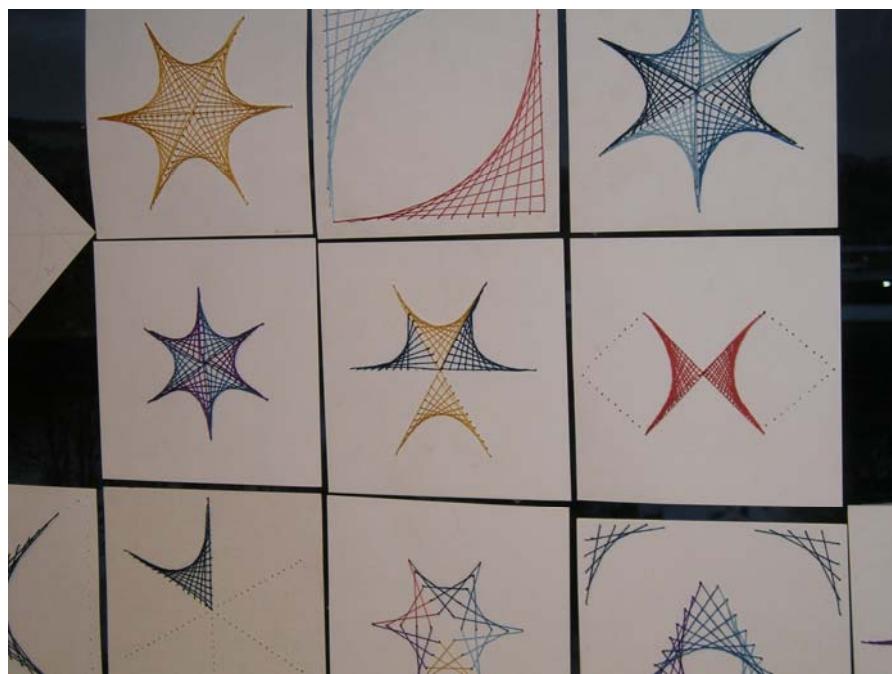


"TALL OG TALLFORSTÅELSE

- fra telleremser til algebra"



Nordisk konferanse i matematikkdidaktikk

26. og 27. november 2007

Realfagbygget, NTNU

Trondheim, Norge

KONFERANSEPROGRAM

- Presentasjon av bidragsytere og opplegg



Matematikksenteret

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
Realfagbygget, NTNU, NO-7491 Trondheim

Programkomitéen



Bengt Johansson, Sverige



Carl Winsløw, Danmark



Lisen Häggblom, Finland



**Ingvill M. Stedøy-Johansen,
Norge**

Matematikk treff på by'n

SØNDAG 25. NOVEMBER

Aktiviteter kl. 13.00-1700

Alternativ 1

- **Matematikkorientering**, oppmøte på Marinen (se kart)

Langs Nidelvens bredder må deltakerne løse matematikkoppgaver for å finne veien til mål. Vi gjentar suksessen fra i fjor, men lar deltakerne få litt bedre tid denne gangen. Det er satt av tid til diskusjoner og refleksjon både underveis og etterpå, der vi tar opp hvordan dette kan gjøres med elever på ulike nivå i skolen, uansett hvor i landet en bor.

Alternativ 2

- **Se, den kan fly!! Matematikk og teknologi i det fri**, oppmøte på

Kristiansten festning (se kart)

Store uteområder inviterer til aktiv utfoldelse under læringsprosessene.

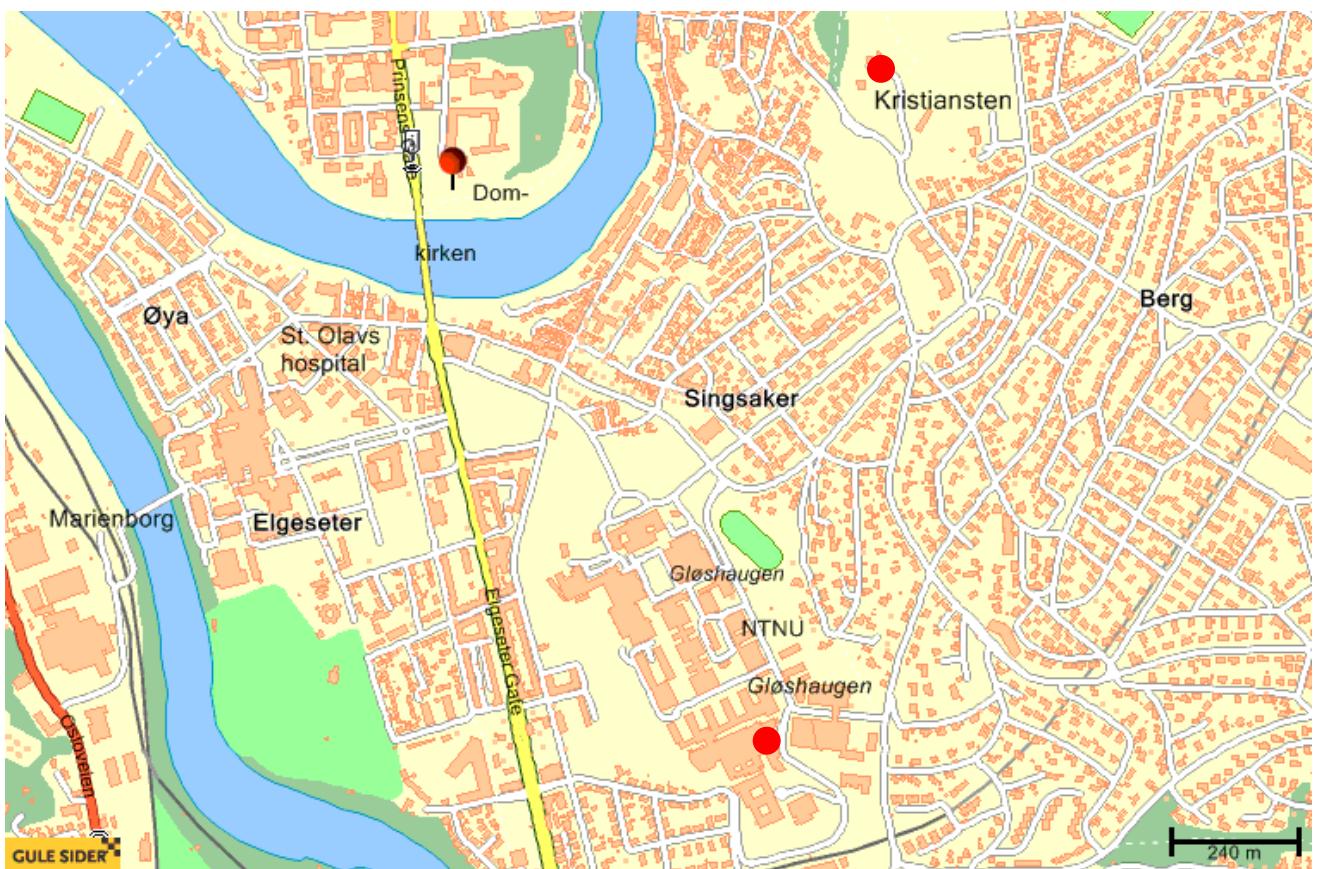
Deltakerne skal bygge ting som kan fly, gjøre beregninger og eksperimenter.

Middag kl. 19.00 på Grenaderen

Grenaderen ligger like ved Erkebispegården, ved siden av Nidarosdomen.
Adresse Kongsgårdsgata 1. Se hjemmeside: www.grenaderen.no



Kartutsnitt av Trondheim med Kristiansten Festning og NTNU Gløshaugen



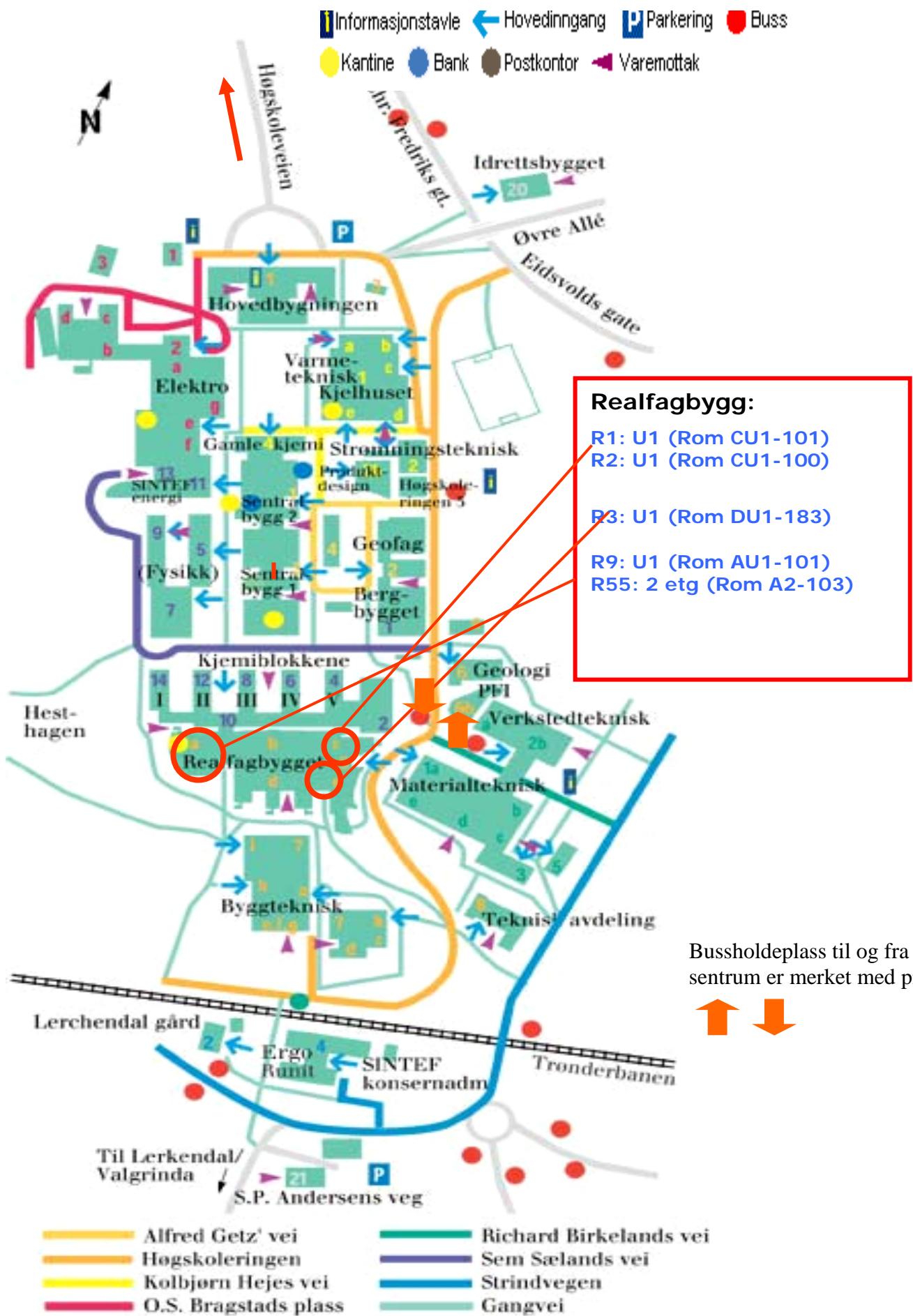
Faglig program

Tid	MANDAG 26. NOVEMBER	
09.00-09.25	Åpning	
09.30-10.30	Plenum 1 Everybody counts! Difficulties and Misconceptions with Numbers and Numbersense Alistair McIntosh, Edith Cowan University, Australia	R1
10.30-11.00	Pause. Kaffe/te	
11.00-12.00	Plenum 2 Barns talutveckling från 6 till 15 års ålder Lisen Häggblom, Åbo Universitet, Finland	R1
12.00-13.00	Lunsj	
13.00-15.00	A1 KIM – et digitalt kartleggingsverktøy Håvard Johnsbråten, Høgskolen i Telemark	R9
Paralleller:	B1 Alle teller! Kartlegging for bedre tilrettelagt opplæring Alistair McIntosh, Australia, Ingvill M. Stedøy-Johansen og May R. Settemsdal, Matematikksenteret	5.–10. trinn
		R1
		1.–10. trinn
		R2
	C1 Algebra – en väg till eller resultatet av god taluppfattning? Per Eskild Persson, Malmö Högskola, Sverige	Alle
	D1	R3
	Matematiksvärigheter - Vad kan man lära av matematikämnets historia? Bengt Johansson, NCM, Sverige	Alle
15.00-15.30	Pause. Kaffe/te og Vestlandslefse	
Paralleller:	A2 Kognitive konflikter – Bruk av KIM-materiale i undervisningen Anne Rasch-Halvorsen, HIT	R9
		1.–7. trinn
		R2
		4.–8. trinn
	B2 Rike og åpne oppgaver - når elevene tar over styringen Astrid Bondø og Anne-Gunn Svorkmo, Matematikksenteret	Alle
	C2	R3
	C3 Et mysterium om tall – en "superleksjon" fra Japan Carl Winsløw, DPU, Danmark	5.–7. trinn
	D2	R1
	Fra tall og tallmønster til generalisering og algebra Ingvill M. Stedøy-Johansen	U+VGS
19.00	Konferansemiddag på Britannia Hotell (Dronningensgt. 5)	

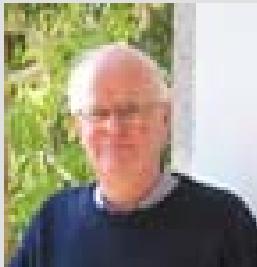
Tid	TIRSDAG 27. NOVEMBER	
08.30-10.45	Erfaringer fra klasserommet Lærere og Matematikksenterets ressurspersoner presenterer ideer/erfaringer	Vrimlearealet i U1
11.00–12.00	Plenum 3 Abacaba! Amazing Number Connections Michael Naylor, Associate Professor of Mathematics Education, Western Washington University, USA og gjesteprofessor ved Matematikksenteret	R1
12.00–13.00	Lunsj	
13.00-15.00	A3	R3
Paralleller:	Små barns matematikklæring- fra et matematikerperspektiv Ingvill M. Stedøy-Johansen	BH–4. trinn
	B3	R9
	"Min lidle norske regnebog" (1645) – Kan den første norske lærebok i regning gi oss ideer til dagens undervisning? Geir Botten, Høgskolen i Sør-Trøndelag	Alle
	C3	R1
	Trenger vi standard algoritmer? Svein Torkildsen, Matematikksenteret	5.–10. trinn
	D3	R55
	Tall og koder Kristian Ranestad, Universitetet i Oslo	VGS
15.00-15.15	Kort pause. Kaffe/te og frukt	
15.15-16.00	Plenum 4 Elvis-smørbrødet, T-skjorteteorien og galaktisk for begynnere - trenging du ikke visste at du ville vite om matte Eirik Newth, Norge	R1

Gløshaugen, NTNU

Novemberkonferansen 2007



Plenum 1, mandag kl 09.30 – 10.30



Alistair McIntosh is retired but holds honorary positions at Edith Cowan University and the University of Tasmania. For over forty years he has worked with teachers and researched into children's thinking and misconceptions in mathematics and the development of number sense, as Principal Mathematics Adviser in Leicestershire, and later in universities in Australia. He has been a visiting scholar at universities in Norway, Sweden, Canada, the United States, England, Australia, New Zealand and Malaysia. He was a member of the Cockcroft Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in the U.K., was academic adviser to the writers of the Australian National Numeracy Testing Programme, and was the 2004 recipient of the Australian Minister of Education's Award for Outstanding Services to Numeracy. He is the author of numerous curriculum and research papers and books.

Everybody counts! Difficulties and Misconceptions with Numbers and Numbersense

"Now then John, we don't want to hear any wrong answers, do we?" This insensitive reply by a primary school teacher to a child half way through an incorrect answer to a mathematical question the teacher had posed is quoted in John Holt's magnificent book "How Children Fail". It has stayed with me since first I read it. It neatly summarises much of what was wrong with the traditional approach to teaching which I and many others thought was the only way to teach in the 40s and 50s - and which not only still lingers on today, but seems to me to be still in danger of erupting back into our classrooms. The teacher teaches, the children listen and learn.

If only it were that simple!

If children, if students, are to learn, we must make some attempt to find out what is going on in their minds, since that is where the battleground lies. Our only way of learning about children's thinking is by getting them to communicate with us: whether by seeing what they do, or reading what they write, or hearing what they say. None of these are easy, and sometimes the results are alarming or upsetting.

In this talk I want to explore some of the means, and the results, of many years of observing and listening to children, which have led to the "Everybody Counts" material produced at the National Mathematics Centres of Norway and Sweden in 2005.

I will also describe the structure of the material, how the different chapters have been built up, and how it can be used. I will explain how the problems for the tests were chosen, and how they can inform teachers about children's understanding of number concepts.

Plenum 2, mandag kl 11.00 – 12.00



Lisen Hägglom, lektor i matematikens didaktik vid Institutionen för lärarutbildning i Vasa. Intresseområdet är språk och utvärdering i matematik och forskningen handlar om elevers kunskapsutveckling i matematik. Skriver läromedel i Finland och Sverige.

Barns talutveckling från 6 till 15 års ålder

Vilka kunskaper om tal har barn när de inleder sin skolgång och hur utvecklas deras kunskaper? Kan resultatet före skolgången förutsäga hur barnen kommer att lyckas under skoltiden? Föreläsningen bygger på en studie av barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder. Vilka konsekvenser har resultatet för skolan som inlärningsmiljö och vad kan skolan göra för att skapa gynnsamma förutsättningar för lärande i matematik? Det här är några av de frågor som ställdes när en grupp på ca 140 barn inledder sin skolgång för ett antal år sedan. Genom att följa dessa elevers utveckling i matematik under grundskoltiden har det varit möjligt att studera deras räknespår.

Barns kunskaper i matematik vid skolstarten

När barn börjar skolan är deras kunskaper i matematik överlag mycket goda även om de individuella skillnaderna är stora. Barnen kan använda tal inom talområdet 0-6, dvs. göra jämförelser och kombinera rätt siffra med rätt antal föremål. En stor del av barnen visar stor säkerhet i att räkna antal upp till 32 och i att skriva tvåsiffriga tal. Däremot differentierar den abstrakta talramen barnen. De uppfattar de språkliga uttrycken "talet före" och "talet efter" på olika sätt. Hos vissa barn har de informella kunskaperna ännu inte utvecklats till den distinktion och exakthet som karakteriseras matematisk kunskap. Barnens säkra talbehandling noteras också i deras goda förmåga att lösa muntliga textuppgifter inom talområdet 0-10. De förstår överlag det språkliga innehållet i räknehändelserna och visar god förståelse för val av rätt räknesätt. Talområdet utgör begränsningar och när talområdet överstiger 10 uppstår skillnader i resultat. Skolnybörjarna är således långt på väg i sin talkonstruktion. Detta har den positiva följen att matematiken upplevs som lätt och lusten att lära är stor. Lusten att lära hänger samman med att de förstår matematik.

Om lärare inte är medvetna om dessa kunskaper hos barnen ställs ribban för lågt, vilket har konsekvenser för elevernas senare inlärning. Barns kunnande

men också deras syn på och attityder till matematik grundläggs under tiden före och efter skolstarten.

Vad händer med elevernas matematikkunskaper?

De goda kunskaper som eleverna bär med sig vid skolstarten visar sig genom ett stort intresse för matematik under de första skolåren. Från 6 till 7 års ålder utvecklas antalsräknandet mot större säkerhet. Kunskapsutvecklingen är under det första skolåret så markant och har så stor överspridningseffekt att vissa barn utvecklar kunskaper även inom sådant matematikinnehåll som ännu inte behandlats i skolkursen.

Med elevernas stigande ålder minskar lösningsfrekvensen för årskurstypiska uppgifter och andelen olösta uppgifter ökar. Det sker en gradvis utslagning som beror på övergång till högre talområden och matematikuppgifter med komplexa strukturer, vilka kräver mer sammansatta tankefunktioner. Det finns bl.a. brister i begreppsförståelsen när det gäller vårt positionssystem och de rationella talen.

När eleverna utför räkneoperationer anpassar de räknemetoden till talens struktur och det finns stora variationer i själva räknestategin. Att kunna beskriva en räknestategi visar på en medveten kunskap hos eleverna. Redan vid 9 års ålder har vissa elever förmåga att ge en skriftlig förklaring till hur de tänker. Dessa räknestategier uttrycks med ord eller tal- och teckensymboler. Genom att analysera räknestategier är det möjligt att utvärdera kvalitet och felsvar i elevernas taluppfattning. T.ex. genom att studera räknestategier till en fellösning kan man få information om hur den elev tänker, som ger samma svar men själv inte kan verbalisera sin strategi. En didaktisk konsekvens av denna felanalys är att kunskaper om en elevs tankefel kan användas för att förstå en annan elevs tänkande eller för att medvetandegöra en annan elev på sitt tänkande och sin lösning. Även om kvalitativt bättre räknestategier växer fram med stigande ålder finns det vissa typer av räknefel som förekommer under hela grundskoltiden.

Elevernas goda förmåga att lösa muntliga textuppgifter vid skolstarten visar att man redan då kan inleda en systematisk träning av textuppgifter. Numeriska talvärdens och textens semantik har stor betydelse för hur eleverna lyckas lösa textuppgifter. T.ex. genom att till en början använda låga talvärdens och en lätt textsemantik får eleverna uppleva att de kan lösa textuppgifter. Genom att erbjuda uppgifter med varierande strukturer och systematiskt träna olika problemlösningsuppgifter utvecklas elevernas tankeförmåga.

Kan man förutsäga hur eleverna kommer att lyckas i matematik?

Resultatet vid 6 års ålder har ett mycket litet prediktionsvärde för fortsatt utveckling. För att kunna jämföra resultaten vid 6, 12, och 15 års ålder delades eleverna in i prestationsgrupper utgående från summapoäng. Det visade sig att eleverna vandrar mellan prestationsgrupper. T.ex. av 35 lågpresterande elever vid 6 års ålder är 19 elever kvar i samma prestationsgrupp vid 9 års ålder medan elva elever gått över till gruppen mellanpresterande och fem till högpresterande. Liknande förändringsmönster finns mellan övriga åldersnivåer. Andelen elever som tillhör samma prestationsgrupp under hela skoltiden är mindre än 20 %. Detta resultat tyder på att skolan som inlärningsmiljö har en mycket stor betydelse för elevernas inlärning och att lärares engagemang och intresse för matematik påverkar elevers lärande.

Litteratur

Häggblom,L. (2000). Räknespår. Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder.
Åbo Akademis förlag.

Parallellsesjon 1, mandag kl 13.00 – 15.00



Håvard Johnsbråten er førsteamanuensis i matematikk ved Høgskolen i Telemark (HiT). Han er faglig leder av fjernundervisningen i matematikk ved HiT og er leder for Nettverk for matematikk i lærerutdanningen. Tidligere har han vært med på utviklingen av nettbaserte nasjonale prøver i matematikk. Nå er han prosjektleder for digitaliseringen av KIM-prosjektet i regi av Telemarksforskning-Notodden.

A1

5.–10. trinn

KIM – et digitalt kartleggingsverktøy

KIM-prosjektet ble gjennomført ved Telemarksforskning-Notodden (TFN) fra 1995 til 2002. I prosjektet ble det utviklet kartleggingsprøver innen de fleste emner i matematikk i grunnskolen. Noen av prøvene ble også utviklet for 1. trinn i videregående opplæring. Det ble skrevet veiledningshefter med resultatene fra utprøvingen og ideer til undervisningsaktiviteter.

Nå er KIM-oppgavene for grunnskolen digitalisert, og programmet planlegges lansert tidlig på våren 2008. I denne parallellsesjonen vil programmet bli presentert og drøftet.

Oppgavene som er utviklet i KIM-prosjektet går i stor grad på elevenes forståelse av begreper innen sentrale emner i matematikk. Mange av oppgavene er laget som såkalte "diagnostiske oppgaver", der hensikten er å få fram hvordan elevene tenker om et emne og i hvilken grad de har mangelfullt utviklede begreper eller feiloppfatninger innen emnet. Siden oppgavene går på forståelsen av helt sentrale begreper i matematikkfaget, vil de være like aktuelle for undervisning etter LK06 som da de ble utviklet. KIM-materiellet inneholder også konkrete ideer til undervisningsaktiviteter.

I arbeidet med digitaliseringen av KIM er det lagt vekt på å gjøre oppgavene mest mulig lik oppgavene i papirutgaven av prøvene, slik at resultatene fra de tidligere utprøvingene blir så pålitelige som mulig i den digitaliserte versjonen av KIM. For oppgaver der elevene f.eks. skal tegne figurer eller grafer har dette vært en spennende utfordring. Dette vil bli belyst i foredraget. Vi vil også drøfte hvordan KIM-oppgavene kan brukes i klasserommet.

P.S.

For de som er interesserte er KIM-programmet tilgjengelig for utprøving. Se info på hjemmesiden til Telemarksforskning-Notodden, <http://www.tfn.no>.



Alistair McIntosh,
Australia,
Ingvill M. Stedøy-
Johansen og
May R. Settemsdal,
Matematikksenteret

B1

1.–10. trinn

Alle teller! Kartlegging for bedre tilrettelagt opplæring

The 'Everybody Counts' materials have been developed at the National Mathematics Centres in Norway and Sweden to help teachers better understand the particular misconceptions and difficulties their students are experiencing in number, and how they can use this knowledge to help these students.

The materials consist of two parts: a series of written tests, covering years 1 to 10, and descriptions of the major misconceptions in number with suggestions as to how to help students. The two parts are closely linked and cross-referenced, so that results on specific test items link across to descriptions of possible student problems and misunderstandings.

In this workshop we will lead participants through the materials and explain the variety of ways in which teachers, and schools or school systems, can use them to gain deeper insights into their students' misunderstandings in number and ways of helping them. We will focus on one topic in order to model how teachers can work through the process.

The workshop will cover: components and structure of the materials, structure of the tests, administration of the tests and recording of results, analysing the tests, determining major strengths and weaknesses of individual students and classes, using the materials as sources of information and suggestions for follow-up planning and action.



Per-Eskil Persson undervisar i matematik och matematikdidaktik vid Lärarutbildningen i Malmö. Han är också doktorand vid Luleå tekniska universitet och forskar inom området algebra och lärande, med speciell inriktning mot gymnasiet. Tidigare har han varit gymnasielärare i matematik och fysik, men har även intresserat sig för matematiklärande genom hela skolan.

C1

Alle

Algebra – en väg till eller resultatet av god taluppfattning?

Abstract

Algebra är ett område inom skolmatematiken som beskrivs som problematiskt. Elever uppfattar ofta "räkning med bokstäver", ekvationer och funktioner som något svårt, onödigt och lösryckt från den övriga matematiken. Algebra kan representera allt det man tyckt vara dåligt med matematikundervisningen i skolan och kan i värsta fall bidra till det man kallar matematikångest. Varför har vi då algebra i skolan? Klarar vi oss inte lika bra med de övriga matematikområdena, som aritmetik och geometri?

I föreläsningen diskutas vad algebra egentligen är i ett historiskt perspektiv och hur detta kan relateras till det vi kallar skolalgebra. Vår egen och elevers uppfattning om variabler, algebraiska uttryck, konventioner och tecken redovisas och kopplas till forskningsresultat och moderna teorier om lärande i matematiska sammanhang. Begrepp som "pre-algebra" och "tidig algebra" definieras och exemplifieras. I samband med detta ges motiv för att algebra måste vara en oskiljaktig del av matematiken som löper som en röd tråd genom alla skolåren.

En viktig fråga är när algebra ska introduceras i skolmatematiken och på vilket sätt detta ska ske. Traditionellt har man ansett att eleverna först ska skaffa sig en god taluppfattning och klara av aritmetiken, sedan kan bokstavssymboler och ekvationer införas. Vid föreläsningen redogörs för nyare forskning som ifrågasätter detta. Att man tidigt börjar med pre-algebra håller väl många lärare med om, men kanske man även ska införa bokstavssymboler och lösa problem med hjälp av dessa redan i de tidigare åren i grundskolan?

Tidiga problem med algebran tenderar att följa eleverna genom hela grundskolan och dessvärre också finns kvar på gymnasiet. Men där tillkommer nya problemområden med algebra i rationella uttryck, trigonometri etc. Många av problemen hänger faktiskt samman med brister i taluppfattning och aritmetiska färdigheter. Här återknys till den grundläggande frågan: Hur kan taluppfattning stötta algebra och vice versa? Kan exempelvis räknare och datorer vara till hjälp?

För att deltagarna ska få möjlighet att aktivt fundera över hur taluppfattning kan överföras i algebra, vilken i sin tur förstärker taluppfattningen i en symbiotisk process, ställs man inledningsvis inför tre utmaningar. Vid slutet av föreläsningen kommer dessa att diskuteras utförligt, olika lösningsmodeller redovisas såväl som eventuell användbarhet som "rika problem" i skolundervisningen.



Bengt Johansson är universitetslektor i matematikämnets didaktik och föreståndare för Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM), vid Göteborgs universitet

D1

Alle

Matematiksvårigheter – Vad kan man lära av matematikämnets historia?

Föredraget kommer att handla om några vägval i matematikundervisningens historia bl a med exempel från valet mellan räknebord/romerska talsystemet och algoritmer/hindu-arabiska talsystemet och mellan tal i bråkform och tal i decimalform. Finns det något samband mellan dessa vägval och bristande taluppfattning bland våra elever idag? Vad kan vi lära av historien?

Parallellsesjon 2, mandag kl 15.30 – 17.30



Anne Rasch-Halvorsen har arbeidet som høgskolelektor i matematikk ved Høgskolen i Telemark de 12 siste årene. Hun har sin bakgrunn fra grunnskolen der hun har arbeidet i 25 år. I en periode har hun vært engasjert i KIM-prosjektet ved Telemarkforskning-Notodden og var da med på oppgaveutvikling, pilotering og koding. Hun er en av forfatterene av matematikkverket Tusen Millioner på 5. – 7. trinn og har dessuten hatt ansvaret for Norsk Matematikkråds undersøkelse de seks siste gangene den er gjennomført.

A2

1.–7. trinn

Kognitive konflikter – Bruk av KIM-materiale i undervisningen

Et spørsmål som kan være relevant å stille i forbindelse med matematikkundervisning er hvordan undervisningen på en best mulig måte kan bygge opp vide og funksjonelle matematiske begreper.

Hvordan utvikler elevene sine ideer og begreper?

Dette er et av de spørsmålene en som lærer kan stille som utgangspunkt for å vurdere ulike arbeidsmåter innen matematikkfaget. KIM-materialet tar utgangspunkt i at det er de handlinger og erfaringer den enkelte eleven gjør som legger grunnlaget for danning av solide matematiske begreper. Det avgjørende for hvor solid et begrep blir, er tankene en elev har gjort seg rundt de erfaringene han eller hun har gjort. Lærerens oppgave blir da å legge til rette aktiviteter og oppgaver/problemstillinger slik at elevene får gjort erfaringer som er gode å bygge den aktuelle kunnskapen på. Diagnostisk undervisning er en arbeidsmåte som bygger på disse tankene og som KIM-materialet sikter mot.

Oppbygging og bruk av diagnostiske oppgaver er noe av det som tas opp i sammenheng med begrepsdanning. Oppgaver kan brukes for å undersøke hvilke begreper den enkelte elev har utviklet og de sier dessuten ofte noe om hvilke hindringer eleven møter i prosessen fram mot et solid begrep. Diagnostiske oppgaver brukes for å avdekke misoppfatninger elever kan ha. Dette kan være nyttig innsikt for læreren slik at han/hun kan tilrettelegge for en undervisning slik at eventuelle misoppfatninger eller svakt utviklede begreper blir fremhevet. Eleven får da en kognitiv konflikt å forholde seg til.

Foredraget vil konsentrere seg om mangelfulle begreper og feiloppfatninger innen emnet Tall. Siden KIM-materialet går på helt grunnleggende emner innen matematikkfaget vil materialet være like aktuelt for undervisning etter LK06 som da det ble utviklet ut fra tidligere læreplaner.



Anne-Gunn Svorkmo og **Astrid Bondø** har begge 20 års erfaring fra grunnskolen. Anne-Gunn arbeider som lærer ved Eberg skole og har ansvaret for Kengurukonkurransen i Norge. Astrid har permisjon fra Rørvik skole og arbeider for tiden med Nasjonale Prøver. I tillegg har hun vært med på å utarbeide digitale prøver for Oslo kommune. Begge har 50 % stilling ved NSMO, hvor de blant annet arbeider med kursing og etterutdanning for lærere. I høst er det Midtre og Indre Namdal, Sør-Helgeland og Vefsn som er deres hovedområder.

B2

4.–8. trinn

Rike og åpne oppgaver - når elevnene tar over styringen

Har du opplevd at elevene ikke vil ha pause? At de sitter fordypet og konsentrert med en matematikkoppgave som de ikke vil gi slipp på? Hva er det med disse matematikkoppgavene som er slik at de skaper engasjement og vekker nysgjerrigheten hos elevene? Oppgaver som er så spennende og motiverende at elevene arbeider og regner, mer eller mindre av seg selv, fordi de bare MÅ undersøke og finne svar på nye spørsmål?

Noen kaller det problemløsningsoppgaver, andre åpne oppgaver eller rike oppgaver.

Vi vil dele noen erfaringer fra egen undervisning og komme med eksempler på det vi liker å kalle "selvgående matematikkoppgaver".



Carl Winsløw er professor i matematikkens didaktik ved Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet. En del af hans forskning drejer sig for tiden om japanske lektionsstudier i matematik og deres relation til designarbejde indenfor rammerne af teorien om didaktiske situationer, i samarbejde med T. Miyakawa (U. of Michigan). Efter sin ph.d. fra Tokyo U. (1993) har han flere gange besøgt Japan mhp. at studere japansk matematikundervisning.
Hjemmeside: www.naturdidak.ku.dk/winslow

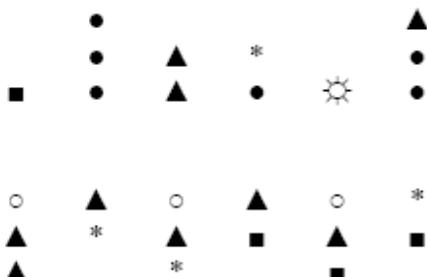
(Billedet er taget i Yonezawa i april 2006, 200 km nord for Tokyo)

C2

4.–7. trinn

Et mysterium om tall – en "superleksjon" fra Japan

I de norske fjelde finder raske bjergbestigere en dag et forladt rumskib fra en fremmed planet. På rumskibets sider er indgraveret flere mystiske budskaber, som ingen rigtig kan forstå. Det indeholder mystiske symboler som flg.:



Da man har mistanke om, at indholdet har at gøre med matematik, spørger man sig for hos matematikerne, og til sidst lader man det endda indgå i Kap Abel – og ganske rigtigt, det lykkes nogle af de raske deltagere i konkurrencen at knække koden. Den har at gøre med tal!

Spøg til side. Ovenstående "gåde" indgår i en japansk matematiklektion, som vi vil studere i denne workshop, med udgangspunkt i en kort videofilm, hvor en af Japans berømteste matematiklærere, Kozo Tsubota, gennemfører lektionen med en skoleklasse (under en kongres for lærere). Lektionen er interessant af flere grunde, som workshoppen vil give deltagerne mulighed for at udforske: den belyser nogle centrale sider af de naturlige tals "anatomi" på en måde, som er tilgængelig for børn på det angivne klassetrin (evt. lidt senere, afhængigt af elevernes forudsætninger) – deltagerne i workshoppen vil efterfølgende kunne bruge den i egen klasse!

den viser nogle karakteristiske træk ved japansk matematikundervisning efter den såkaldte "open approach method"

den indgår i den højt udviklede japanske undervisningskultur, som bl.a. udvikles gennem såkaldte "lektionsstudier" (og vi skal se, hvorfor man faktisk kan blive berømt som matematiklærer takket være denne praksis!).

I første halvdel af workshoppen arbejdes med lektionens matematiske indhold og dens didaktiske struktur. I sidste halvdel vil vi se på hvordan sådanne

lektioner udvikles i lektionsstudier. Denne sidste halvdel vil således give inspiration og værktøjer til arbejde i faglærerteams – og dermed til lærerinitieret udvikling af undervisningen på en skole, i et fylke eller endog på nationalt niveau.



Ingvill Merete Stedøy-Johansen har bygd opp Matematikksenteret slik det er i dag. Hun ble oppnevnt som faglig leder for senteret i 2002. Ingvills interessefelt er først og fremst motivasjon og elevers lyst til å lære, samt lærerens viktige rolle som igangsetter og inspirator. Hennes rolle ved senteret er både administrativ og operativ. Hun fungerer som veileder for master- og PhD-studenter, leder prosjekter som skal bedre kvaliteten på matematikkundervisningen (fra barnehage til og med videregående skole og voksenopplæring), holder kurs og tar imot elever og lærere til matematikkaktiviteter ved senteret.

D2

U+VGS

Fra tall og tallmønster til generalisering og algebra

For meg er matematikk mønster og system og sammenhenger mellom disse. Alt skal følge logisk gyldige resonnement og regler som er bestemt av matematikere. Disse må læres, og man må forstå forskjellen på gyldige og ugyldige resonnement.

Det er videre et strengt oppbygd presist og logisk språk, der forståelsen av begreper er avgjørende for å kunne bruke språket og bidra i diskusjoner.

Matematikk er teori. Når vi gjør beregninger lager vi et idealisert og forenklet bilde av virkeligheten (en teoretisk modell) som gjør oss i stand til å gjennomføre ulike beregninger. Matematikkens svar er alltid presise og riktig innenfor den teoretiske modellen, men modellen er ikke alltid et godt nok bilde av virkeligheten.

Når barn skal lære matematikk, må de introduseres for denne teoretiske "verden" som matematikken utgjør, og for at de skal kunne forstå dette, må sammenhengen mellom den erfaringsbakgrunnen de har fra lek og dagligliv og de matematiske begrepene gjøres tydelige for dem. For å kunne lære nye begreper, må det knyttes forbindelser til noe som er kjent for den som skal lære. Denne måten å tenke læring på, må forfølges gjennom hele matematikkopplæringen. Etter hvert som elevene blir eldre, kan nye matematiske begreper knyttes til det elevene har av matematikkunnskaper fra før, slik at den logiske sammenhengen blir tydelig for dem.

Elevene skal skoleres i å lete etter det generelle i det spesielle. Oppgavene vi velger er bare innpakningen vi gir for at det skal bli morsomt, utfordrende og lærerikt. Selve oppgaven kan gjerne glemmes når den er løst, men løsningsmetodene, de matematiske sammenhengene, de "lure knepene", mønsteret om vi vil, skal bli sittende. Det er dette som skal brukes igjen hvis en kommer ut for å skulle arbeide med liknende utfordringer senere.

I denne sesjonen skal vi nøste opp "den røde tråden" som snor seg gjennom tallenes verden, fra de naturlige tallene med de fire regningsartene, til hele tall, brøk, desimaltall og prosent, store og små tall, og regning med dem. Videre skal den røde tråden knyttes sammen med likninger og ulikheter, bokstavregning og algebra, slik at dette ikke blir mystiske manipulasjoner etter regler som læreren prøver å "dytte på" elevene uten at de forstår den logiske sammenhengen mellom bokstavregningen og de erfaringene de har med tallregning fra barnetrinnet.

Deltakerne vil også utfordres til å finne det generelle i det spesielle i form av ulike problemløsnings- og utforskningsoppgaver.

Tirsdag kl 08.30 – 10.45

Erfaringer fra klasserommet:

Lærere og Matematikksenterets ressurspersoner presenterer ideer/erfaringer

Navn	Tittel
Therese Hagfors	Fra perlekjede til tallinje
Elisabeth Moe Omland	Mappeoppgaver i matte. Oppgaveeksempler og vurdering.
Dag- Ivar Bådsvik	Get Smart og Algebra
Berit Aadne	Kvadratmønster i hundrekartet
Gerd Nilsen	Alle Teller
Tone Skori	Brøk
Torleif Skipar	Plump- på en ny måte
Lisbet Karlsen	Algebra i Besøkssenteret
Susanne Stengrundet og Gerd Bones	Vi bygger bokstavuttrykk med terninger
Marion H. Sødal og Tine Foss Pedersen	Tenkeskjemaet
Brynhild Nystedt	Fra aritmetikk til algebra. Fra det spesielle til det generelle.
Geir Kristoffersen	Lek og spill med desimaltall
Svein Heggem	Lommeregnerbowling og andre aktiviteter for bedre tallforståelse
Tommy Nordby	Finn målet som matcher
Hanne Fostvedt og Annette Christensen	Lek med algebra – en vei til forståelse
Marianne Herland og Anne Kari Sælensminde	Dagens tall på 4. trinn
Birgitte Hangeland	Newtonrom i Harstad
Erik Torp Nilssen	Troverdige misoppfatninger
Hugo Christensen	Matematikken, fysikken og konstruksjonen i et orienteringsflagg
Hanne M. Dalby og Ann-Christin Arnås	Binært trylleri
Anita Røste	Algebrakappløp og stigespill
Oddveig Øgaard	Arbeid med mønster og symmetri i barnehagen

Plenum 3, tirsdag kl 11.00 – 12.00



Mike Naylor, Associate Professor of Mathematics Education
Western Washington University
Email: mike@abacaba.org

Abacaba! Amazing Number Connections

Remarkable Number Patterns

Number patterns are the heart of mathematics, the lifeblood of nearly every field of study. Square numbers describe gravity and growth and acceleration, triangular numbers describe packing arrangements and combinations, exponential numbers describe natural growth, and on and on. Teaching children number patterns gives them the tools to be able to recognize these structures in diverse situations.

We will discuss a most remarkable pattern that dramatically connects dozens of exciting ideas. Known as the abacaba pattern, it is a fractal pattern that continually repeats and changes. Developing the idea from a numerical growth pattern we will examine its structure and see how it connects to:

- geometry
- Algebra
- number systems
- music
- poetry
- art
- literature
- higher dimensions

In the Classroom

We will also examine activities that were used with students from ages 8 -88 to launch investigations: an engaging activity with younger students motivated by literature, an exciting problem-solving activity for older students, pop-up paper construction, and the rich mathematics and connections that flow from these activities.

Notes and Activities

Complete notes and free downloads of activities, blackline masters, music and art are available at www.abacaba.org .

Parallellsesjon 3, tirsdag kl 13.00 – 15.00



Ingvill Merete Stedøy-Johansen har bygd opp Matematikksenteret slik det er i dag. Hun ble oppnevnt som faglig leder for senteret i 2002. Ingvills interesserfelt er først og fremst motivasjon og elevers lyst til å lære, samt lærerens viktige rolle som igangsetter og inspirator. Hennes rolle ved senteret er både administrativ og operativ. Hun fungerer som veileder for master- og PhD-studenter, leder prosjekter som skal bedre kvaliteten på matematikkundervisningen (fra barnehage til og med videregående skole og voksenopplæring), holder kurs og tar imot elever og lærere til matematikkaktiviteter ved senteret.

A3

BH–4. trinn

Små barns matematikklæring- fra et matematikerperspektiv

Helt fra barna kommer til verden, vil de observere former rundt seg. De må orientere seg i en komplisert verden og finne mening i det de ser og føler. De må oppføre seg som små matematikere, der de prøver å finne mønster og system og sammenhenger. Tenk hvor vanskelig det er for små barn å sette riktig sko på riktig fot! Det handler om å se et mønster, det som er kjernen i matematisk tenking. Menge leker vi kjøper til helt små barn, er fantastiske matematiske utfordringer.

I denne sesjonen skal vi se på små barns lek og matematikklæringen i de første skoleårene fra et matematikerperspektiv. Vi skal se hvordan matematisk forståelse og begrepsbygging kan knyttes direkte til erfaringer fra elevenes lek. Tallforståelse og talloppfatning bygges fra den dagen vi blir født. Vi vil videre se hvordan den matematikken elevene skal lære fra 1. til 4. trinn danner grunnlaget for all videre læring i matematikk. Det er et stort ansvar å være matematikklærer for denne aldersgruppa, og det er nødvendig med matematikkkompetanse. Vi skal synliggjøre hvordan bygging av begreper innen talloppfatning, tallforståelse og tallbehandling for naturlige tall henger sammen med den matematikken elevene skal lære senere.

Deltakerne på denne sesjonen vil få matematiske og didaktiske utfordringer knyttet til matematikken for denne aldersgruppen.



Geir Botten er førstelektor i matematikk ved Høgskolen i Sør-Trøndelag, der han arbeider med lærerutdanning. Han har mange års erfaring som lærer på alle trinn i grunnskolen og videregående skole. Han har skrevet lærebøker og fagbøker, blant annet boka "Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen"

B3

Alle

Min lidle Norske Regnebog - noen dypdykk i ei matematikkbok fra 1645

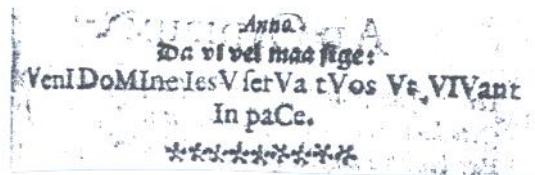
Den første lærebok i matematikk her i landet, i alle fall større og enhetlige lærebok, er skrevet av Tyge Hansøn i Trondheim i 1645 og trykket i København. Boka heter "Arithmetica Danica", men i forordet til boka omtaler Hansøn boka som "denne min lidle Norske Regnebog".

Hansøn begrunner hvorfor han har skrevet boka slik: "Så all den stund jeg har befunnet meg i Trundhiemb, der min oppgave har vært å undervise ungdommen i regnekunsten, og det her er stor mangel på nyttelige og brukelige regnebøker, har jeg satt meg fore å sammenskrive og beregne denne lidle Norske Regnebog (og innrette den så langt som mulig mot denne tids brukte Mynt). En annen årsak til at jeg skriver denne regneboka, er at i de regnebøker som her hos oss har vært i bruk, finnes bare hele oppskrifter (muligens er det gjort i en god mening), så er likevel sådanne bøker på ingen måte tjenelige for ungdommen. Derfor bruker jeg dem ikke for mine skolebarn, men har brukt denne lille regnebok: hvilken på eksempler og ikke bare regler og fasitsvar er framstilt."



Dekorasjonen på framsida av boka

På tittelbladet er en del av teksten på latin, blant annet dette korte utdraget.



Det er interessant å legge merke til vekslingen mellom store og små bokstaver. Ser vi på de store bokstavene i disse to linjene, er de alle symboler for romertall, og dersom vi setter de etter hverandre etter størrelsen på romertall, blir det:

M, D, C, V, V, V, V, V, V, I, I, I, I, I

som symboliserer 1640, muligens årstallet da boka ble skrevet ferdig. Men så ble den først trykket og utgitt i 1645. Den innledende teksten "Anno – Da vi vel må sige:" tyder også på at vi har med et årstall å gjøre.

I boka er mange av eksemplene eller oppgavene formet som vers, for eksempel denne:

Direkte kopi fra boka

ubekreftet tall Trøstie Það
26. En hauge i Trundhiemb plantit er/
Aff it hundred oc 12. træer;
Huert træ aff 12 grene ere/
(99) Eble huer green mon bere/
Deraff (864) i Tønden beregnis/
Tønden der aff for $1\frac{1}{8}$ Marck selgis
Spørslis mang Peng hand der aff faar?
Facit 173 $\frac{1}{4}$ Marck

Med dagens bokstaver:

En hauge i Trundhiemb plantit er /
Aff it hundred oc 12. træer;
Huert træ aff 12 grene ere /
(99) Eble huer green mon bere /
Deraff (864) i Tønden beregnis /
Tønden der aff for $1\frac{1}{8}$ Marck selgis
Spørslis mang Peng hand der aff faar?
Facit: $173\frac{1}{4}$ Marck

I en gjendiktning kan denne oppgaven for eksempel bli slik:

I en hage i Trondheim er
det plantet et hundre og tolv trær
På alle trærne sine 12 store grene
er det 99 epler så grønne og pene
Det legges 864 i hver eneste tønne
 $1\frac{1}{8}$ mark for en tønne med epler så grønne
Spørsmål: Hvor mange penger får epedyrkeren?

I boka brukes ikke betegnelsen multiplikasjonstabell, men den omtales som "En gang Et". Presentasjonen av tabellen starter med et lite vers, i datidens språkdrakt til venstre, og en noe modernisert versjon til høyre:

Uden en gang et / merk nu det /
Ingen kand lære at Regne ret
Uden ad / ded der for lær /
Samt andit som for nøden er.

Å lære seg gangen – merk deg det
Ingen kan lære å regne rett
Utenat derfor gangen lær
Samt annet som for nøden er

I innlegget mitt på novemberkonferansen vil jeg presentere andre dypdykk i denne boka og reflektere de funnene jeg gjør i dagens skole og samfunn.



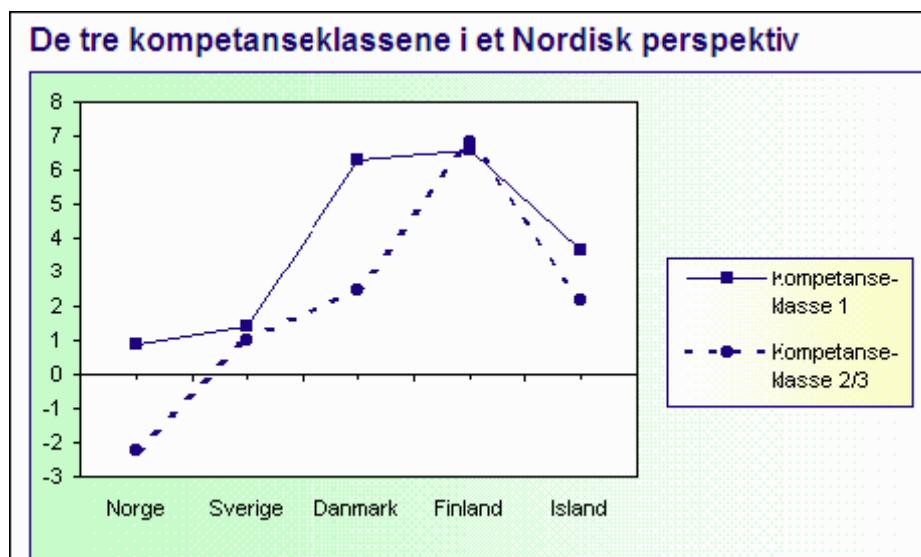
Svein Torkildsen, ansatt ved Matematikksenteret

C3

5.–10. trinn

Trenger vi standard algoritmer?

PISA-undersøkelsen 2003. Matematikk.



I **kompetanseklasse 1** stilles det krav til faktakunnskaper, gjenkjennung av matematiske objekter og utføring av rutinemessige prosedyrer og standardalgoritmer.

I **kompetanseklasse 2** skal elevene kunne se sammenhenger mellom ulike områder av matematikken. De skal kunne bruke ulike representasjoner, se sammenhenger mellom definisjoner, bevis, eksempler og påstander, samt bruke et formelt språk.

I **kompetanseklasse 3** stilles krav om at elevene skal identifisere matematikken som finnes i de ulike kontekstene og kunne bruke matematikken til å løse problemer. Disse prosessene inneholder kritisk tenkning, analyse og refleksjon.

Kilde: http://www.pisa.no/kort2000_mat.html#kompetanse

I Pisa-undersøkelsene er **standardalgoritmer** plassert i kompetanseklasse 1, og vi ser at norske elever ligger litt over OECD-gjennomsnittet, men på bunn blant de nordiske landene i denne kompetanseklassen. Selv om det ser ut til å være større grunn til å sette søkelyset på det som hører inn under kompetanseklassene 2 og 3, kan det kanskje være en årsak/virkning-sammenheng mellom klasse 1 og 2/3 som likevel gjør det interessant å hvile litt ved kompetanseklasse 1. Kan det være slik at måten vi arbeider med standardalgoritmene på hindrer elevene i å utvikle de kompetanser som plasseres under klasse 2 og 3?

Hva menes forresten med standardalgoritmene? Selv om begrepet også kan brukes i en videre betydning, skal vi på dette verkstedet konsentrere oss om de regneforskriftene vi kan lage for de fire regneartene. I den forbindelse hører vi gjerne brukt uttrykk som "standardalgoritmen for multiplikasjon", "standardalgoritmen for divisjon" osv. Bruken av bestemt form entall antyder at dette en rimelig fast størrelse som det er utbredt enighet om.

Deltakerne på verkstedet bør møte med en mening om hva som er standardalgoritmen for multiplikasjon.

Er det denne?

1	2				
3	4				
2	4	7	*	3	7
1	7	2	9		
7	4	1			
9	1	3	9		

Eller er det en helt annen?

Med dette som utgangspunkt skal vi på to didaktiske tilnærmingar til algoritmer:

- Algoritme som noe vi husker etter mye mengdetrenings
- Algoritme som en fortelling om noe vi gjør



Kristian Ranestad,

Professor i matematikk ved Universitetet i Oslo.

Mine forskningsinteresser ligger i algebra og geometri.

Styremedlem i Lamis. Leder for læreplangruppa for programfaget matematikk i vgs under kunnskapsløftet.

Leder av fagrådet fro NSMO

D3

VGS

Tall og koder

Koder har vært brukt i kommunikasjon gjennom alle tider. I vår tid danner koder grunnlaget for all elektronisk kommunikasjon, siden all informasjon sendes som en sekvens av 0-er og 1-ere. Av hensyn til sikkerhet og hemmelighold brukes forskjellige type koder, såkalte feilrettingskoder og krypteringskoder. I alle disse kodene spiller tall og algebra en helt avgjørende rolle. I dette verkstedet skal vi gå gjennom og arbeide med grunnleggende prinsipper for bruk av tall i disse kodene. Spesielt skal vi bruke det som kalles kongruens- eller moduloregning til å lage og analysere slike koder.

Plenum 4, tirsdag kl 15.15 – 16.00



Eirik Newth er cand. scient med hovedfag i teoretisk astrofysikk. Siden 1990 har han arbeidet på heltid som forfatter og formidler av naturvitenskap for et bredt publikum. Eirik Newth har skrevet mer enn 1600 blogginnlegg og 350 artikler samt utgitt 19 bøker, som tilsammen er utkommet på 17 språk. Han er programleder for radioprogrammet Superstreg på Kanal24, og brukes ofte som kommentator i radio og TV i spørsmål som angår fremtidsforskning, populærvitenskap og formidlings- og publiseringsspørsmål.

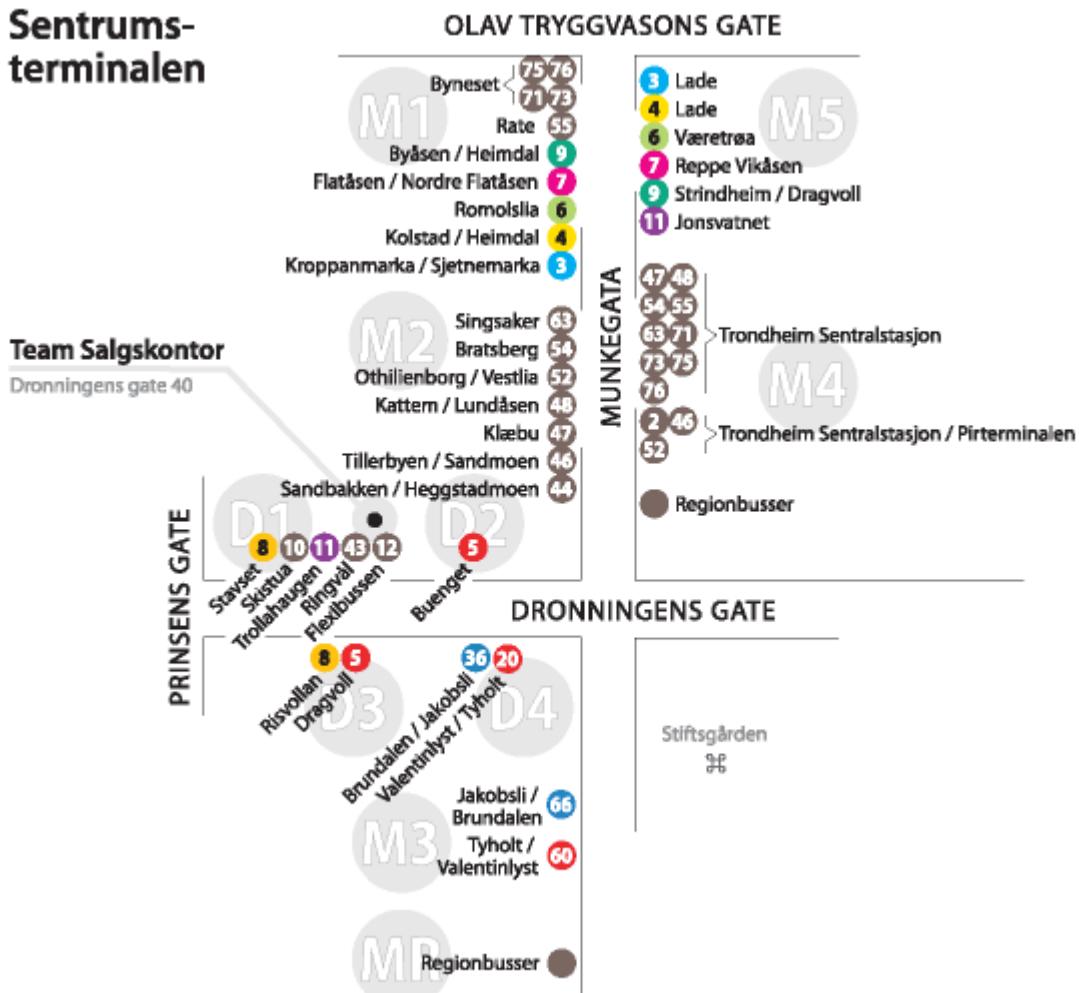
(Bilde og tekst er hentet fra hans hjemmeside, <http://newth.net/eirik/>)

Elvis-smørbrødet, T-skjorteteorien og galaktisk for begynnere - tre ting du ikke visste at du ville vite om matte

Busser fra/til sentrum og Gløshaugen

Aktuelle holdeplasser og ruter er:

- Holdeplass D3 for rute 5, "Dronningens gate – Dragvoll"
- Holdeplass M2 for rute 52, "Pirterminalen - Munkegt. - Othilienborg/Vestlia"
- Holdeplassen nærmest Realfagbygget er Gløshaugen Nord.



TAXI:

TrønderTaxi – Tlf. 07373
NorgesTaxi – Tlf. 08000

FLYBUSS

Se rutetabellen under.

Avreise bør skje minst fem kvarter før flyavgang.

FLYBUSSEN															i Trondheim					
Avgangstider fra Lerkendal Stadion Trondheim															Gyldig: 28.10.07 - 29.03.08					
Time		04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Mandag til fredag	Avgang minutt over time	.00	.00	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-	
		20	20	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	-	
		40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	-	
		-	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	-	
Lørdag		.00	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-	-	-	
		20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	-	-	-	
Søndag		.00	10	-	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
		20	-	-	-	-	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	
		40	40	-	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	-	
		-	-	-	-	-	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	-	
Tidligste passering av holdeplasser, minutter etter avgang fra Lerkendal Stadion :															Takster :					
Prof. Brochsgrt. 1 Torvet/Trondheim hotell 5 Voksen : 80,-															Student : 70,-					
E.Tambarskjelvsgt. 2 Britannia hotell 8 Barn/Honnør : 40,-															Militær : 40,-					
Studentersamfundet 3 Royal Garden Hotel 10																				
Prinsen Kinosenter 4 Trondheim Sentralstasjon 20																				
Ankomst Værnes 55																				
Buss til nattcharter går 3 timer før flyavgang.																				
Bussavgang fra Værnes til Trondheim etter hver flyankomst.																				
																				
www.flybussen.no															www.flybussen.no					
<< NB : Høytider : Se oppslag om spesiell rute >>																				
															Vis tydelig stoppsignal					

Pris: NOK 80,-

TOG

Det går også tog jevnlig fra Gløshaugen (stasjon Lerkendal, se kartet på s. 4) til flyplassen (Værnes). Se tabell under pkt. 4 på neste side. Pris NOK 64.

FLYTAXI

De som vil benytte taxi, kan bestille flytaxi på telefon 07373, Trønder taxi, eller 08000, Norgestaxi (si at det gjelder flytaxi). Den må bestilles minst 4 timer før flyavgang.

Pris: NOK 295,-

Fastpris kan også avtales. (eks. kr. 800 pr. bil for 5-8 personer), kr. 565 for vanlig bil, (1-4 personer) mellom 06.00-20.00 (hverdager). Påslag kr. 110 mellom 20.00 og 06.00 og helger.

ENGLISH

Transport Hotel – Airport:

Four different alternatives:

- 1.** There is an airport shuttle (flybuss) taking you to/from the airport from/to the city. Nearest stop to the hotel is the Railway Station. We recommend that you take a bus leaving at least one hour and fifteen minutes before departure. The current prize is NOK 80.
- 2.** You may also preorder a "flytaxi" from Trøndertaxi, 07373 or Norgestaxi (0800) that takes you to the airport from a location you determine when you order the flytaxi. The current prize for this is NOK 295. It must be booked at least four hours in advance.
- 3.** A regular taxi will cost at least NOK 600. Fixed rates are also offered (ex. 800 pr. car for 5-8 persons), 565 for a regular car, (1-4 persons) between 06.00 - 20.00 (weekdays.)
Kr. 110 extra between 20.00 and 06.00 and weekends.
- 4.** Train. There are regular departures from Gløshaugen. The train stops at the Airport (Værnes). The ticket is NOK 64,-. (Station Lerkendal, see map on page 5).

Dep.	Arrival
12:56	13:46
13:55	14:46
14:25	15:15
14:56	15:46
15:25	16:15