

Forstår elevane desimaltal?

Novemberkonferansen
Trondheim, onsdag 29. november 2017
Arne Kåre Toppol og Hilde Opsal



Eit skrekkens eksempel på definisjon i ei lærebok. Kanskje er det ikkje anna å vente om elevar strevar?

Desimaltal i matematikken

Henta frå Pluss 5B (1997)

I matematikken skriv vi desimaltal slik:

$4,98_m$

- Dette desimaltalet les du «fire komma nittiåtte».
- Desimalteiknet skriv du etter sifferet for heile meter.
- Det første desimaltalet viser kor mange tidels meter det er.
- Det andre desimaltalet viser kor mange hundredels meter det er.



Kvifor er forståing av desimaltal viktig?

- Talforståing, og med det forståing av desimaltal, er grunnleggjande for å meistre matematikkfaget
- Å forstå desimaltal er ein viktig del av det å forstå tal
 - Heng saman med å forstå plassverdisystemet – titalsystemet
 - Vanlegaste representasjonen for tal som ikkje er heiltal
 - Statistikkar, økonomi, resultat av målingar osv.
 - Viktig talrepresentasjon i andre fag



HØGSKULEN I VOLDA

Kva vil det seie å forstå matematikk?

- Skemp, 1976
 - Instrumentell forståing
reglar utan forklaring (rules without reasons).
 - Relasjonell forståing
Å vite både kva som skal gjerast og kvifor.
- **Niss og Jensen, 2002**
 - Snakkar om åtte delkompetansar i matematikk, mellom dei:
Representasjonskompetanse – t.d. at $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\% =$ 



HØGSKULEN I VOLDA

Kva vil det seie å forstå tal?

Talforståing – Number sense

I følge Case (1998) handlar det om:

- Fleksibilitet mellom storleikar i den verkelege verda og den matematiske verda
- Evne til å utvikle eigne framgangsmåtar
- Referanseverdiar (Benchmark) og mønster
- God kjensle for numeriske verdiar
- Kan samtale fornuftig om generelle eigenskapar ved numeriske problem

Det å forstå desimaltal er ein del av det å forstå tal



HØGSKULEN I VOLDA

Læreplanen: desimaltal

4. årssteg:

- Mål for opplæringen er at eleven skal kunne beskrive og bruke plassverdisystemet for dei heile tala, bruke positive og negative heile tal, **enkle brøkar og desimaltal i praktiske samanhengar og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar**

7. årssteg:

- Mål for opplæringen er at eleven skal **kunne beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent og plassere dei ulike storleikane på tallina**



HØGSKULEN I VOLDA

Oppgave

Her er nokre oppgaver henta frå ulike læreverkk i matematikk.

Sjå på desse oppgåvene. Kva er bra og mindre bra i forhold til forståing av desimaltal?

SPEED-prosjektet

Som del av SPEED-prosjektet har vi sett på elevar sin forståing av desimaltal

Metode

- Elevar frå to middels store kommuner i Noreg
- Kartleggingsprøve i matematikk
- I alt 2544 elevar som gjennomførte prøva (593 i 5. klasse, 660 i 6. klasse, 658 i 8. klasse og 633 i 9. klasse)
- Alle elevane fekk dei same 40 oppgåvene, 8. og 9. hadde 12 oppgåver i tillegg



HØGSKULEN I VOLDA

Kartleggingsprøva i matematikk

- Liknar dei nasjonale prøvene i rekning
- Vekt på
 - Tal og talforståing
 - Aritmetikk
 - Lese diagram og tabell
 - Klokke og tid
- Fleirsvar avkryssing
 - 6 alternativ og «veit ikkje»
- Diagnostiske distraktorar
 - Kjem tilbake til desse seinare

25. Hvor lang tid bruker bussen fra Aflanterhevsparken til Blindheim bedehus?

Kunngjeve	
Dei som...	0:24
Dei som...	0:28
Dei som...	0:30
Dei som...	0:32
Dei som...	0:34
Dei som...	0:36
Dei som...	0:38
Dei som...	0:40
Dei som...	0:42
Dei som...	0:44
Dei som...	0:46
Dei som...	0:48
Dei som...	0:50
Dei som...	0:52
Dei som...	0:54
Dei som...	0:56
Dei som...	0:58
Dei som...	1:00
Dei som...	1:02
Dei som...	1:04
Dei som...	1:06
Dei som...	1:08
Dei som...	1:10
Dei som...	1:12
Dei som...	1:14
Dei som...	1:16
Dei som...	1:18
Dei som...	1:20
Dei som...	1:22
Dei som...	1:24
Dei som...	1:26
Dei som...	1:28
Dei som...	1:30
Dei som...	1:32
Dei som...	1:34
Dei som...	1:36
Dei som...	1:38
Dei som...	1:40
Dei som...	1:42
Dei som...	1:44
Dei som...	1:46
Dei som...	1:48
Dei som...	1:50
Dei som...	1:52
Dei som...	1:54
Dei som...	1:56
Dei som...	1:58
Dei som...	2:00

38 min 1 time og 38 min 8 min 53 min 13 timer og 8 min 45 min Vet ikkje

26. Fødselsdatoene til Hilde, Kari, Nadia, Børge og Yasmin er gitt i tabellen:

Hilde	Kari	Nadia	Børge	Yasmin
15.07.2002	28.11.2003	28.02.2001	15.07.2001	01.03.2002

Hvem er yngst av disse fem? Hilde Kari Nadia Hilde og Børge Børge Yasmin Vet ikkje

27. En morgen kl. 07:00 viste termometeret -13 °C. Klokka 12:00 hadde temperaturen stige med 9 °C. Hva var temperaturen kl. 12:00?

-4 °C 5 °C -22 °C -6 °C 4 °C Vet ikkje

28. Foreldrene til Johan driver et bønseri. Johan pakker egg i kartonger med plass til seks egg i hver. Deretter pakker han 12 slike kartonger i en pappeste. Hvor mange egg er det i pappesten?

6 36 72 144 60 Vet ikkje

29. Hykken klokke viser tidspunktet 15:40?

Vet ikkje



HØGSKULEN I VOLDA

Oppgåve

Har plukka ut 3 av oppgåvene frå kartleggingsprøva i matematikk i SPEED-prosjektet.

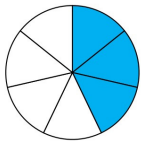
Kva trur de elevar i 5., 6., 8. og 9. klasse svarar på desse oppgåvene? Kvifor?

Kan de seie noko om kor mange prosent har valt dei ulike svaralternativa?



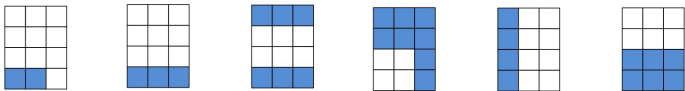
Kva svarar elevar på desse oppgåvene?

12. Hvor stor del av hele figuren er farget blå? (Sett kryss i rett rute) Vet ikke



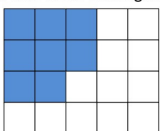
$\frac{3}{4}$ <input type="checkbox"/>	$\frac{4}{7}$ <input type="checkbox"/>	$\frac{3}{7}$ <input type="checkbox"/>
$\frac{4}{3}$ <input type="checkbox"/>	$\frac{7}{3}$ <input type="checkbox"/>	$\frac{3}{5}$ <input type="checkbox"/>

32. I hvilken figur er $\frac{2}{3}$ av hele figuren farget blå?
(Sett kryss i ruten under rett figur) Vet ikke



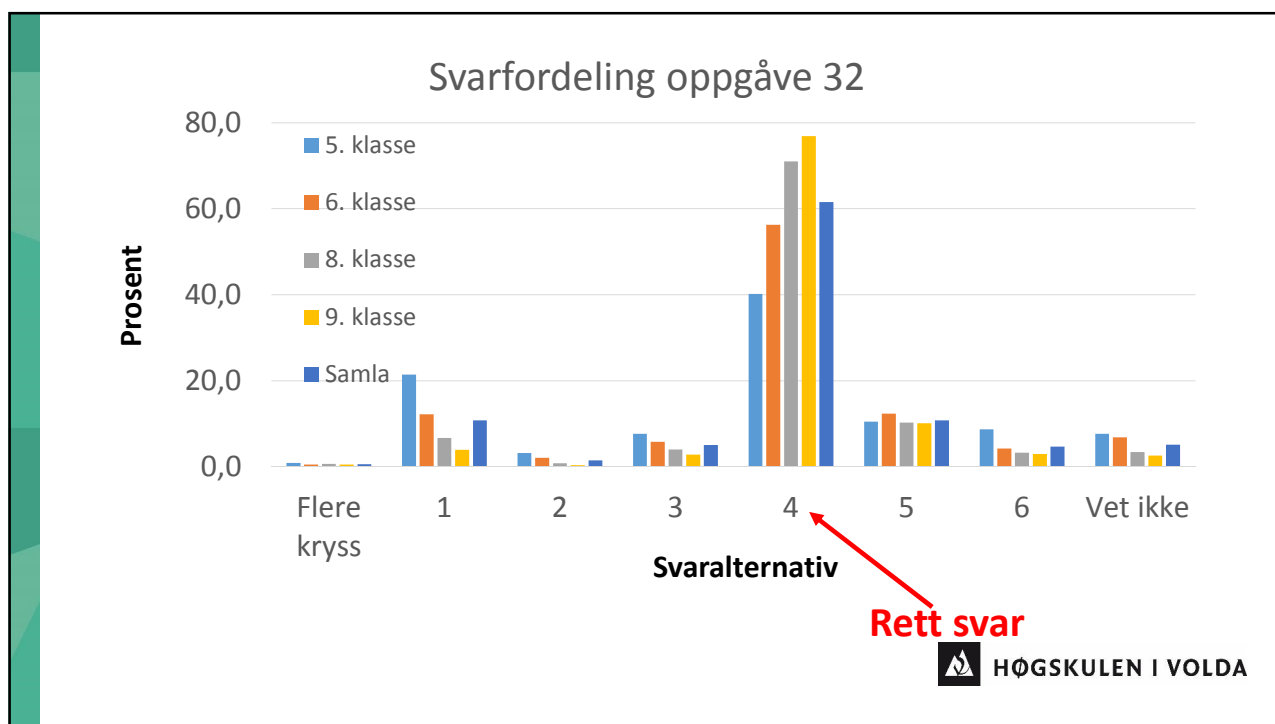
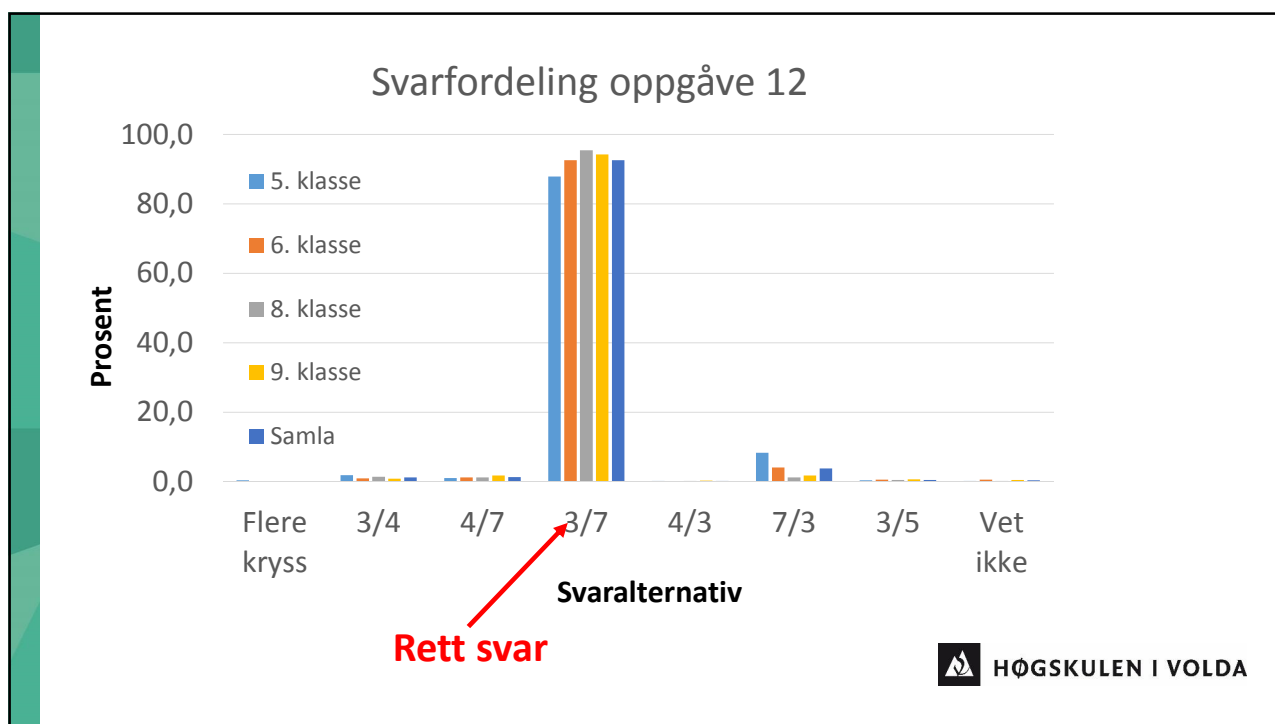
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

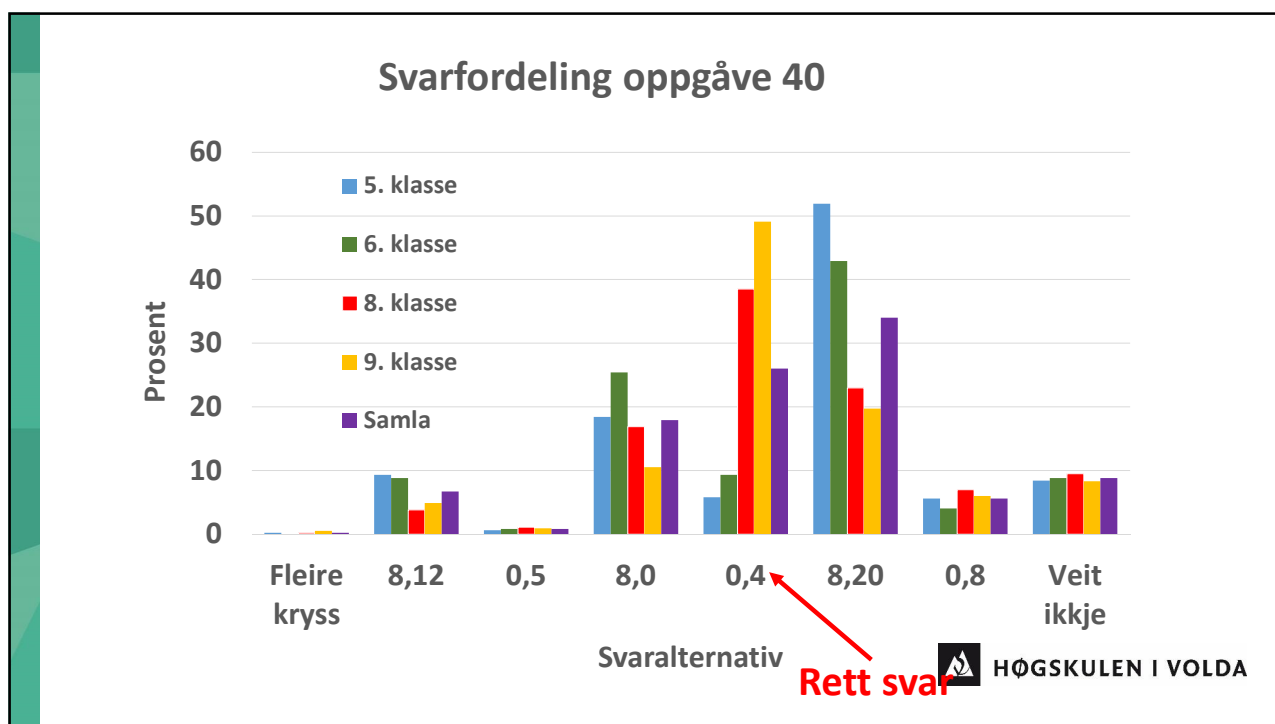
40. Hvor stor del av hele figuren er farget blå? (Sett kryss i rett rute) Vet ikke



8,12 <input type="checkbox"/>	0,5 <input type="checkbox"/>	8,0 <input type="checkbox"/>
0,4 <input type="checkbox"/>	8,20 <input type="checkbox"/>	0,8 <input type="checkbox"/>







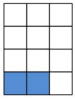
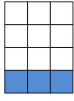
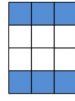


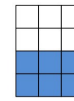
Samanlikning av prosent rette svar

Oppgåve	5. steg	6. steg	8. steg	9. steg	Samla
12	87,8	91,5	95,4	94,2	92,6
32	40,2	56,2	71,0	76,8	61,5
40	5,8	9,3	38,5	49,1	26,0

Ulike måtar å kome fram til rett svar

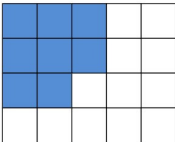
32. I hvilken figur er $\frac{2}{3}$ av hele figuren farget blå?
(Sett kryss i ruten under rett figur)

Vet ikke

					
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

40. Hvor stor del av hele figuren er farget blå? (Sett kryss i rett rute)

Vet ikke

	8,12	0,5	8,0
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	0,4	8,20	0,8
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Kva seier rett svar på oppgåve 40 oss?

Svar på oppg. 40	Prosent rette svar på oppgåve 12 og 32	
	Oppgåve 12	Oppgåve 32
0,4	97,2	87,2
8,0	94,3	63,3
8,20	90,9	45,0

Prosentdelen av elevane som har svara rett på oppgåve 12 og 32
gruppert etter svar på 40



Kva med det samla resultatet på heile prøva?

Tabell 1 Resultat på matematikkprøva gruppert etter svar på oppgåve 40

Svar på oppg. 40	Resultat på heile matematikkprøva			
	N (elevar)	Middelverdi	Standardavvik	Cohen's d^*
0,4	613	0,74	0,61	
8,0	422	0,18	0,81	-0,81
8,20	802	-0,30	0,91	-1,32

* Effektstorleiken Cohen's d er utrekna i forhold til dei som har svara 0,4 på oppgåve 40

Oppsummering

- Elevane gjer det langt betre på liknande oppgåver med figur—brøk.
- Dei elevane som har svara 8,20 på oppgåve 40 gjer det markant dårlegare på kartleggingsprøva samla enn både dei som har svara 0,4 (Cohen's $d=-1,32$) og dei som har svara 8,0 (Cohen's $d=-0,55$).
- Svaret 8,20 er truleg symptom på vanskar med matematikk utover desimaltal.

Ei mogleg forklaring og implikasjonar

- Elevar med instrumentell forståing og manglande representasjonskompetanse leitar etter ein framgangsmåte dei kjenner.
- Dei grip til «figur—brøk»-forståinga si.
- 8 og 20 blir $8/20$; 8,20 er det som liknar mest.
- Heiltalshang – whole number bias – hangen til å tolke brøk og desimaltal som samansett av to heital
- Ei instrumentell haldning og forståing gjeld heile matematikkfaget.
- Instrumentalisme heng saman med strategifattigdom -> matematikkvanskar og spesialundervisning



HØGSKULEN I VOLDA

Fokus på referanseverdier

- Kor mange er det som fokuserer på det i undervisninga av desimaltal?



HØGSKULEN I VOLDA

Kan ein snu rekkefølga, først prosent, deretter desimaltal og til slutt brøk?

- Moss og Case (1999) gjennomførte ei studie på elevar i 4. klasse med eksperimentgruppe og kontrollgruppe
- Eksperimentgruppa starta med prosent som var kjent for elevane (nedlasting frå nettet og lading av mobil m.m.)
- Deretter desimaltal og brøk, også kopla til praktiske situasjonar
- Elevar i eksperimentgruppa viste større forståing i å gå mellom dei ulike representasjonane og også innanfor ein av dei.
- Konklusjon: ikkje opplagt at ein skal starte med brøk



HØGSKULEN I VOLDA

Litteraturliste:

- Case, R. (1998). *A psychological model of number sense and its development*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Diego
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. utg). Hillsdale, N.J.:Lawrence Erlbaum
- Gersten, R. og Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33(1), 18-28.
- Haug, P. (red.). (2017). *Spesialundervisning. Innhald og funksjon*. Oslo: Det Norske Samlaget
- Moss, J. og Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122-147
- Niss, M. og Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer of matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet
- Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26



HØGSKULEN I VOLDA