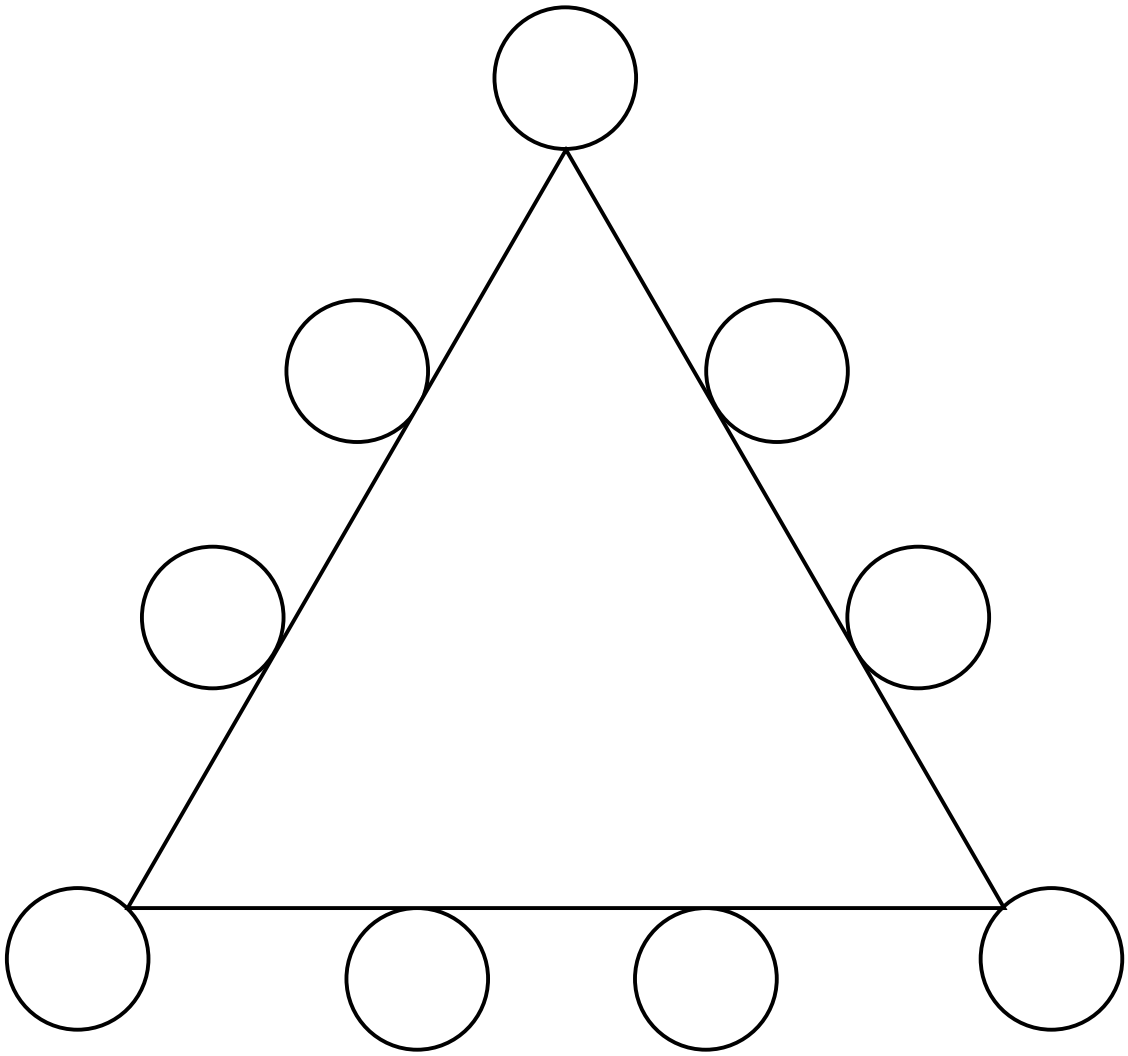


a) Tegn inn en løsning. Hva er den magiske summen?
b) Finn den *minste* og den *største* magiske summen det er mulig å lage.
Dere skal ikke tegne inn løsningene, bare skrive opp summene.

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 3A

FYLKE:_____



SVARARK OPPGAVE 3B

FYLKE:_____

Minste sum:_____

Største sum:_____

Oppgave 4

Dere skal finne en sjusifret kode. Dere får vite at

- De første tre sifrene er tre etterfølgende hele tall i avtagende rekkefølge.
- Summen av de tre etterfølgende sifrene er 18 og produktet er 210.
- Blant de fire neste sifrene er **tre** av dem primtall i stigende rekkefølge, men det nest siste sifferet i koden er ikke et primtall.
- Produktet av de fire siste sifrene er 336.

Bruk de utdelte tallbrikkene til hjelp for å finne den sjusifrede koden. Skriv svaret på svararket, og vis at opplysningene ovenfor stemmer.

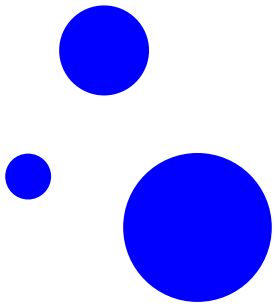
KappAbel

SVARARK OPPGAVE 4

FYLKE: _____

Oppgave 5

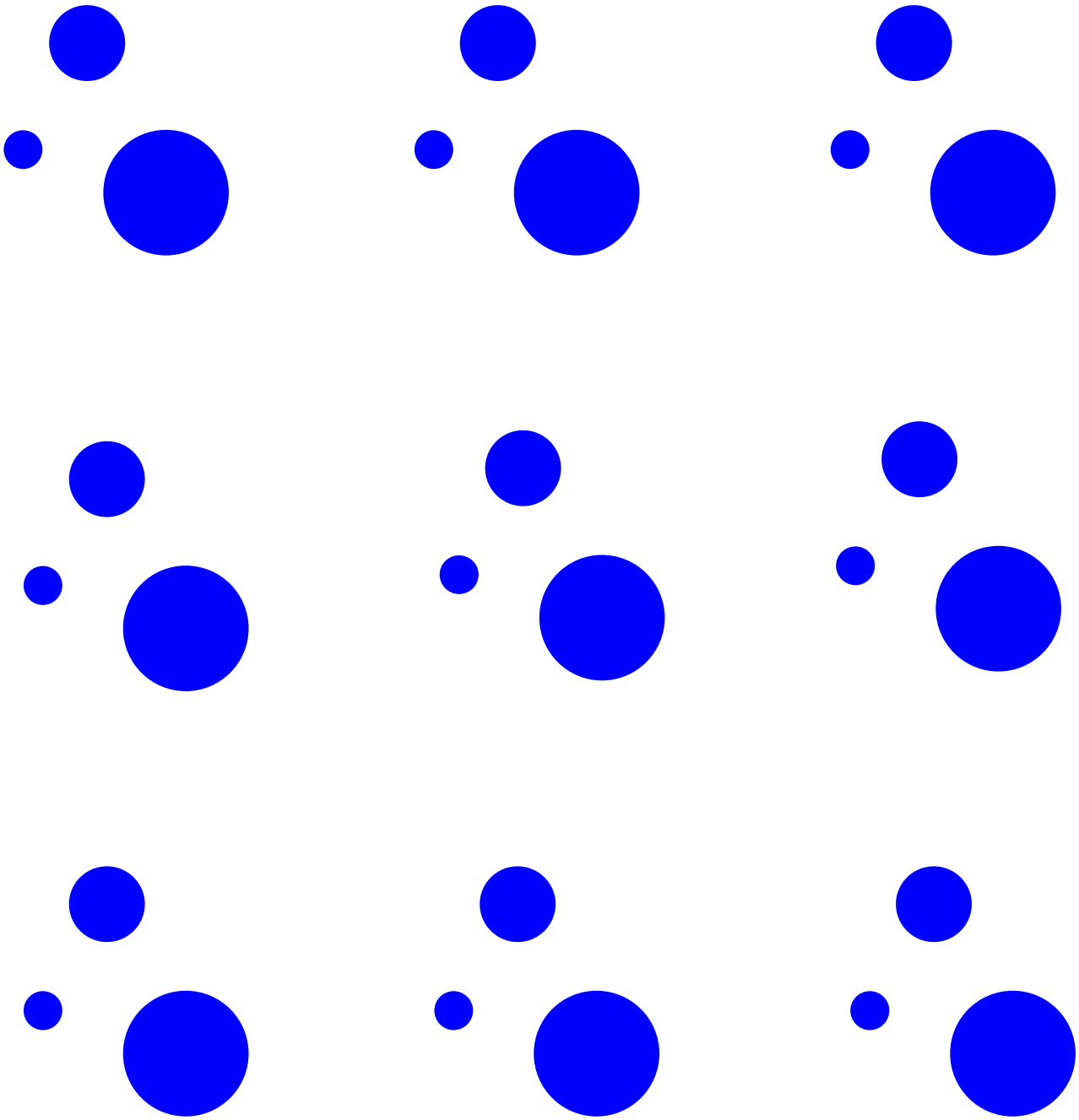
En grafisk designer skal lage en logo for et firma. Det er bestemt at logoen skal bestå av tre sirkler som er plassert slik:



I tillegg skal det være en fjerde sirkel som tangerer (det vil si berører i nøyaktig ett punkt) alle de tre andre sirklene på en gang. Hvor mange ulike logoer kan det bli?
Tegn alle løsningene deres på svararket.

SVARARK OPPGAVE 5

FYLKE: _____



Oppgave 6

Finn alle tallene som tilfredsstiller alle egenskapene nedenfor:

a) Jeg er et positivt helt tall mindre enn 100
b) Hvis du øker verdien min med 2, blir jeg delelig med 6
c) Summen av sifrene mine er delelig med 7

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 6

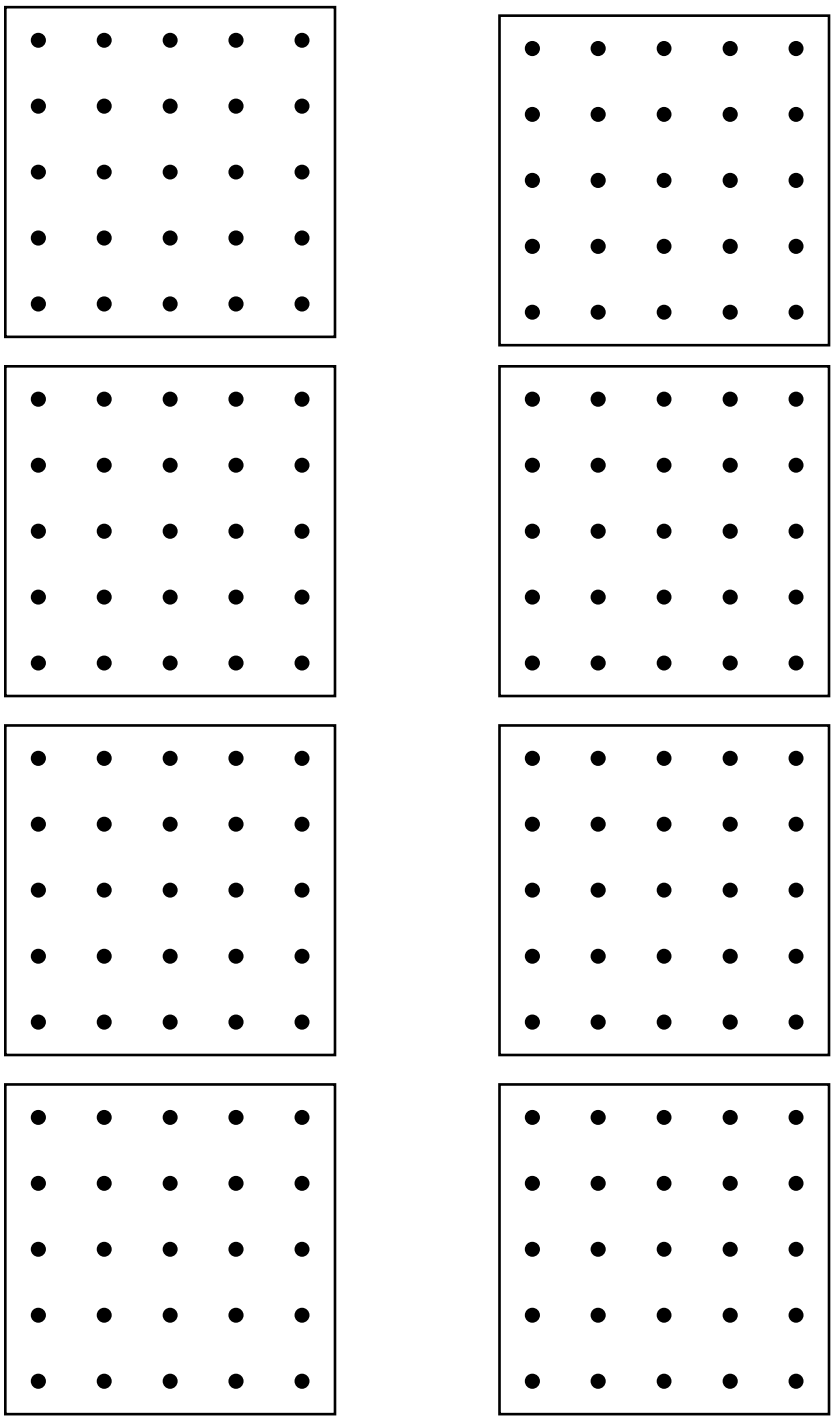
FYLKE: _____

Oppgave 7

Dere har fått utdelt et geobrett og strikk. Det er klart hvordan dere kan lage kvadrater med areal 1, 4, 9 og 16.
Hvis det går an, skal dere lage kvadrater med areal 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10 og12.
Tegn de som er mulig å lage på prikkene i svararket.

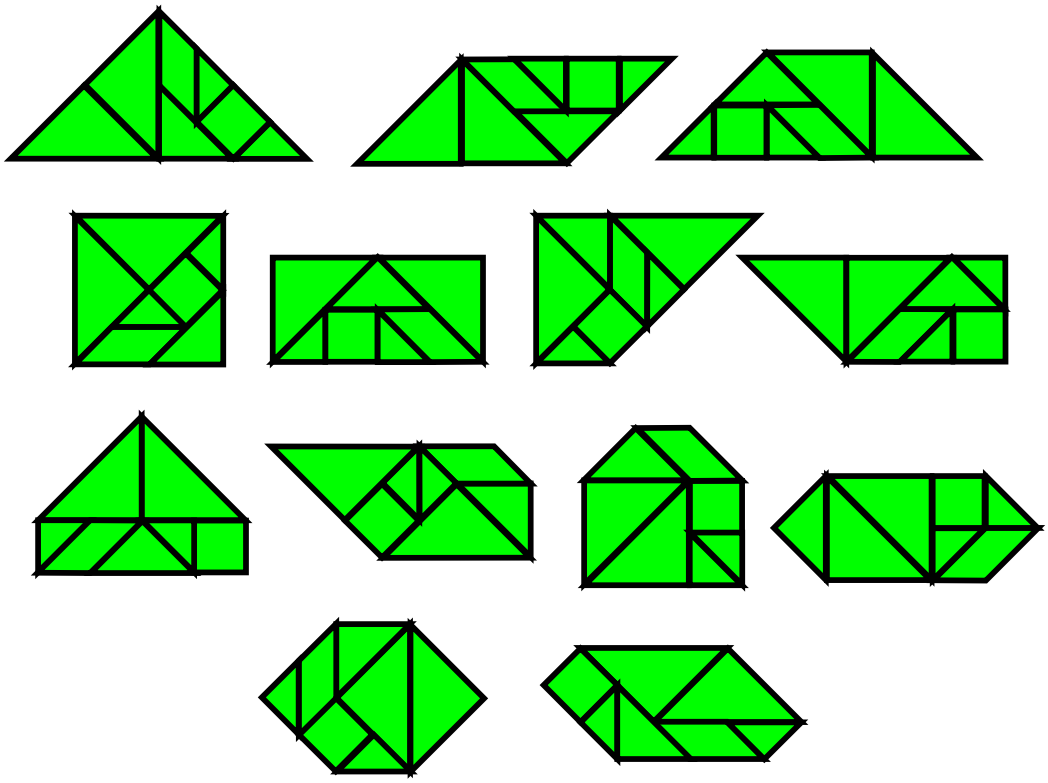
SVARARK oppgave 7

FYLKE:_____



Løsningsforslag

Oppgave 1

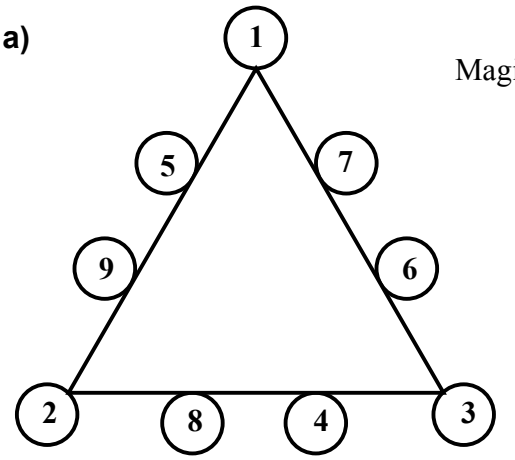


Oppgave 2

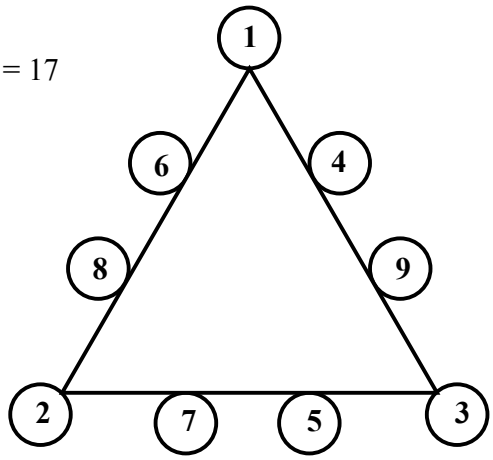
De seks myntene kan plasseres på 6x5x4x3x2= 720 måter. 50-øringene på hver side kan velges på 3x2 = 6 måter, og de resterende fire myntene kan plasseres på 4x3x2 = 24 måter. Sannsynligheten for at 50-øringene er på hver side er da : 6x24/720 = 1/5.

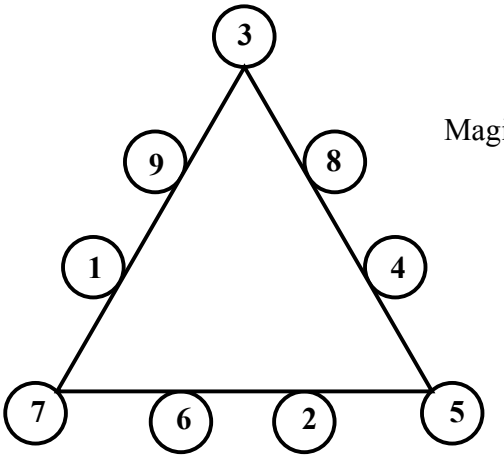
Oppgave 3

a)

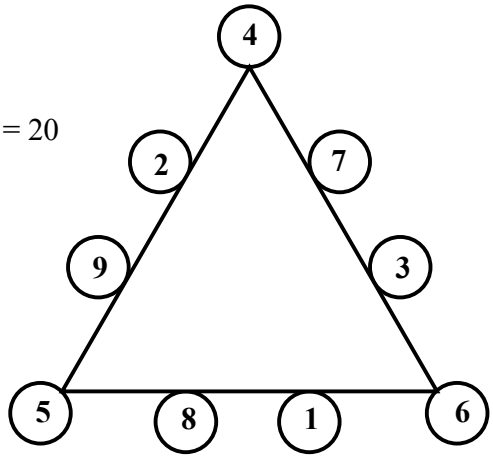


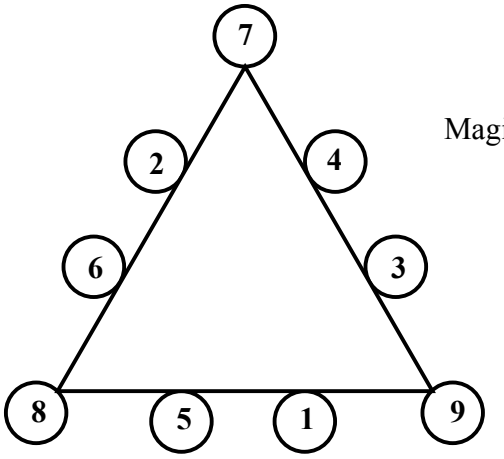
Magisk sum = 17



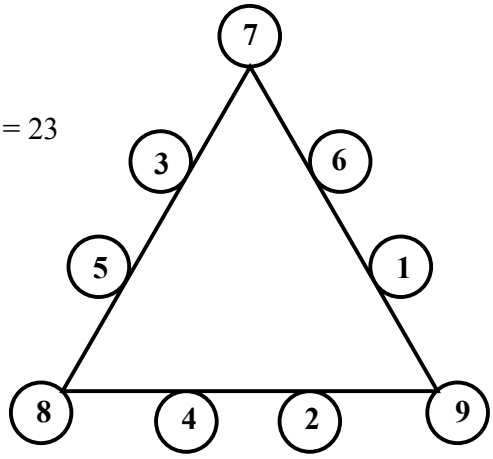


Magisk sum = 20





Magisk sum = 23



b)

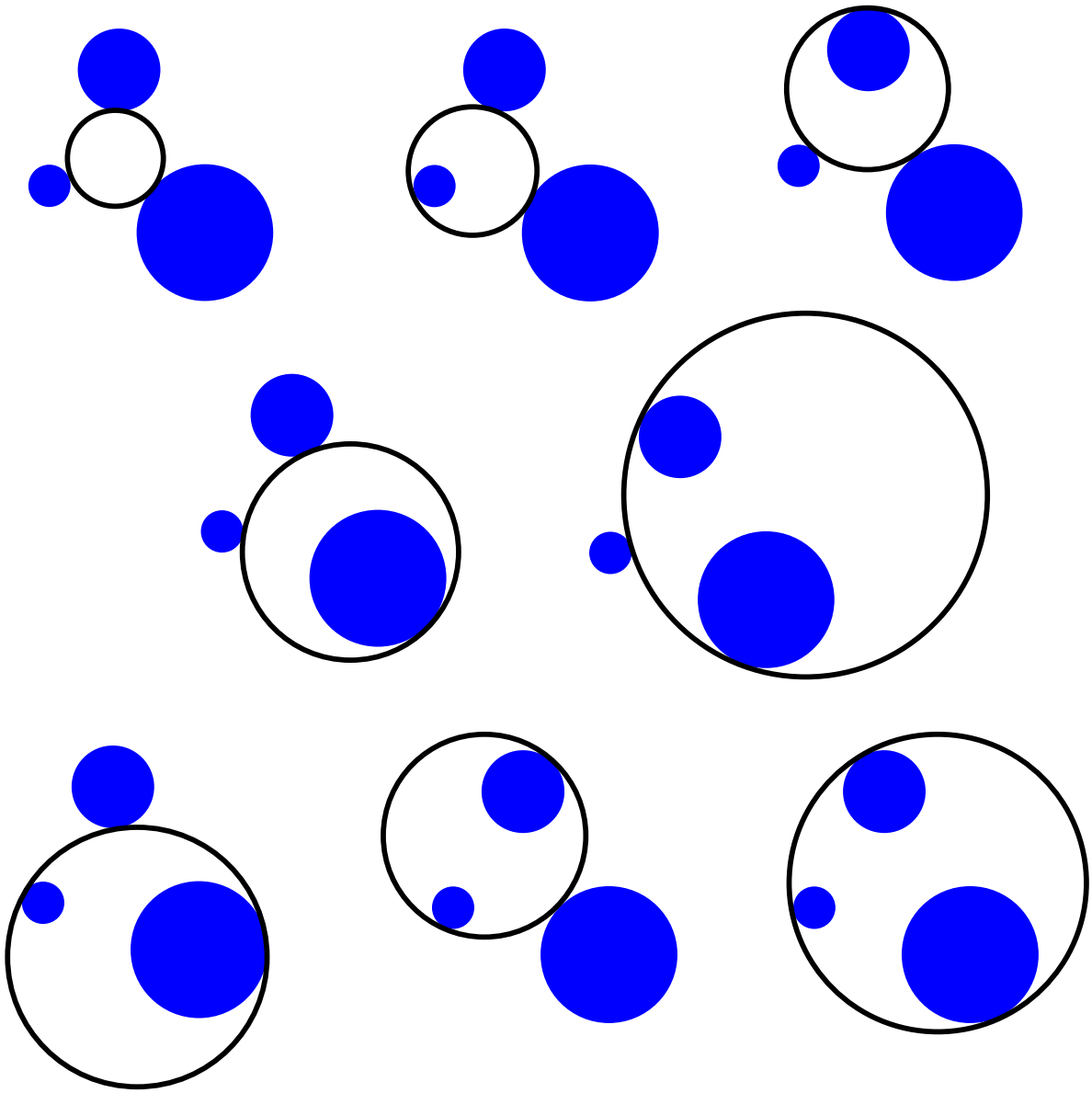
Minste sum er 17 og største sum er 23.

Oppgave 4

Koden er 7652387

Siden de tre første sifrene har sum 18, må det midterste tallet være 18:3=6.
Dermed er de tre første sifrene 765.
Det kan kontrolleres at produktet er 210.
Ensifrede primtall er 2, 3, 5 og 7. Siden produktet av de fire sifrene er 336, kan ikke 5 være blant dem. Altså må primtallene som skal med, være 2, 3 og 7. Produktet av disse er 42. Da må det nest siste sifferet være 336:42=8. Det betyr at de fire siste sifrene er 2387.

Oppgave 5

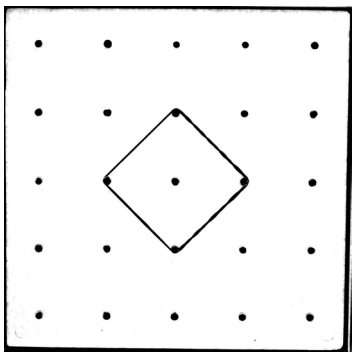


Oppgave 6

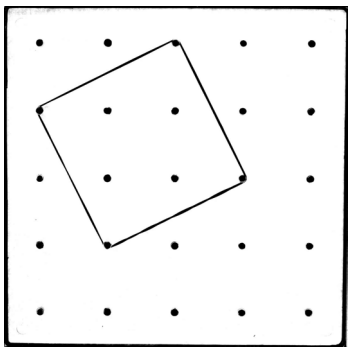
x<100 og x+2 delelig med 6	Tverrsum	Tverrsum delelig med 7
4	4	
10	1	
16	7	Ja
22	4	
28	10	
34	7	Ja
40	4	
46	10	
52	7	Ja
58	13	
64	10	
70	7	Ja
76	13	
82	10	
88	16	
94	13	

<u>Tallene er 16, 34, 52 og 70.</u>

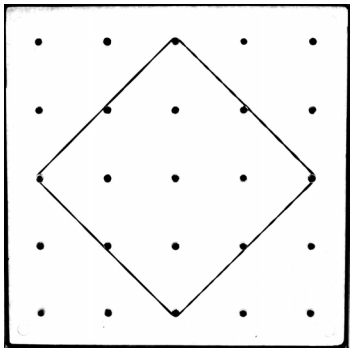
Oppgave 7



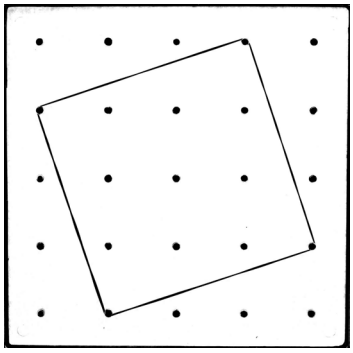
Areal = 2



Areal = 5



Areal = 8



Areal = 10

KappAbel 2005

Finale

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

Nødvendig utstyr

Ved alle bordene skal det ligge:

- 20 kladdeark
- Linjal
- 4 blyanter
- 1 blyantspisser
- 2 viskelær

Ekstrautstyr til enkeltoppgaver:

Oppgave 1

- Tallkort

Oppgave 2

- Rutenett
- 5 brikker

Oppgave 3

- 2 sett puslespill

Oppgave 4

- 3 blå og 3 røde merkede brikker
- En liten skål

Ekstraoppgave

- Store tallkort

Oppgave 1

Tallmagi

Dere har fått utdelt 5 kort med tall. Disse brukes til tallmagi slik:

Be noen tenke på et tall mellom 1 og 32. Be dem deretter peke på hvilke kort tallet finnes på. Nå kan dere avsløre hvilket tall det er ved å legge sammen tallene øverst i venstre hjørne på alle de kortene som hun pekte på.

Eks: Tenk på tallet 14. Det finnes på kort B, C og D. 2+4+8=14.

Forklar hvordan tallkortene er laget og hvorfor talltrikset virker. Legg merke til at de avgjørende tallene er
1 2 4 8 16

1 3 5 7	2 3 6 7	4 5 6 7	8 9 10 11	16 17 18 19
9 11 13 15	10 11 14 15	12 13 14 15	12 13 14 15	20 21 22 23
17 19 21 23	18 19 22 23	20 21 22 23	24 25 26 27	24 25 26 27
25 27 29 31	26 27 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31
A	**B**	**C**	**D**	**E**

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 1

FYLKE: _____

Oppgave 2

Plasser de fem brikkene dere har fått utdelt i et 5X5 rutenettet, slik at det aldri er to brikker i samme rad eller samme kolonne eller langs samme diagonal.

Finn så mange ulike løsninger som mulig.

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 2

FYLKE: _____

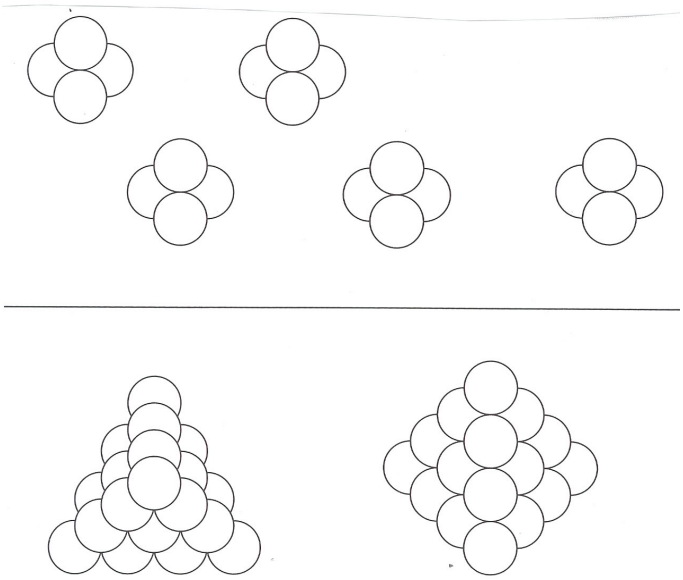
KappAbel

SVARARK OPPGAVE 2

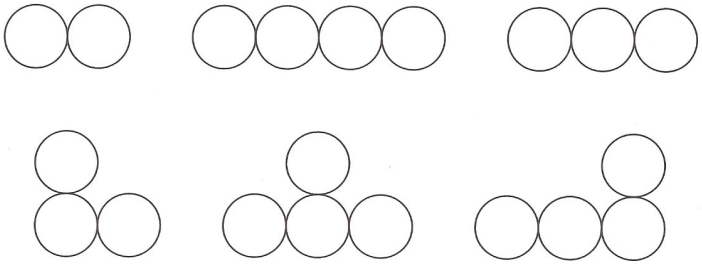
FYLKE:_____

Oppgave 3

Dere får utvert to sett puslespill. Det ene med fem biter og det andre med seks biter. Hvert puslespill skal bli et tetraeder (en trekanta pyramide der alle sideflatene er likesidede trekanter.



Puslespill 1 består av fem like brikker som skal bli et tetraeder.
Til venstre er tetraederet sett rett ovenfra, og til høyre er det sett fra siden.



Puslespill 2 består av seks ulike brikker som skal bli et tetraeder.

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 3

FYLKE: _____

Oppgave 4

Tre nyforelskede par kommer til en elvebredd der en liten båt skal få dem over elva. Men båten tar bare to personer av gangen. Alle de tre mennene er av den sjalu typen og vil ikke la sin kjæreste være sammen med noen av de andre mennene uten at han selv er til stede (verken i båten eller på land). Hvor mange ganger må båten krysse elva for å få alle seks over på den andre sida?

Vis hvordan det kan gjøres.

(Elevene får utdelt tre blå brikker merka M1, M2 og M3, og tre røde brikker merka D1, D2 og D3, dvs kjæresteparene er H1 og D1, H2 og D2, H3 og D3. Ei lita skål er båten)

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 4

FYLKE: _____

EKSTRAOPPGAVE

Et nummerskilt med et femsifret tall er hengt opp ned. Tallet gir fortsatt mening, men det er 78633 større enn det riktige tallet.

Bruk de utdelte nummerlappene til å finne det riktige tallet.

LØSNINGSFORSLAG

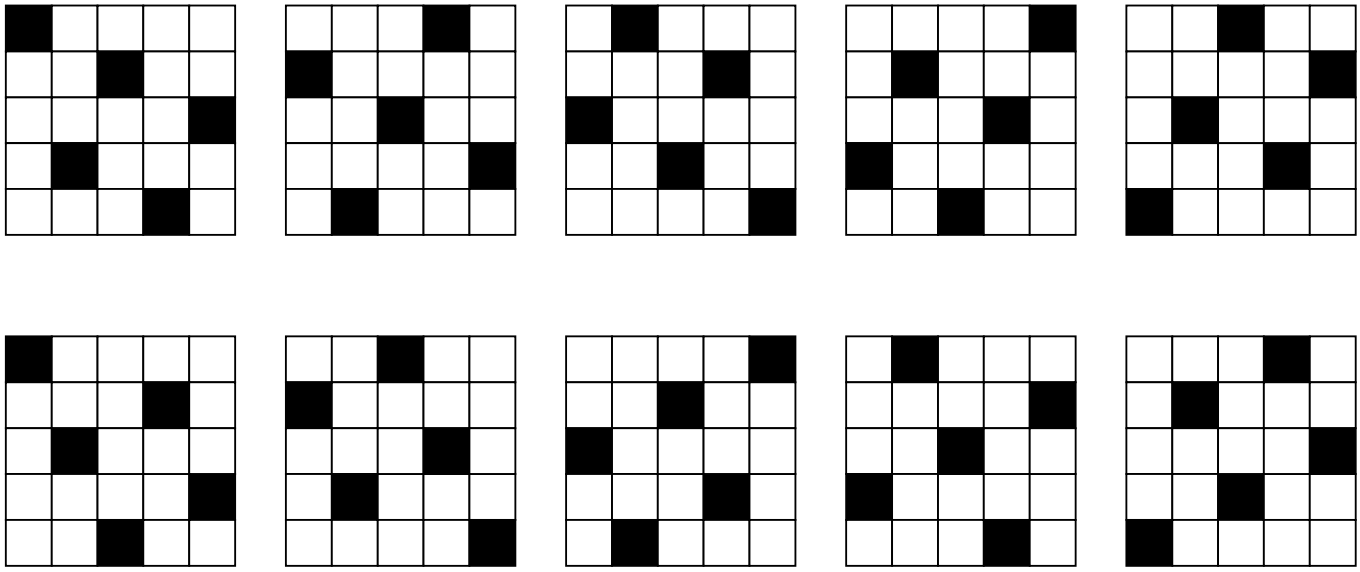
Oppgave 1

Alle tall kan skrives som en sum av toerpotenser. Tallene mindre enn 31 kan skrives som en sum av kombinasjoner av 1, 2, 4, 8 og 16, men ikke alle må brukes (det gjelder bare 31).

På hvert tallkort finnes tallene som må ha med det første tallet på kortet i ”sin sum”. Hvis vi for eksempel ser på kort A, ser vi at alle oddetallene er med. Det er fordi 1 må være med i summen for at svaret skal bli et oddetall, når alle de andre tallene er partall. På kort E finner vi alle tallene større enn 16, siden 16 må være med for å skrive tallene større enn 16 (1+2+4+8=15).
31 er med på alle kortene siden 1+2+4+8+16=31. Mens for eksempel 9 er med på A og D, siden 9=1+8.

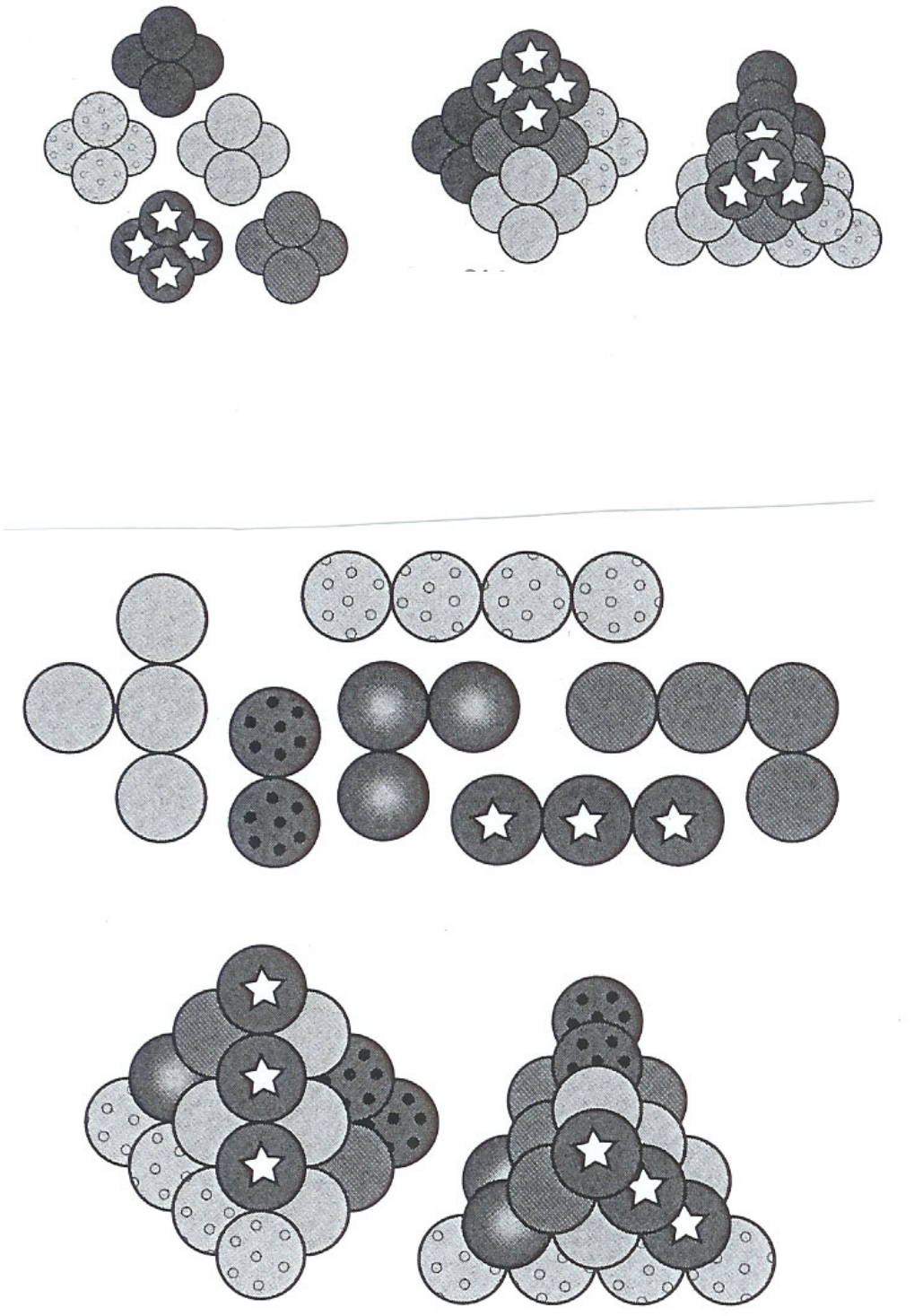
Oppgave 2

Det er 10 forskjellige løsninger:



KappAbel

Oppgave 3



Oppgave 4

Tur nummer:	Bredd 1	I båten	Bredd 2
1	M2, M3, D2, D3	M1, D1	
2	M2, M3, D2, D3	M1	D1
3	M1, M2, M3	D2, D3	D1
4	M1, M2, M3	D1	D2, D3
5	M2, M3	M1, D1	D2, D3
6	M2, M3	M1	D1, D2, D3
7	M3	M1, M2	D1, D2, D3
8	M3	D3	M1, M2, D1, D2
9		M3, D3	M1, M2, D1, D2
			M1, M2, M3, D1, D2, D3

Ekstraoppgaven

Det riktige tallet er l0968

På grunn av formen, kan sifrene 0, l og 8 være med, siden de ser like ut når de settes opp ned. I tillegg kan 6 og 9 være med, men de bytter verdi når de snus opp ned.
Dessuten blir tallet lest bak fram når skiltet er snudd opp ned.
La tallet være ABCDE og opp ned-tallet edcba.

Vi har fått oppgitt at 78633 + ABCDE = edcba
Da må e>7, dvs 8 eller 9. Men hvis e=9, så er E=6, og a=6+3=9 og A=6. Det går ikke.

Dvs e=8. Da er E=8 og A=l. Da er også a=l.

Da er B 0 eller l, som gir b lik 0 eller l. D kan ikke være 7, så da må b=0 og D=6.
Da er B=0 og d=9. Da er C=9 og c=6

KappAbel 2005

Nordisk Finale

Reykjavik 26.04.05

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

Oppgave 1

Tredimensjonale pentomino

Dere får utdelt et sett med pentominoklosser

Hver pentominokloss er satt sammen av fem små kuber.

Laget deres skal lage en symmetrisk figur (symmetrisk om et plan).

Jo flere klosser dere bruker, desto bedre.

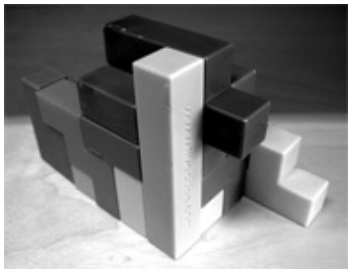


Foto: Pål Erik Ekholm

Oppgave 2

Tallpyramide

Dere får utdelt en trekantet pyramide, og noen “tallflagg”. I de tre hjørnene i grunnflata skal dere plassere tre tall.

På hver sideflate skal dere plassere et tall som er summen av de to tallene i hjørnene som tilhører den sideflaten.

I toppunktet til pyramiden skal dere plassere et tall som er summen av tallene på sideflatene.

Tallet i toppunktet er 20.

Plasser de seks andre tallene slik at det stemmer når

a) det skal bare være forskjellige tall
b) det er lov å ha samme tall flere ganger.

Finnes det mer enn en løsning?

Foto: Pål Erik Ekholm

Oppgave 3

Fugletetraeder

Dere får utdelt fire fugletetraeder.

A: Forklar hvordan figuren er bygd opp.

B: Finn et uttrykk for overflaten til figuren når siden i den likesidede trekanten som deler fugletetraederet i to like deler, er s.

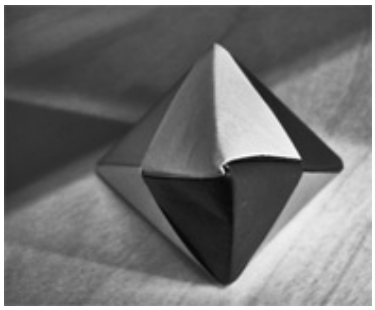


Foto: Pål Erik Ekholm

Oppgave 4

Hvilke tall tenker jeg på?

Læreren tenker på to etterfølgende tall mellom 1 og 10.

To elever får en lapp med hvert sitt av de to tallene.

Elev 1: Jeg vet ikke hvilket tall du har.
Elev 2: Og jeg vet heller ikke hvilket tall du har.
Elev 1: Men da vet jeg tallene!

Kan dere finne alle løsningene og forklare hvordan dere tenker? (Det finnes fire løsninger.)

Oppgave 5

Mørkredd

Dere får utdelt fire brikker merket D (dad), M (mom), B (boy) og G (girl).

En familie skal gjennom en mørk tunnel. Alle er mørkredde, men de har en lommelykt som varer i 12 minutter.

Det kan passere høyst to mennesker gjennom tunnelen av gangen, og da må de gå i den farten den som går saktest kan klare.

Faren klarer å gå gjennom på 1 minutt, moren på 2 minutter, sønnen 4 minutter og datteren 5 minutter.

Kan de klare det? I såfall må dere vise og forklare hvordan de gjør det.

Hvis de ikke klarer det, må dere vise og forklare hvor mange minutter de trenger.

EKSTRAOPPGAVE

Dere får utdelt fem brikker med 5-tall.

Dere skal sette sammen tallene og regnesymboler, slik at dere kan skrive tallene fra 1 og oppover med fem 5-tall for hvert tall.

Det laget som kommer lengst, uten hull, har vunnet.

Løsningsforslag

Oppgave 2

Tall langs grunnflaten			Tall langs sideflatene		
1	6	3	7	9	4
1	2	7	3	9	8
1	4	5	5	9	6
1	1	8	2	9	9
3	3	4	6	7	7
4	2	4	6	6	8
3	2	5	5	7	8
2	2	6	4	8	8

Oppgave 3

Beskrivelse av figuren:

Figuren er en ”dobbel trekantpyramide”, der hver del består av en pyramide med en likesidet trekant som grunnflate. Sideflatene er rettvinklede, likebeinte trekanter med hypotenusen på grunnflaten. Det er seks kongruente sideflater.

Beregning av overflate:

Fire sideflater kan settes sammen til et kvadrat med side s. Da er overflaten av fugletetraederet lik 1,5 s^2.

Ekstra:

Volumet av fugletetraederet:

Fugletetraederet kan betraktes som to rettvinklede trekantpyramider med grunnflate lik ¼ s^2 og høyde $s/\sqrt{2}$. Da er volumet lik:

$$V_{fugletetraeder} = 2 \cdot V_{pyramide} = 2 \cdot \frac{1}{3} Ah = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} s^2 \cdot \frac{s}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{6\sqrt{2}} s^3}}$$

Oppgave 4

Tallet til elev 1	Tallet til elev 2
2	**3**
9	**8**
3	**4**
8	**7**

Forklaring:

Vi forklarer tallparene (2, 3) og (3, 4)

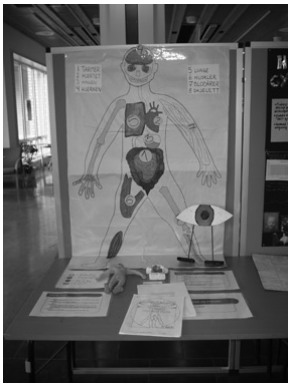
Løsning a)
Hvis elev 1 har tallet 2, vet hun at elev 2 har tallet 1 eller 3. Siden elev 2 ikke vet hvilket tall elev 1 har, kan ikke elev 2 ha tallet 1. Altså har elev 2 tallet 3.

Løsning b)
Hvis elev 1 har tallet 3, og sier at hun ikke vet hvilket tall den andre har, kan elev 1 ikke ha tallet 1 eller 10. Hvis elev 2 hadde hatt tallet 2, ville han visst at elev 1 hadde tallet 3. Det betyr at elev 2 må ha tallet 4.

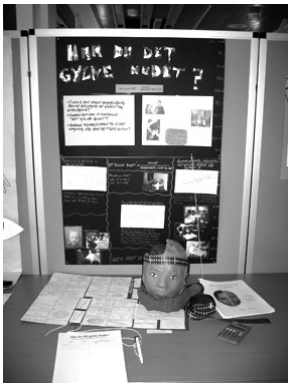
Oppgave 5

VED INNGANGEN TIL TUNNELEN	I TUNNELEN	VED UTGANGEN AV TUNNELEN	TID BRUKT
M, F, B, G	-	-	-
B, G	M, F	-	2 min
B, G	M	F	2 min
M	B, G	F	5 min
M	F	B, G	1 min
-	M, F	B, G	2 min
-	-	M, F, B, G	-
			TOTAL TID:
			12 min

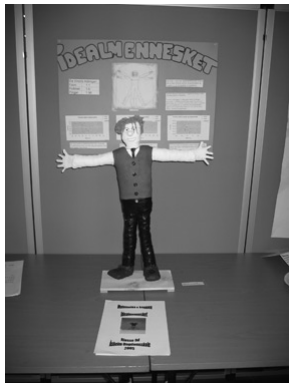
Bilder fra utstillingen av prosjektoppgavene



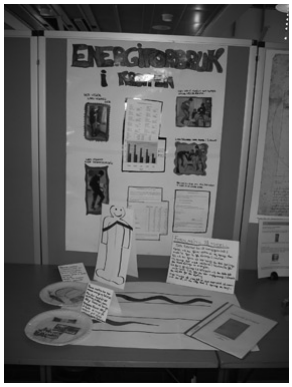
Finnmark



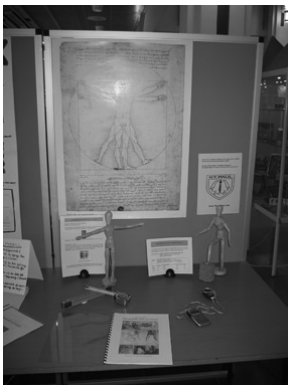
Østfold



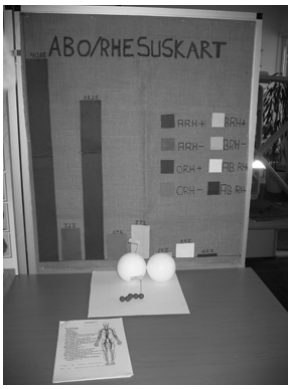
Sør-Trøndelag



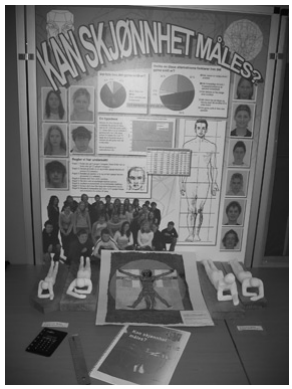
Sogn og Fjordane



Hordaland



Akershus



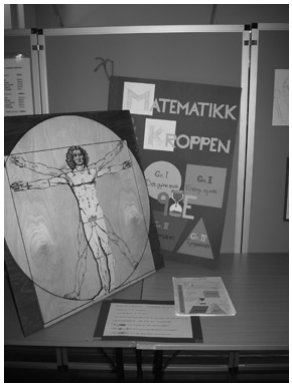
Vest-Agder

Oppland

Møre og Romsdal

Nordland

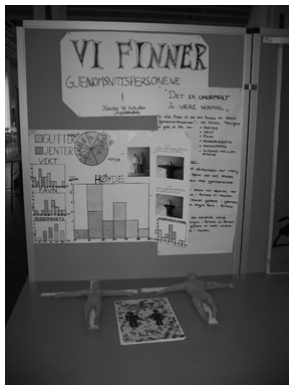
Hedmark



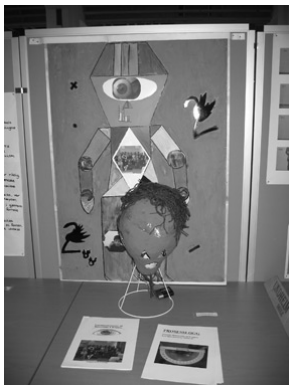
Oslo

Telemark

Troms



Aust-Agder



Nord-Trøndelag

Rogaland

Buskerud

Vestfold

PROSJEKTOPPGAVEN

Alle klasser som deltar i KappAbel oppfordres til å gjennomføre prosjektoppgaven.

De ulike landene har egne regler for prosjektkonkurranser som går uavhengig av semifinalen.

Klassene som deltar i semifinalen for KappAbel, skal gjennomføre en prosjektoppgave i matematikk som en del av semifinalen. Hele klassen skal være med i arbeidet med prosjektet, som vil telle 50% i semifinalen.
Erfaringer viser at de som lar arbeidet med prosjektet gå over en lengre tidsperiode, oppnår bedre resultater enn de som starter sent, selv om arbeidsmengden ikke behøver å være så forskjellig.

Prosjektarbeidet vil bli bedømt av en jury satt sammen av lærere, matematikere og en ekspert som er utvalgt spesielt med henblikk på prosjekttemaet hvert år. Grunnlaget for bedømmelsen er

1. En prosesslogg
2. En faglig rapport
3. En publikumsvennlig presentasjon av prosjektet som omfatter både en utstilling og en muntlig fremføring.

Nedenfor vil vi presisere hvilke retningslinjer klassene skal gå etter i forhold til prosesslogg, faglig rapport og presentasjon, og hvilke kriterier som blir brukt ved bedømmingen.

Alle må velge samme tema for prosjektet. Det blir oppgitt ved skolestart hvert år, slik at klassene kan begynne å planlegge prosjektet så tidlig som mulig.

Et prosjekt blir best hvis elevene tar utgangspunkt i noe de lurer på. Da er forskertrangen størst, og de kan få svar på spennende spørsmål. Underveis i arbeidet med å finne svar på spørsmålene, dukker det helt sikkert opp uventede ting som gjør at spørsmålene må omformuleres, eller det stilles nye spørsmål. Dette vil vi gjerne høre om i loggene!

Temaene for prosjektene vi gi rom for stor frihet. Bare fantasien setter begrensninger. Men hele tiden skal matematikken stå i fokus. Uansett hva elevene velger å undersøke, skal de jobbe med "matematiske briller"!

Det er viktig at <u>matematikken</u> blir synliggjort gjennom hele arbeidet med prosjektet.

1. Prosesslogg

Det skal skrives logg fra arbeidet med prosjektet.
Loggen skal gi svar på:

- Hvordan klassen kom frem til problemstillingen de har arbeidet med.
- Hva som er gjort under hver arbeidsøkt i prosjektperioden, hvilke faglige problemer som oppstår, og hva som gjøres for å løse dem.
- Hvordan samarbeidet i gruppen/klassen har fungert.
- Hvordan elevene selv til slutt vurderer det arbeidet de har gjort med prosjektet, ut fra de vurderingskriteriene som er gitt nedenfor.

Prosessloggen skal være på maksimum 3 maskinskrevne A4-sider

2. Faglig rapport

Den faglige rapporten skal inneholde

1. Forside med opplysning om emne, klasse og dato for ferdigstilling.
2. Forord der problemstilling klargjøres og begrunnes.
3. Hoveddel som beskriver arbeidet med problemstillingen. Denne delen skal vise hvilke spørsmål det er arbeidet med, hvilke resonnementer og beregninger som er utført og hvilke resultater disse fører til. Det oppfattes som positivt hvis elevene kan få frem hvordan nye oppdagelser og problemstillinger dukket opp underveis i arbeidet.
4. Konklusjon: Kort oppsummering med svar på de spørsmål og problemstillinger som var utgangspunkt for arbeidet
5. Kilder: Tittel og forfatter på alt materiale som er benyttet under arbeidet med prosjektet: bøker, filmer, internettsider, brosjyrer, intervjuer osv.

Den faglige rapporten skal være på inntil 6 maskinskrevne A4-sider, utenom forsiden og kildehenvisningene.

3. Publikumsvennlig presentasjon

a. Utstilling:
Det som skal stilles ut, må få plass i en eske som ikke er større enn 1/2 kubikkmeter. Hvis det lages plakater, skal det ikke være mer enn to A1-plakater, og resten skal få plass på et rektangulært bord som er 1m langt og 50cm bredt. Det er viktig at dette overholdes. Prosjektoppgaven skal stilles ut i lokalitetene for runde 3 i konkurransen.

b. Fremføring:
De fire elevene som representerer klassen i semifinalen, skal gi en muntlig presentasjon av prosjektet på 10 minutter. Fremføringen skal foregå etter oppgavedelen av runde 3, med de øvrige KappAbel-deltakerne som tilhørere.

Vurdering:
Ved bedømmingen av prosesslogg og faglig rapport blir det lagt vekt på:

- originalitet, kreativitet og faglig fordypning
- i hvilken grad elevene klarer å kommunisere og hvordan arbeidet med prosjektet har utviklet seg.
- i hvilken grad det går frem av de skriftlige produktene at de har oppdaget og forstått det matematiske innholdet i temaet.

Ved bedømmelsen av utstillingen og fremføringen blir det lagt vekt på

- i hvilken grad matematikken blir synliggjort gjennom den publikumsvennlige presentasjonen.
- i hvilken grad den publikumsvennlige presentasjonen vil vekke matematikkinteresse hos andre barn og unge.
- den kunstneriske utformingen av prosjektutstillingen.

Poeng til 3. runde:

Oppgavedel	inntil 40 poeng
Prosesslogg og faglig rapport	inntil 25 poeng
Utstilling og fremføring	inntil 15 poeng

Oppgavedelen av 3. runde skal løses av fire representanter fra klassen. Det **skal** være to jenter og to gutter på laget. Det eneste unntaket som aksepteres, er hvis det ikke finnes to jenter eller to gutter i klassen.

De tre beste lagene fra 3. runde, vil gå videre til finalen. Ved lik poengsum gis ekstraoppgaver inntil de tre finalelagene er klare.

Vinnerlagene fra landsfinalene går videre til den nordiske finalen.

.

Vil du være med?

Gå inn på
www.kappabel.com

og meld på din klasse!

KappAbel 2004

Semifinale

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

I samarbeid med

Svein H. Torkildsen,

Samfundets skole, Kristiansand

Nødvendig utstyr

Ved alle bordene skal det ligge:

- 20 kladdeark
- Linjal
- 4 blyanter
- 1 blyantspisser
- 2 viskelær

Ekstrautstyr til enkeltoppgaver:

Oppgave 1

- Tangram-sett.

Oppgave 3

- Prikkark.

Oppgave 4

- Lapper med navnene Anna, Erik, Hans, Johan, Maria, Kristine og Petter.

Oppgave 5

- Tallbrikker med heltallene fra 0 til 9, 3 av hver.

Oppgave 6

- 7 pakker med ulike matematiske modeller.

I pakkene finnes:
a) En pose med 4 brikker av en farge og 7 brikker av en annen farge.

b) En stav (eller pinne) der 2/5 er farget sort.

c) En graf som viser en funksjon som vokser svakt mot et maksimum, for så å synke jevnt til den opprinnelige funksjonsverdien.

d) Fem pinner buntet sammen, fem terninger, en brikke med romertall V.

e) $2n - n + 10 - n = ?$

f) Et bilde av en flaggstang i sola, en meterstokk med en pinne, skyggene til pinnen og til flaggstanga.

g) Et ”valgtre” med 8 forgreininger som går sammen til 4, 2 og 1.

Oppgave 7

- Saks, limstift, farget ark til å lime bitene på, linjal.

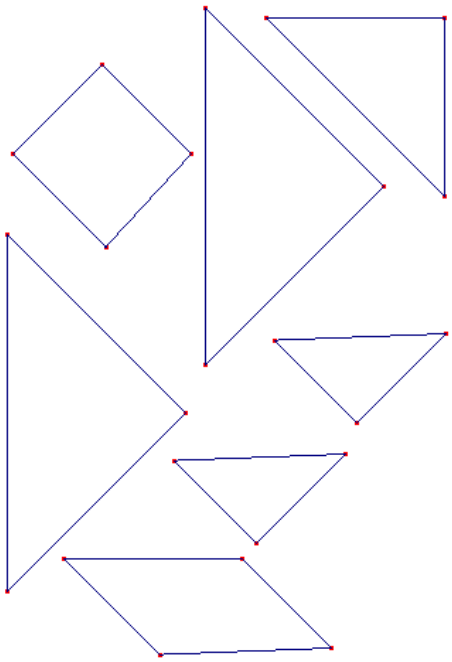
Oppgave 8

- Tre filmbokser (ugjennomsiktige), med henholdsvis to 1-kroner, en 1-krone og en 50-øring, to 50-øringer. Alle merket med feil verdi (f. eks 1,50kr på første boks, 1kr på andre boks og 2kr på tredje boks).

Oppgave 1

Puslespill

Dere får utdelt et puslespill (tangram) som består av sju brikker. De ser slik ut:



a) Vi sier at arealet av parallellogrammet er 1.

Hva er arealene av de andre brikkene?

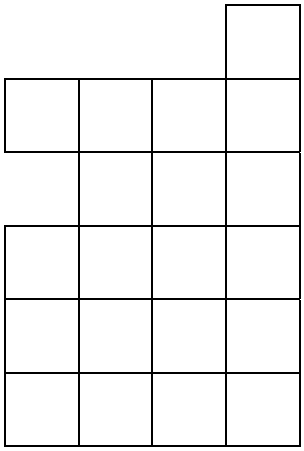
Vis på svararket hvordan dere tenker.

b) På hvor mange ulike måter kan dere lage trekanter med areal 2?

Tegn løsningene på svararket

Oppgave 2

Utstyr: 20 kvadratiske plastbrikker, 5 ulike farger, 4 av hver farge. Fargeblyanter.



Figuren til venstre er satt sammen av 20 kvadrater. Del figuren i fem sammenhengende deler, hver bestående av fire kvadrater, slik at ingen av de fem delene har samme form.

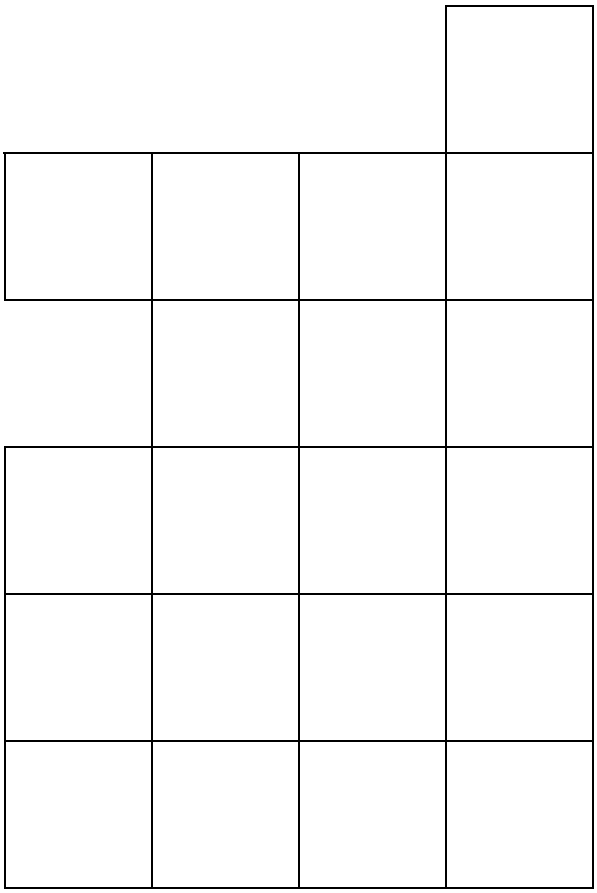
NB: Figurene er **sammenhengende** hvis hvert kvadrat i figuren deler en hel side med minst ett annet kvadrat.

SVARARK OPPGAVE 2.

FYLKE: _____

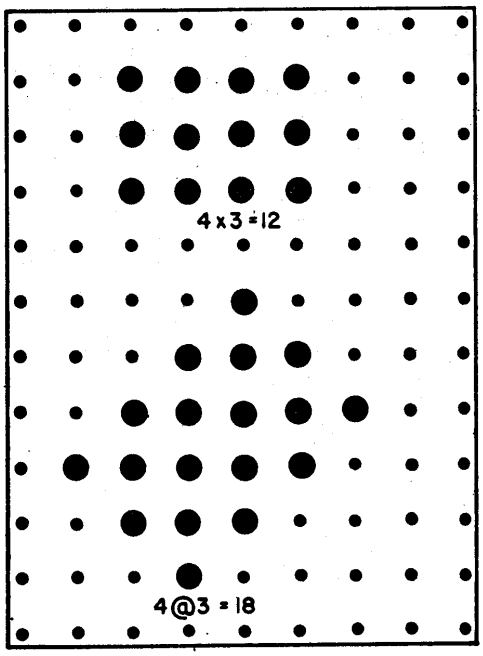
De utdelte brikkene passer akkurat inn i rutenettet.

Fargelegg de fem figurene dere kommer fram til med hver sin farge.



Oppgave 3

En annerledes gangetabell



I gangetabellen vi bruker er 4 x 3 = 12. Det er vist på den øverste figuren. Det er 4 prikker langs den ene siden og 3 langs den andre. I alt får vi 12 prikker.

Figuren under er dreid 45 grader. Der er det også 4 og 3 prikker langs sidene. Men den figuren inneholder 18 prikker. Resultatet blir et annet "når vi ganger på skrå"!

Vi kan skrive dette slik: 4 @ 3 = 18.

a) Lag ferdig tabellen:

4 @ 1 =	
4 @ 2 =	
4 @ 3 =	
4 @ 4 =	
4 @ 5 =	
4 @ 6 =	
4 @ 7 =	
4 @ 8 =	
4 @ 9 =	
4 @ 10 =	

b) Lag en regel (med formel eller ord) for 4-gangen. Bruk regelen til å finne svaret på 4 @ 20.

c) Lag en regel (med formel eller ord) for 7-gangen. Bruk regelen til å finne svaret på 7 @ 8.

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 3

FYLKE _____

a)

4 @ 1 =	
4 @ 2 =	
4 @ 3 =	
4 @ 4 =	
4 @ 5 =	
4 @ 6 =	
4 @ 7 =	
4 @ 8 =	
4 @ 9 =	
4 @ 10=	

b)

c)

Oppgave 4

Sju barn skal stille opp til fotografering. De skal stå ved siden av hverandre slik fotografen bestemmer.
Dere skal fram til hvilken rekkefølge de sju barna Anna, Erik, Hans, Johan, Maria, Kristine og Petter står når det skal tas et bilde av dem.

Legg lappene med navnene på i riktig rekkefølge og skriv det på dette arket.

Dere får utdelt fire lapper med opplysninger om rekkefølgen. Det er mulig å finne fram til løsningen med disse fire lappene.
Hvis dere trenger flere opplysninger, kan dere hente en ekstra lapp, men da mister dere 2 poeng. Hvis dere henter enda en lapp, mister dere enda ett poeng.

4a Anna er nest høyest. Hans er nest lavest. Johan var sur fordi han ikke fikk stå ved siden av Petter.	4b Erik har tre barn på hver side av seg på bildet.
4c Petter og Maria står ytterst. Johan og Kristine står ikke ved siden av hverandre.	4d Hans er den eneste gutten som står mellom to jenter. Kristine fikk ikke stå ved siden av sin beste venn.

Ekstra lapper:

4e Barna er stilt opp fra den høyeste til den laveste

4f Kristine og Maria er bestevenner.

Oppgave 5

ONE + ONE = TWO

I regnestykket ovenfor skal hver bokstav erstattes med et av sifrene 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eller 9. Samme bokstav skal alltid erstattes med samme siffer. Når alle bokstavene er erstattet med siffer, skal regnestykket stemme.
NB! Alle tallene skal være tresifrede. Det betyr at hverken O eller T kan være lik 0 (null).

Hvor mange ulike løsninger kan dere finne?

Skriv alle regnestykkene dere mener er løsninger på oppgaven på det utdelte svararket. Dere kan bruke tallbrikkene hvis dere synes det hjelper.

Oppgave 6

Matematiske modeller.

Dere skal finne hvilke modeller (pakker) som hører til hver av de ulike setningene nedenfor:

1. Vanntemperaturen når varmtvannskrana blir skrudd på og vannet står og renner.
2. Jeg tenker på et tall. Hva er det dobbelte av tallet minus tallet pluss 10 minus tallet?
3. En metode for å stille opp kamper og vinnerlag i et enkelt cup-system
4. Fem
5. Modell for forholdet 4:7
6. En indirekte måte å måle høyde
7. 40%

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 6

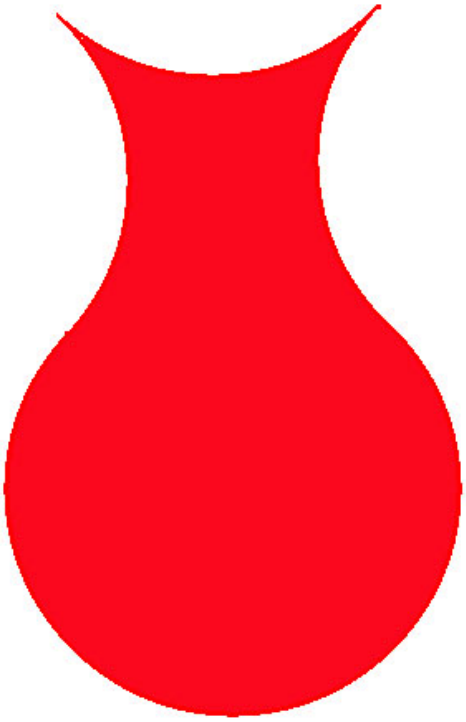
FYLKE: _____

Disse modellene hører sammen:

TALL	BOKSTAV
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

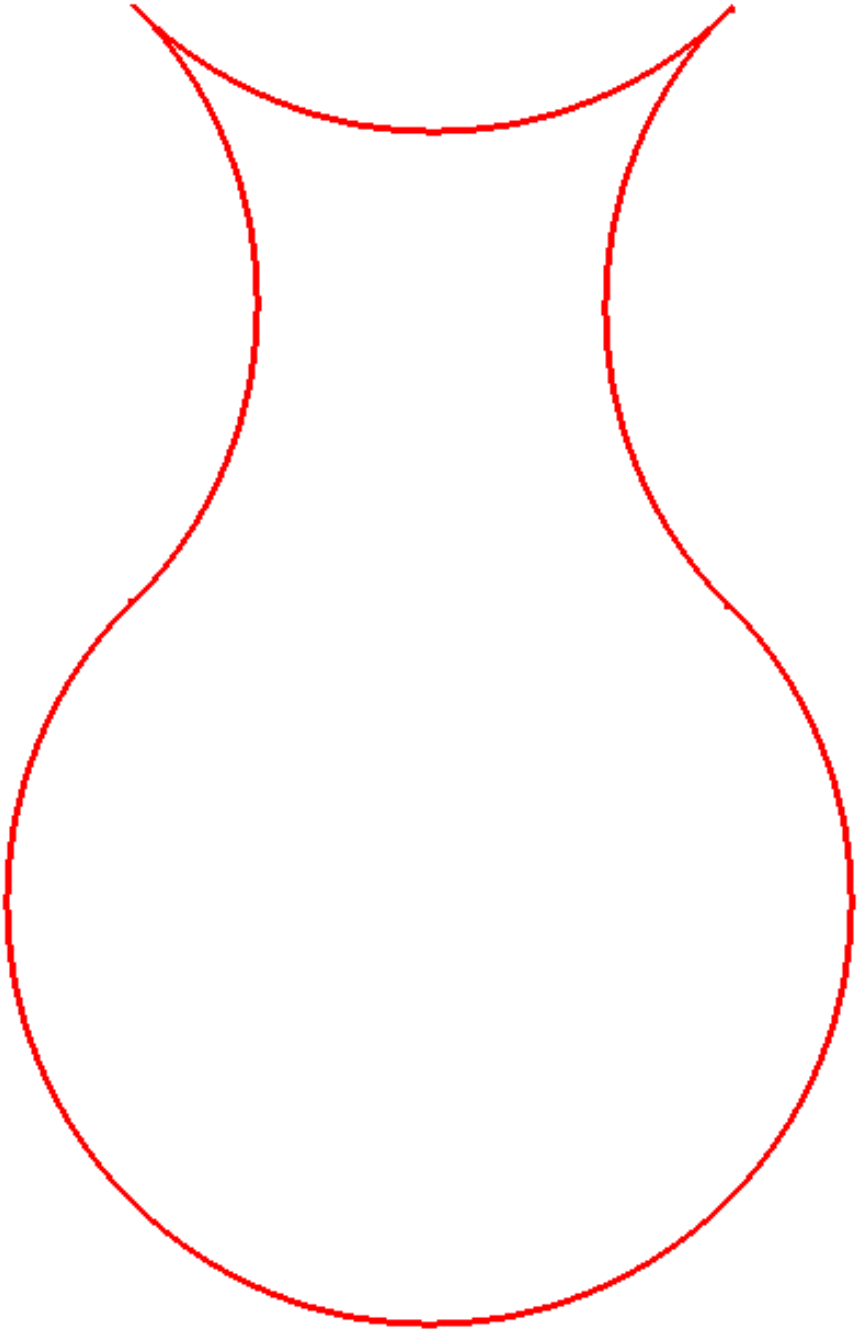
Oppgave 7

Figuren som dere finner i hvitt på svararket skal klippes i 4 biter og limes sammen til et kvadrat.



SVARARK OPPGAVE 7

FYLKE: _____



Oppgave 8

Dere får se tre filmbokser. Den ene inneholder to kronestykker, den andre inneholder to femtiøringer og den tredje inneholder et kronestykke og en femtiøre. Alle boksene er merket med feil verdi.

a) Hvordan kan dere klare å finne ut hvilke bokser som inneholder hvilke mynter ved å be om å få åpnet kun én boks og se hva den inneholder? Dere får ikke bruke vekt, og får ikke å kjenne om det er forskjell på tyngdene.

b) Hvordan kan dere klare å finne ut hvilke bokser som inneholder hvilke mynter ved å be om å få åpnet kun én boks og se på kun én mynt i denne boksen? Dere får ikke bruke vekt, og får ikke å kjenne om det er forskjell på tyngdene.

Forklar på svararket hvorden dere vil gjøre det og hvordan dere finner innholdet i alle boksene.

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 8

FYLKE: _____

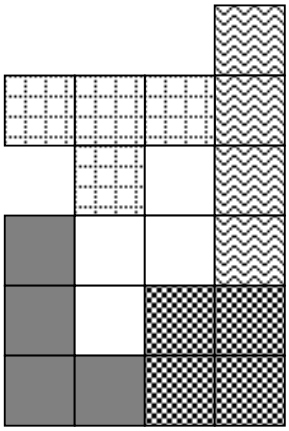
Løsningsforslag

Oppgave 1

a) De små trekantene har areal ½. Kvadratet og den mellomstore trekanten har areal 1, og de to store trekantene har areal 2.

b) Det finnes 4 ulike måter å lage trekanter med areal 2 (hvis vi regner stor trekant med areal 2 som en måte. De andre er 2 små trekanter + kvadrat, 2 små trekanter + parallellogram, 2 små trekanter + en mellomstor trekant).

Oppgave 2



Oppgave 3

a) Lager ferdig tabellen:

4 @ 1 =	4
4 @ 2 =	11
4 @ 3 =	18
4 @ 4 =	25
4 @ 5 =	32
4 @ 6 =	39
4 @ 7 =	46
4 @ 8 =	53
4 @ 9 =	60
4 @ 10 =	67

b) Regel: $4 @ n = 4 \cdot n + 3 \cdot (n-1)$

$4 @ 20 = 4 \cdot 20 + 3 \cdot 19 = 80 + 57 = 137$

c) Regel: $7 @ n = 7 \cdot n + 6 \cdot (n-1)$
$7 @ 8 = 7 \cdot 8 + 6 \cdot 7 = 98$

Generelt: $m @ n = m \cdot n + (m-1) \cdot (n-1)$

Oppgave 4

Petter – Anna – Johan – Erik – Kristine – Hans – Maria

Oppgave 5

Det er 16 ulike løsninger når vi ikke godtar 0 som første siffer.

For at regnestykket
ONE + ONE = TWO
skal være riktig uten at noen av tallene er tosifrede, må O≠0 være et partall som er mindre enn 5. Det betyr at vi har to muligheter for O:
O=2 eller O=4

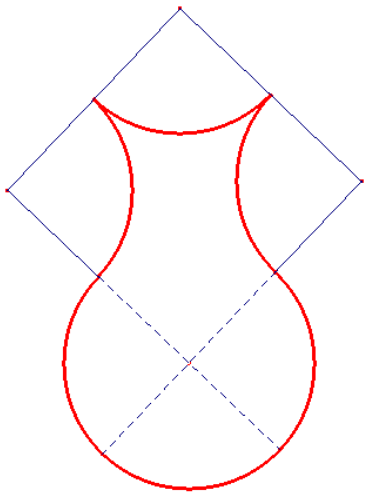
Tilfelle 1:
O=2
Da må E=1 eller E=6. Systematisk prøving og feiling gir følgende løsninger:
231+231=432
271+271=542
281+281=562
291+291=582
206+206=412
216+216=432
236+236=472
286+286=572

Tilfelle 2:
O=4
Da må E=2 eller E=7. Systematisk prøving og feiling gir følgende løsninger:
432+432=864
452+452=904
482+482=964
407+407=814
417+417=834
427+427=854
457+457=914
467+467=934

Oppgave 6

1 – c, 2 – e, 3 – g, 4 – d, 5 – a, 6 – f, 7 – b

Oppgave 7



Oppgave 8

De mulige fordelingene av mynter er gitt i tabellen nedenfor:

Merkelapp	Mulig innhold	
2 kr	En 1-krone og en 50-øre	To 50-ører
1,50 kr	To 1-kroner	To 50-ører
1 kr	To 1-kroner	En 1-krone og en 50-øre

a) Uansett hvilken boks som åpnes, er det mulig å bestemme innholdet i de andre boksene:
   1) Dere åpner den boksen som er merket 2 kr. Hvis dere finner en 1-krone og en 50-øre, vet dere at denne kombinasjonen ikke kan ligge i boksen merket 1 kr. Da må den boksen inneholde to 1-kroner. Det betyr at boksen merket 1,50 kr, må inneholde to 50-ører.
      Hvis dere finner to 50-ører, må boksen som er merket 1,50kr inneholde to 1-kroner, og boksen merket 1kr inneholde en 1-krone og en 50-øre.
   2) Dere åpner boksen som er merket 1,50 kr. Hvis dere finner to 1-kroner, må boksen som er merket 1 kr inneholde en 1-krone og en 50-øre, mens boksen som er merket 2kr, inneholder to 50-ører.
      Hvis dere finner to 50-ører, må boksen som er merket 2 kr, inneholde en 1-krone og en 50-øre, og boksen merket 1 kr inneholde to 1-kroner.
   3) Tilsvarende.

b) For å finne ut av dette, må dere velge å åpne den boksen som er merket 1,50kr, siden den er nødt til å inneholde to like mynter. Hvis dere finner en 1-krone, inneholder den to 1-kroner, og hvis dere finner en 50-øre inneholder den to 50-ører. De andre boksenes innhold finner dere ved å argumentere som i a) punkt 2.

KappAbel 2004

Finale

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

Nødvendig utstyr

Ved alle bordene skal det ligge:

- 20 kladdeark
- Linjal
- 4 blyanter
- 1 blyantspisser
- 2 viskelær

Ekstrautstyr til enkeltoppgaver:

Oppgave 1

- 50 plastbrikker.

Oppgave 2

- 10 trekvadrater 10X10 cm merket med tallene fra 1 til 10.

Oppgave 3

- Åtte kvadratiske stykker papir i åtte forskjellige farger.

Oppgave 4

- Fire lapper med opplysninger som skal lede frem til en tallrekke.

Oppgave 5

- Store tallkort

Oppgave 6

- To pinner på henholdsvis 8 cm og 3 cm.
- Stort hvitt ark eller gråpapir.

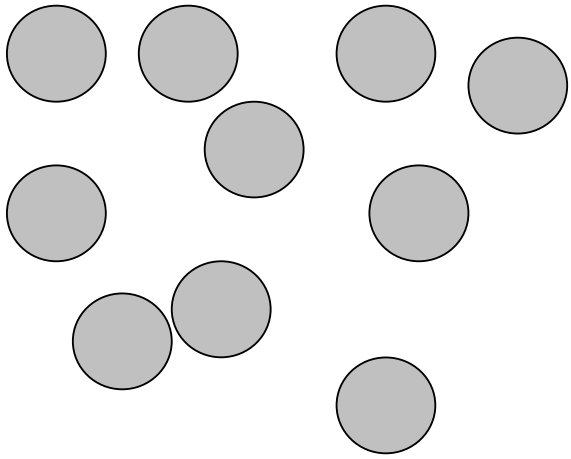
Ekstraoppgave

- Fire lapper med informasjon.

Oppgave 1

Ti til tjue

Legg ti brikker slik at de danner så menge rette linjer som mulig med fire brikker langs hver linje.



Oppgave 2

Puslespill

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Utfordringen i dette puslespillet er å flytte brikkene slik at vi ender opp med 5 ”tårn” med to brikker i hvert tårn.

- ✓ Man kan bare flytte èn brikke i gangen.
- ✓ For å flytte en brikke, må den hoppe over nøyaktig to nabobrikker og lande på en tredje brikke.
- ✓ Brikken kan hoppe over enten to enkle brikker eller et ”tårn” med to brikker.
- ✓ En brikke kan hoppe over så mange tomme plasser som ønskelig.
- ✓ Brikkene kan flytte seg i begge retninger, men aldri lande på en tom plass.

Noter løsningen i tabellen på svararket.

***Ekstra** (hvis tid)

a) Kan puslespillet løses med 8 brikker? Hvordan?

b) Går det an med færre brikker enn 8?

c) Kan puslespillet løses med 12, 14, 16 osv.. brikker? Hvordan?

KappAbel

SVARARK OPPGAVE 2

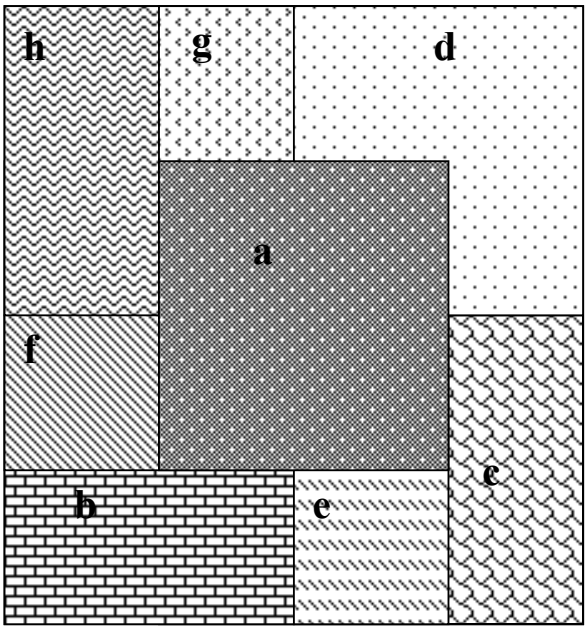
FYLKE: _____

Flytt nr.	Fra plass nr.	Til plass nr.
1		
2		
3		
4		
5		

Oppgave 3

Åtte kvadratiske stykker papir, alle i nøyaktig samme størrelse, har blitt plassert oppå hverandre i en bestemt rekkefølge slik at de overlapper hverandre som vist på figuren nedenfor.

Angi i hvilken rekkefølge de har blitt lagt oppå hverandre for å danne dette mønsteret. Begynn med den som ligger øverst og arbeid deg ned til den som ligger underst.



Oppgave 4

På ”lappene” nedenfor finnes opplysninger som skal lede til ei tallrekke. Finn det 7. tallet i rekka.

Oppgaven skal være mulig å løse ved hjelp av de fire første opplysningene, men om man står fast kan man bruke de to siste opplysningene.

Opplysning 1: Det sjette tallet er det tredje tallet ganger fire, med det er også det første tallet ganger åtte.	**Opplysning 2:** Det tredje tallet er det andre tallet pluss en, og det fjerde tallet er det tredje tallet pluss en.
Opplysning 3: Det femte tallet er det fjerde tallet pluss det tredje tallet.	**Opplysning 4:** Summen av de første seks tallene er tjue.

Ekstraopplysning 1: Det tredje tallet opphøyd i tredje potens er lik det sjette tallet.	**Ekstraopplysning 2:** Det første og det andre tallet er like.

Oppgave 5

I denne oppgaven benyttes nummerlapper og regneartlapper. Det er seks 1-ere, tre 2-ere, fem 3-ere, to 4-ere, tre 5-ere, tre 6-ere, to 7-ere, tre 8-ere, to 9-ere, to 0-er, to + tegn, et – tegn, et x tegn, et : tegn, fem = tegn.

Plasser flest mulig lapper slik at de danner riktige regnestykker!

Oppgave 6

To pinner er henholdsvis 3cm og 8cm lange.

Bestem midtpunktet til den lengste pinnen, kun ved å måle med de to pinnene!

Forklar framgangsmåten med en figur.

Ekstraoppgave

På lappene nedenfor finnes opplysninger om noen ungdommer som har vært på fest og spist ulike matretter. En av rettene var bedervet. Finn ut hvilken rett det var.

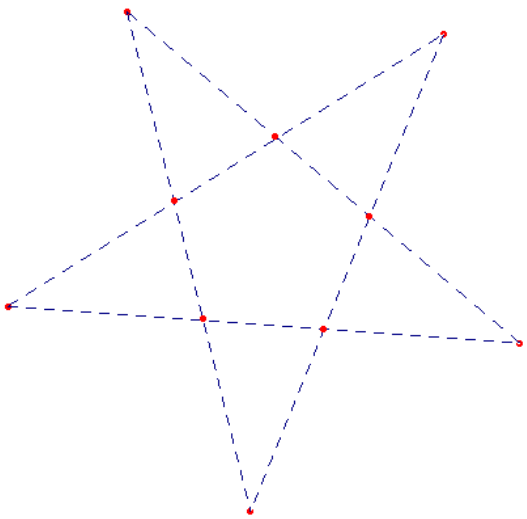
Oppgaven skal være mulig å løse ved hjelp av de fire første opplysningene, men om man står fast kan man bruke de to siste opplysningene.

Opplysning 1: Beate ble syk etter festen. Jakob spiste kylling, men ikke reker. Alle som spiste den bedervede maten, ble syke.	**Opplysning 2:** Både Camilla og Jacob spiste ostekake. Andreas spiste alt untatt kylling og ananaskake. Bare en av de fem rettene var bedervet.
Opplysning 3: Andreas, Beate, Camilla og Jacob var sammen på festen. Neste dag var to av dem syke. Andreas ble ikke syk.	**Opplysning 4:** Camilla var den eneste som ikke spiste skinkepai. Jacob var frisk dagen etter festen.

Ekstraopplysning 1: To av de fire vennene spiste reker. De fem rettene på festen var kylling, reker, skinkepai, ananaskake og ostekake.	**Ekstraopplysning 2:** Alle vennene siste tre retter, unntatt Beate som spiste fire. Camilla spiste to desserter. Bare tre av de fire vennene spiste ostekake.

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1



1) Spissene og skjæringspunktene på ei femarmet stjerne gir fem rader, som er maksimum.

2) To og to brikker i hjørnene på en femkant.

Det finnes flere løsninger.

Oppgave 2

Flytt nr.	Fra plass nr.	Til plass nr.
1	4	1
2	6	9
3	8	3
4	2	5
5	7	10

Det finnes mange flere løsninger.

Ekstraoppgaven

a) Åtte brikker gjøres som ti, bare kutt ut første flytt. Seks brikker går ikke.
b) 12,14, 16 brikker og oppover gjøres som med 10 brikker, bare ”kutt ut” to og to brikker ved å starte med riktig antall tårn ytterst til høyre og/eller venstre. Gjør dette inntil det er 8 enkle brikker igjen i midten. Gjør deretter som for 8 brikker.

Oppgave 3

A – D – G – H – F – B – E – C

Oppgave 4

La tallrekka være:

a b c d e f g

I) Opplysning 1 gir: $f = 4c = 8a$

II) Opplysning 2 gir: $c = b+1$ og $d = c+1 = b+2$

Hvis vi setter inn $c = b + 1$ inn i I) får vi:

$4b+4 = 8a$ eller $b = 2a-1$

Da er $c = 2a$ og $d = 2a+1$

III) Opplysning 3 gir: $e = c+d = 4a+1$

IV) Opplysning 4 gir: $a+b+c+d+e+f = 20$

$a+(2a-1)+2a+(2a+1)+(4a+1)+8a = 20$

$a = 20$

Da er rekka: 1 1 2 3 5 8

Dette kjenner vi igjen som begynnelsen på Fibonaccirekka.

Det stemmer også med opplysningene 5 og 6.

Oppgave 5

Det skal være fem rader med plass til

8 lapper
8 lapper
9 lapper
7 lapper
9 lapper

Løsningsforslag:

24 + 69 = 93

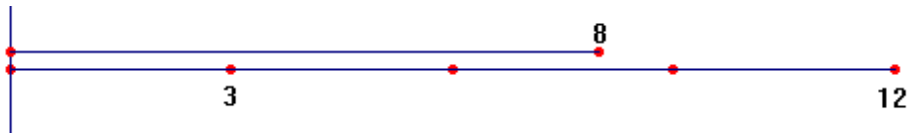
38 – 13 = 25

12 · 15 = 180

78 : 13 = 6

57 + 46 = 103

Oppgave 6



Vi legge pinnene side om side med samme utgangspunkt.

Vi måler oss fram til 12 med pinnen som er 3 lang.

Flytter den som er 8 en gang, og midten er ved 12.

Ekstraoppgave

Løsningsforslag:

Vi setter opplysningene inn i et skjema. X betyr at vedkommende spiste retten, 0 betyr at han/hun ikke spiste den. De sorte markeringene er de vi får av de fire første opplysningene. De grå får vi av de to siste.

Navn/matrett	Beate	Jakob	Camilla	Andreas
Kylling	X	X	X	0
Reker	X	0	0	X
Ostekake	0	X	X	X
Ananaskake	X	0	X	0
Skinkepai	X	X	0	X

Siden Andreas ikke ble syk, må det enten ha vært kyllingen eller ananskaken som var bedervet.
Jacob ble ikke syk, så kyllingen kan ikke ha vært bedervet.

Da må Ananaskaken ha vært bedervet.

KappAbel 2004

Nordisk Finale

København, juli 2004

Oppgaveansvarlig

Ingvill M. Stedøy,
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, Trondheim

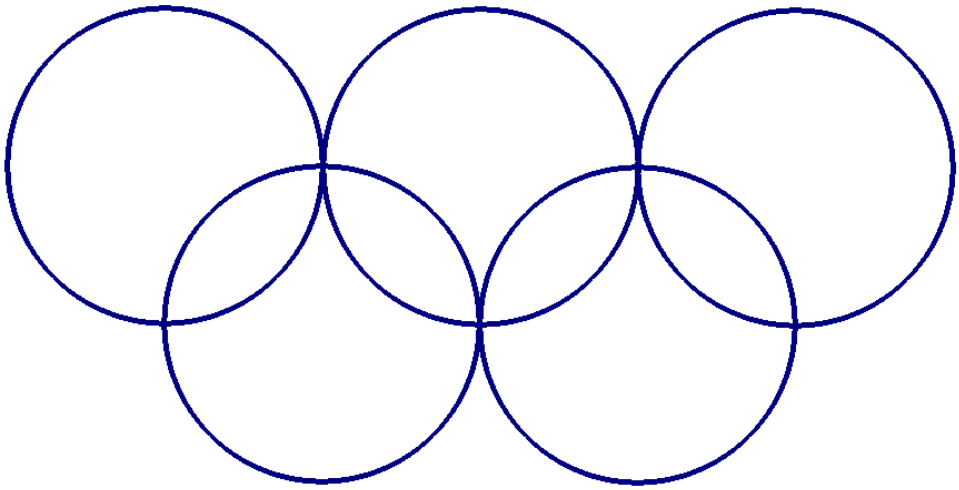
Oppgave 1

“Nesten” olympiske ringer

Dere har 5 sirkler som overlapper nesten som de olympiske ringer.
Dette gir 9 områder.

Tallene fra 1 til 9 skal plasseres i områdene, ett tall i hver, slik at summen av tallene i hver enkelt sirkel er den samme.

Finn summen og plasser tallene i riktige områder.



Oppgave 2

Oppdeling av kvadrater

a) Del et kvadrat i tre kongruente deler (lik form, lik størrelse, kan være speilvendte, roterte eller parallellforskjøvet).

b) Del et kvadrat i tre formlike deler (lik form, ikke nødvendigvis lik størrelse, kan være speilvendte, roterte eller parallellforskjøvet) To av delene skal være kongruente, men ikke den tredje. (Dere kan finne mer enn en løsning).

Oppgave 3

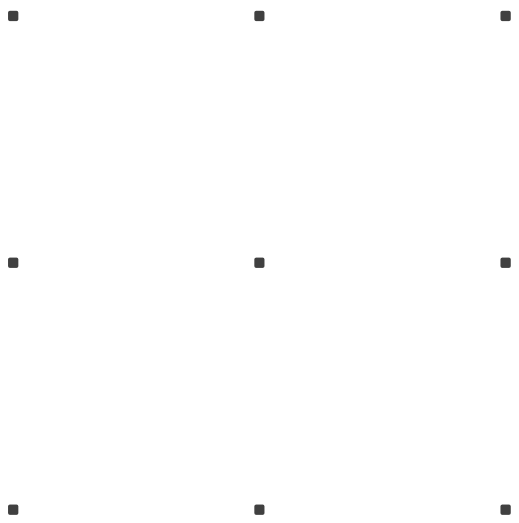
Lengste vei

Betingelser

A: Hver pinne passeres bare en gang

B: Veiene skal ikke krysse hverandre

Finn den lengste veien på pinnebrettet med 9 pinner.



Oppgave 4

Hjulkombinasjoner

Sykkulfs Sykkelbutikk selger tohjulssykler, trehjulssykler og vogner. Sykkulf, som før var mattelærer, bestemmer seg for å gi kundene sine en oppgave. Han sier:

På verkstedet mitt har jeg et lite lager av tohjulssykler, trehjulssykler og vogner som til sammen har 17 hjul.

Hvis du kan si meg alle mulige kombinasjoner av kjøretøy som kan være på lageret mitt, skal du få 20% avslag på alt du kjøper i butikken min.

Kan du løse oppgaven? Det kan være at jeg ikke har alle tre kjøretøyene på lageret.

a) Hvordan kan dere vite om dere har funnet alle kombinasjonene?
b) Gi en beskrivelse av hvilke løsninger som er mulig.

Oppgave 5

Byggverk av kuber

Dere har fått en pose med kuber som kan bygges sammen.

Bygg følgende byggverk:

Alle mulige sammensetninger av fire eller færre kuber. Byggverkene er like hvis de kan roteres eller vippes over i hverandre.

EKSTRAOPPGAVE

Plasser 9 kort på denne måten:
Alle radene og kolonnene har sum 6, og det har også den ene hoveddiagonalen.

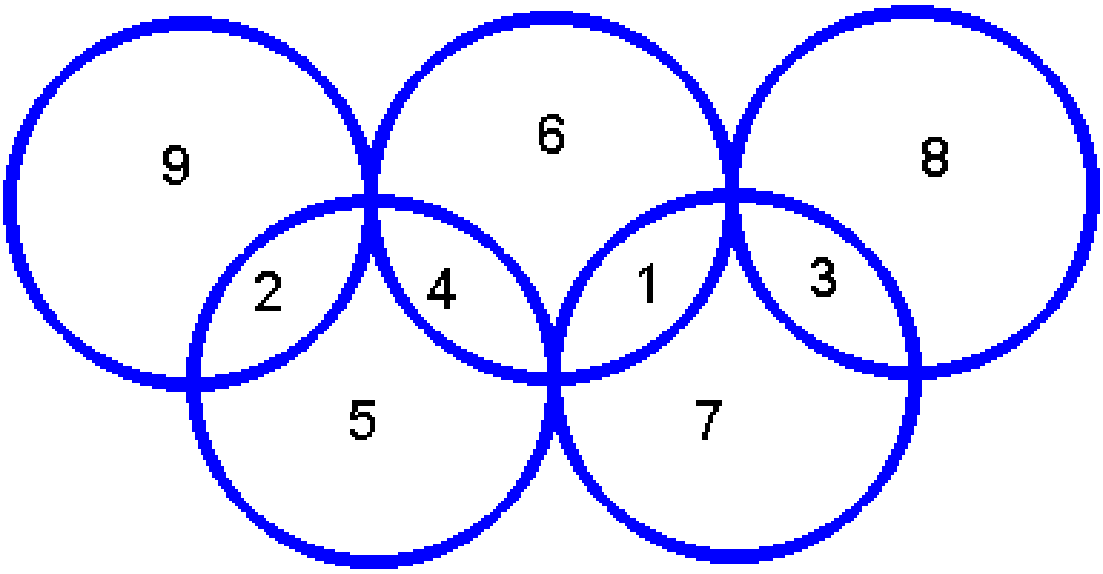
1	2	3
3	1	2
2	3	1

Men den andre diagonalen har sum 3. Endre plasseringen av tre kort slik at det blir et fullstendig magisk kvadrat.
(alle radene, kolonnene og hoveddiagonalene har samme sum).

Løsningsforslag

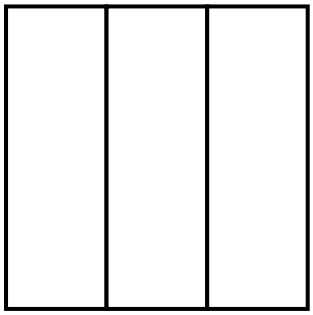
Oppgave 1

Summen av tallene i hver enkelt sirkel er 11.

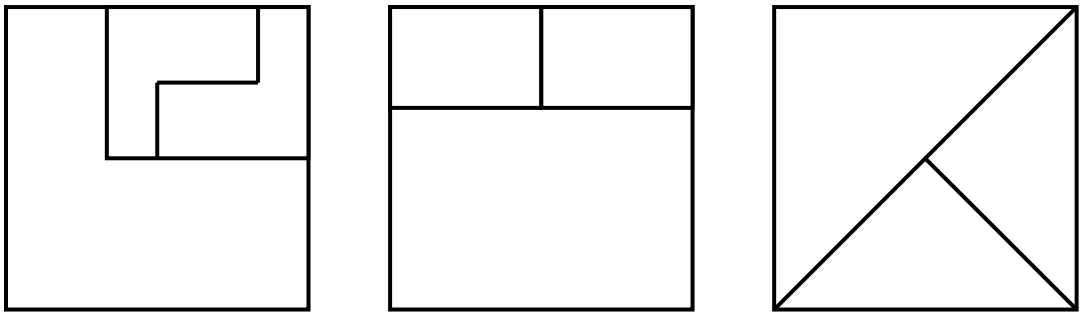


Oppgave 2

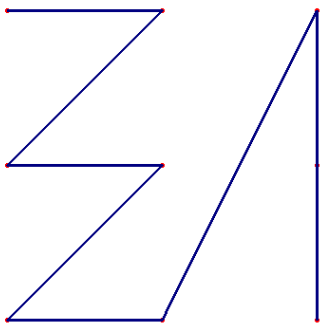
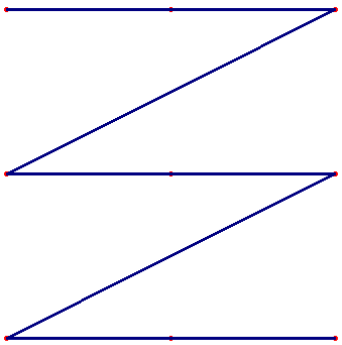
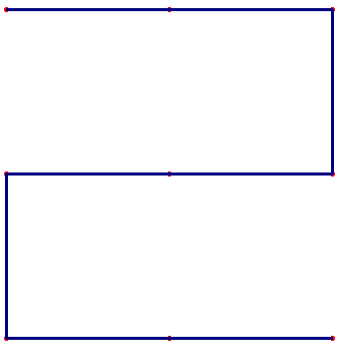
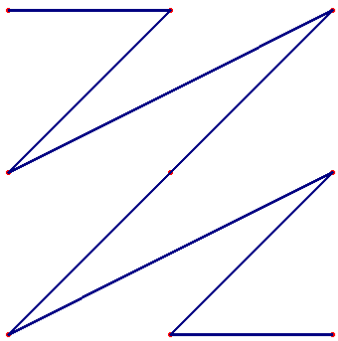
Tre kongruente sider:



Tre formlike sider:



Oppgave 3

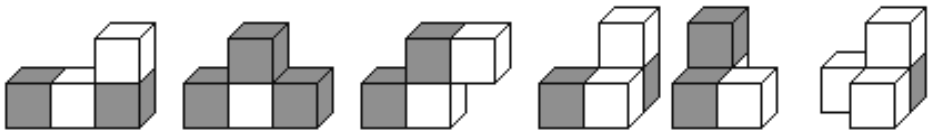
 Lengden på denne veien er: $5+2\sqrt{2}+\sqrt{3}\approx 9.56$	 Lengden på denne veien er: $6+2\sqrt{3}\approx 9.46$
 Korteste vei = 8	 Lengden på denne veien er: $2+4\sqrt{2}+2\sqrt{3}\approx 11.12$

Oppgave 4

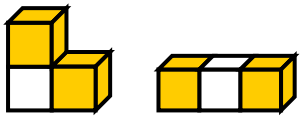
To-hjul	Tre-hjul	Vogn
1	1	3
3	1	2
5	1	1
7	1	0
0	3	2
2	3	1
4	3	0
1	5	0

Oppgave 5

Med fire kuber:



Med tre kuber:



Med to kuber:

Ekstraoppgave

Fjern hele nederste rad og sett den inn øverst,

eller;

Fjern hele venstre kolonne og sett den på høyresiden.

Vil du være med?

Gå inn på
www.kappabel.com

og meld på din klasse!

Påmelding fra medio
oktober 2005.