



Oslo kommune
Utdanningsetaten



Program for bedre gjennomføring

Plan for andre tiltaksperiode



Innhold

Forord	2
Innledning.....	3
Multiplikativ tallforståelse	4
Aktivitet 1	6
Aktivitet 2	8
Utfordring	10
Avslutning.....	11
Ekstraoppgaver	12
Likeverdige brøker og addisjon og subtraksjon av brøker... ..	16
Aktivitet 1	18
Aktivitet 2	18
Aktivitet 3	19
Utfordringer	21
Avslutning.....	22
Ekstraoppgaver	23
Sammenhengen mellom brøk og prosent.....	26
Aktivitet 1	28
Aktivitet 2	18
Aktivitet 3	29
Utfordring	32
Avslutning.....	33
Ekstraoppgaver	34
Algebra	36
Aktivitet	44
Utfordring	45
Avslutning.....	45
Ekstraoppgaver	46
Multiplikasjon og divisjon av brøk	48
Utfordringer	54
Ekstraoppgaver	56
Vedlegg	58

Forord

Utdanningsetaten i Oslo deltar i et forskningsprosjekt som har som mål å få flere elever til å fullføre og bestå videregående skole. Dette er ett av fire nasjonale forskningsprosjekter i Program for bedre gjennomføring – spor 2, som er finansiert av Kunnskapsdepartementet. Prosjektet går over tre år, skoleåret 2016-17, 2017-18 og 2018-19, og er et samarbeid mellom:

- Statistisk sentralbyrå (SSB), prosjekteier og ansvarlig for den kvantitative forskningen
- Utdanningsetaten i Oslo, skoleeier og ansvarlig for implementeringen av tiltaket
- Danmarks institut for Pædagogik og Uddannelse (DPU), ansvarlig for innholdet i tiltakene i samarbeid med UDE
- Forskningsstiftelsen Fafo, ansvarlig for den kvalitative forskningen

Skolene i Oslo er trukket ut enten som tiltaks- eller kontrollskole, og satsningen vil foregå på 8. trinn og i Vg1. SSB har gjennomført trekningen av skolene.

I den forbindelse har Utdanningsetaten i Oslo, i samarbeid med Danmarks Institut for Pædagogik og Uddannelse, utarbeidet materiale til lærerne i prosjektperioden, deriblant dette heftet.

Innledning



For at elever virkelig skal forstå matematikk, må de jobbe på en måte og med oppgaver som fremmer nettopp dette. I for stor grad jobber elevene med pugging og drilling og mekanisk og algoritmepreget arbeid med matematikkoppgaver. Det er ingen ting i veien for å lære (standard-) algoritmer, men det må ligge en forståelse i bunn. Med andre ord må undervisningen bygge opp under en relasjonell forståelse framfor en instrumentell forståelse (R. Skemp, 1976). Lærer bør legge til rette for en undervisning som stimulerer elevene til tenkning og refleksjon. Kjernen i undervisningen blir da å finne ut hva elevene kan eller forstår, og hvordan de tenker/resonnerer.

Lærer må derfor;

- fokusere på elevenes læring – se etter indikator på at elevene har lært.
- tolke elevenes tenkning og tydeliggjøre tenkningen for eleven selv og for de andre elevene.

Elever må lære å tenke, resonnerer og løse problemer på en selvstendig måte og med selvinnsikt. Lærer må tilrettelegge for diskusjon, refleksjon og for tydeliggjøring av tankeprosessene som ligger bak de matematiske aktivitetene. Elevens tenkning bør verdsettes. Lærerens oppgave blir dermed å prøve å forstå hvordan elevene har tenkt, for å kunne veilede og tilpasse undervisningen på måter som støtter elevenes læring. Lærer må kjenne til misoppfatninger elever kan ha, og avdekke disse så tidlig som mulig.

Dette står likevel ikke i kontrast til at elevene skal automatisere enkelte ferdigheter i matematikk. Automatiserte kunnskaper og ferdigheter opptar lite oppmerksomhet i en persons bevissthet, dette frigjør ressurser/kapasitet til andre oppgaver. En nødvendig betingelse for å kunne utføre mentalt arbeid på et høyere nivå, er at en har opparbeidet seg noen automatiserte ferdigheter.

Det bør legges til rette for et læringsmiljø hvor elevene kan diskutere og prøve ulike måter å løse oppgaver på, og hvor elevene blir vant til å sette ord på hvordan de tenker, lære å argumentere for sine løsninger og lytt for å forstå andre elevers argumenter.

Et effektivt verktøy for å få flere elever i tale er bruk av IGP-metoden (individ – gruppe – plenum), der elevene først får tenke individuelt før de deler tankene sine i par eller i grupper, og der læreren til slutt lar flere stemmer få komme til uttrykk i plenum.

En måte å få til IGP-metoden kan være å bruke læringspartner. En læringspartner er en du sitter sammen med en viss periode (2–3 uker) og samtaler med/ jobber sammen med. Hvorfor?

- Aktiviserer alle elevene
- Elevene får tenketid
- Eleven er ikke alene om svaret
- Alle elevene kan svare etter samtale/diskusjon (forberedt)
- Eleven lærer av andre
- Eleven lærer bedre selv ved å forklare/diskutere

Multiplikativ tallforståelse

BEGRUNNELSE

For at elevene skal kunne lykkes i arbeidet med brøk, prosent og algebra må de ha god tallforståelse. Forrige periode handlet om additiv tallforståelse. Nå er hovedfokuset multiplikativ tallforståelse. Elevene må ikke bare kunne multiplikasjonstabellen, men også kunne kjenne igjen hvilke heltall som kan divideres med for eksempel 2 eller 3 (uten rest), og kjenne igjen hvilke tall som kan divideres med begge tallene (både 2 og 3), for eksempel 6, 12, 18, 24, 30. Det er også en stor fordel å kunne vite hvilke tall som kan divideres med 5. Mange elever kan lage faktor-trær eller gjennomfører prosedyrene uten nødvendigvis å forstå de multiplikative sammenhengene, og disse elevene kan ha vansker med å bruke ferdighetene i andre sammenhenger, for eksempel når de skal finne fellesnevner.

Hensikten med denne økten er at elevene skal kunne bruke kunnskap om faktorer og multipler som et naturlig verktøy i matematikken. Det er spesielt viktig i arbeidet med brøk med behov for å finne fellesnevner, forkorte brøker, eller for å sammenligne brøker, eller regne med brøker. Elever med god multiplikativ forståelse vil ikke bare beskrive 49 som én mindre enn 50 eller som 4 tiere og 9 enere (additiv forståelse), men vil også kunne beskrive 49 som et kvadrattall ($7 \cdot 7$). De forstår også at tallet bare har faktorene 1, 7, og 49, i motsetning til tallet 48 som har mange faktorer (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48). De vet at differansen mellom 48 og 49 er én, men multiplikativt er tallene svært forskjellige! At elevene har multiplikativ forståelse vil være nøkkelen til algebraisk forståelse («*Young Mathematicians at Work: Constructing algebra*» av Catherine Tworney Fosnot, Bill Jacob, Heinemann, 2010).

I denne økten arbeider elevene med sammenhengende illustrasjoner av multiplikasjon, som for eksempel areal til rektangler og «punkt»-illustrasjoner av multiplikasjon (planter i rader eller prikker i rekker).

HVA LÆREREN SKAL SE ETTER

Finn ut hva elevene kan og hjelp elevene til selv å innse, hva de kan (bevisstgjøring):

- Finn ut hva elevene husker og forstår av multiplikasjonstabellene og om de forstår enkle divisjonsoppgaver. Hvordan forstår de sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon?
- Se etter om elevene kan skille mellom oddetall og partall, og om de forstår at de for eksempel ved å legge sammen to oddetall får et partall. Spør gjerne om de kan begrunne/visе hvorfor det blir sånn.
- Se etter om elevene kan bruke kunnskapen om partall og dermed vet hvilke tall som kan deles i to like grupper.
- Se etter om elevene har kunnskap om hvilke tall som kan divideres med 3, 5, 7 og 9.

OPPSTART AV TIMEN

STARTER: (ikke mer enn 5 minutter)

Emma fordeler 108 roser, 81 liljer og 54 orkideer i buketter. Bukettene skal være like og det skal ikke være noen blomster til overs. Hvor mange buketter kan hun lage? Finnes det flere løsninger?

Elevene arbeider med oppgaven sammen med læringspartner (maksimalt 5 min).

Den samme oppgaven presenteres igjen for elevene i slutten av økten. Det er ikke tenkt at elevene skal løse oppgaven nå ved oppstart av økten.

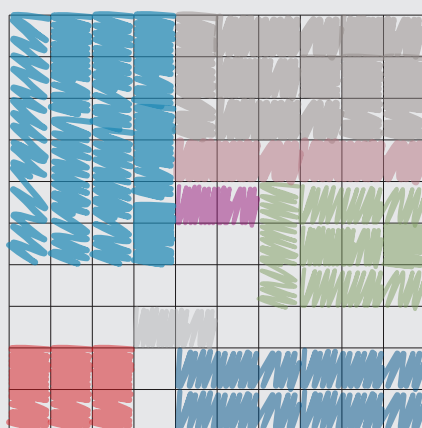
Hensikten er at de skal ha god nok forståelse etter endt økt slik at de da klarer å løse oppgaven. Læreren legger merke til hvilke strategier de bruker og hvordan de går igang med oppgaveløsningen.



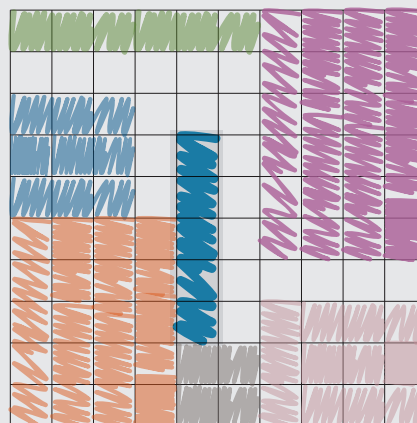
100-RUTENETT

Hensikten med spillet er å trene elevene i multiplikasjonsfakta som $4 \cdot 5$. Samtidig gjør de noe mye viktigere. De tenker nemlig over hva $4 \cdot 5$ egentlig betyr – hva symbolene står for og hva de representerer visuelt.

Spillet spilles med læringspartner. Elevene skal skravere hvert sitt tomme hundrerutenett med forskjellige farger. (se vedlegg). Elevene bytter på å kaste to terninger. Hvis hver elev får for eksempel en firer og en femmer, så fargelegger han/hun et rektangel som består av 4×5 ruter. Elevene kan fargelegge hvor som helst på hundrerutenettet, der det er plass. Målet er å dekke mest mulig av rutenettet. Samtidig som eleven fargelegger sitt rektangel skriver hun/han ned multiplikasjonsstykkene som beskriver rektanglene de har farget. (Oppgaven er hentet Mathematical Mindset, Boaler – 2016.)



$$\begin{array}{l} 4 \cdot 6 = 24 \\ 6 \cdot 3 = 18 \\ 2 \cdot 1 = 2 \\ 1 \cdot 6 = 6 \\ 4 \cdot 3 = 12 \\ 1 \cdot 2 = 2 \\ 2 \cdot 3 = 6 \\ 2 \cdot 6 = 12 \\ _ \cdot _ = _ \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 1 \cdot 6 = 6 \\ 3 \cdot 3 = 9 \\ 4 \cdot 5 = 20 \\ 2 \cdot 2 = 4 \\ 4 \cdot 6 = 24 \\ 4 \cdot 3 = 12 \\ _ \cdot _ = _ \\ _ \cdot _ = _ \\ _ \cdot _ = _ \end{array}$$

Spørsmål:

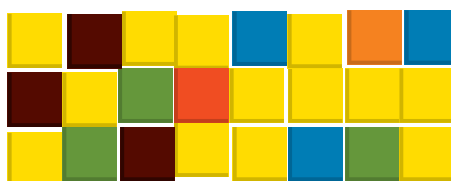
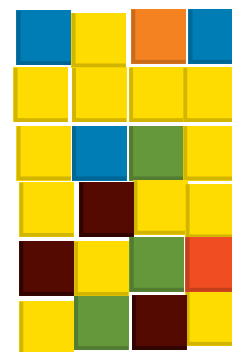
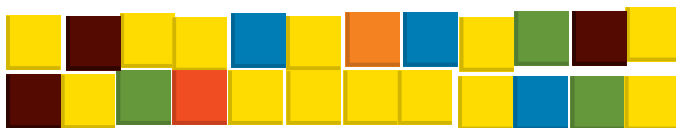
- Hvor startet du å fargelegge? Hvorfor?
- Hvor mange av de 100 rutene har du fargelagt?
- Hvilke strategier bruker elevene for å finne ut dette?
 - Teller de én og én rute?
 - Legger de sammen svarene på multiplikasjonsstykkene?
 - Teller de rutene som er igjen?
- Hvor mange av rutene er ikke fargelagt?
- Hvilke multiplikasjonsstykker «mangler» du for å ha fylt hele rutenettet?
- Er det noe du ville gjort annerledes hvis du skal gjøre oppgaven en annen gang?

AKTIVITET 1:

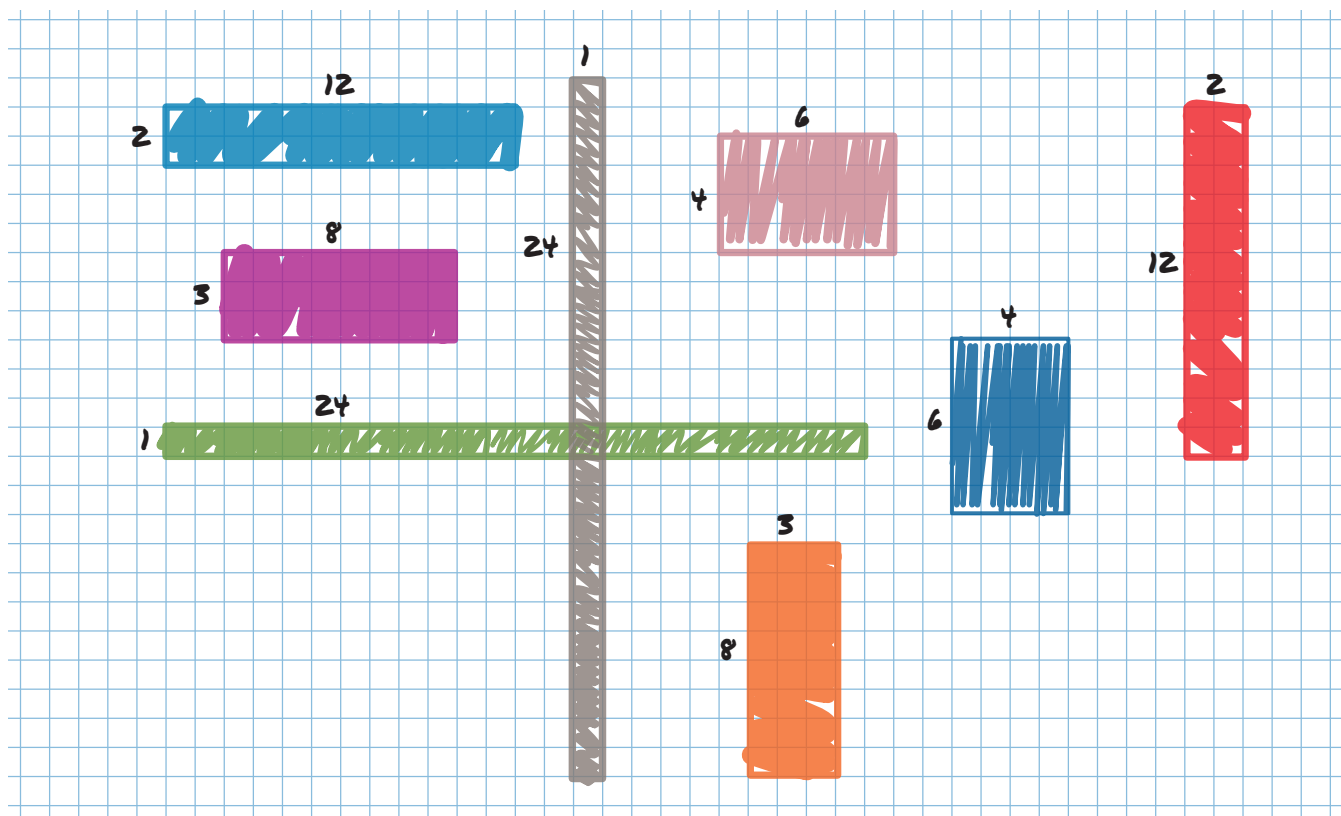
Læringspartnerne jobber sammen.

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal se at et tall kan faktoriseres på flere måter og finne de ulike faktorene til et tall.

Gi elevene 24 brikker eller klosser, og la dem lage så mange forskjellige rektangler som mulig med disse brikkene. De må bruke alle brikkene.



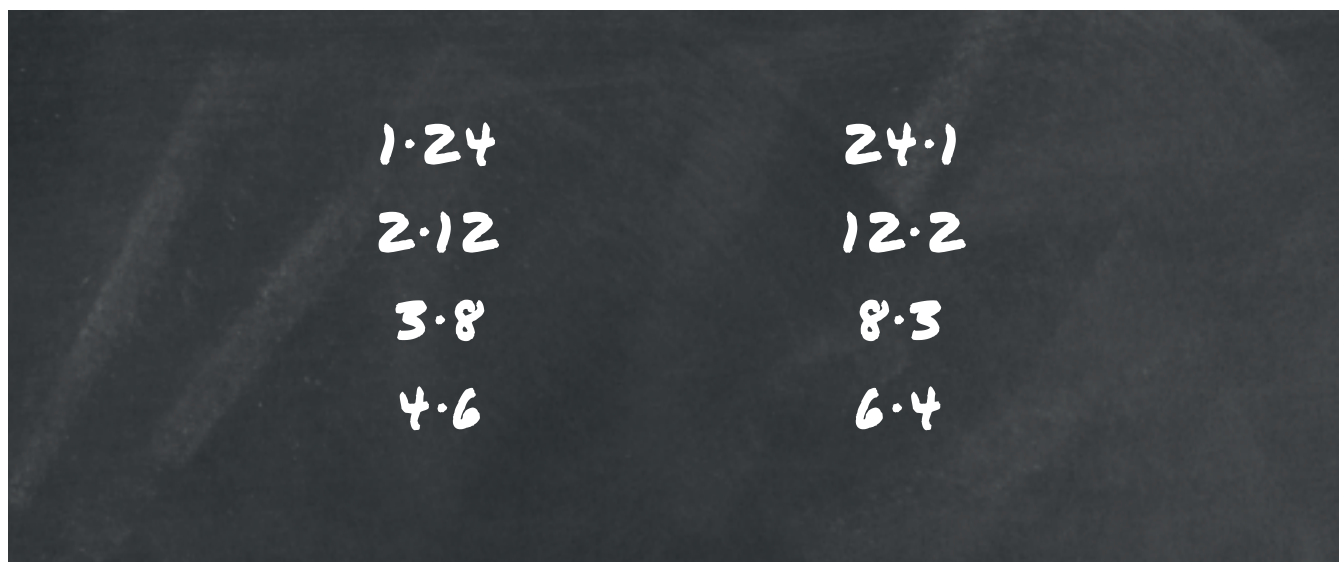
Etterpå tegner elevene alle rektanglene de har laget på rutepapir (eksemplet er hentet fra Mathematical Mindset, Boaler – 2016).



Oppsummering:

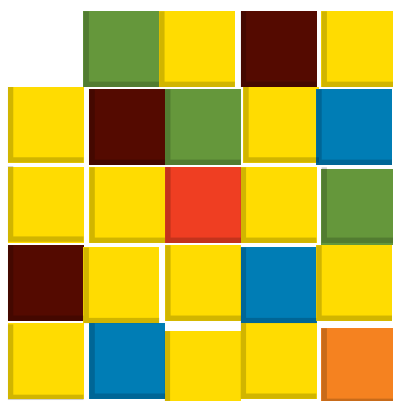
1. Elevene kommer med forslag til hvilke tall som er faktorer til 24.
2. Hvordan kan vi vite at vi har funnet alle faktorene til 24?

Vis elevene at i multiplikasjonsstykket; $2 \cdot 12 = 24$, kalles 24 et produkt og 2 og 12 kalles faktorer.
Be elevene om å finne alle multiplikasjonsstykkene som blir 24.



Spørsmål:

- Hvordan kan man vite at man har funnet alle faktorene til et tall?
- Er 5 faktor i tallet 24? Hvorfor/hvorfor ikke?
 - Fordi vi ikke kan lage et rektangel av 24 ruter med fem ruter på en av sidene
 - Fordi 24 ikke kan divideres med 5 uten å få rest



- Finnes det andre måter å skrive tallet 24 på, med tre eller flere faktorer?
 - For eksempel $2 \times 2 \times 6$ eller $2 \times 4 \times 3$
- Kan dere nå finne felles faktor til tallene 12, 6 og 8?
- Kan dere nå finne felles faktor til tallene 54, 81 og 108?

Bruk kun 2 minutter på at elevene tenker over de to siste punktene nedenfor.

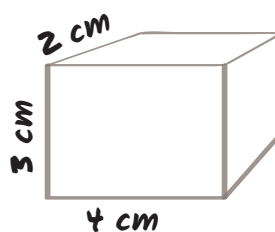
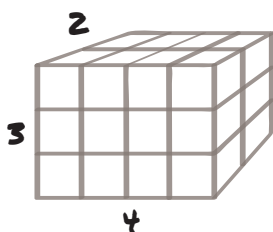
Lærer kan si: Dette skal faktorer brukes til når vi arbeider med brøk senere.

- Kan dere finne felles nevner til brøkene $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$?
- Kan dere addere brøkene; $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$?

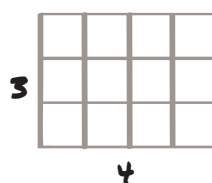
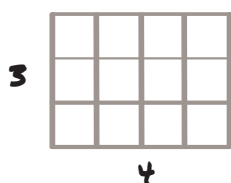
Undring:

Læringspartnerne diskuterer om 24 kan skrives som et produkt av tre tall, og hvordan de kan tegne dette. (3 faktorer kan vises som for eksempel sidelengder til en kube som rommer 24 små klosser (høyde, bredde, lengde) eller som flere flater (for eksempel 2 flater som er 2×6 , eller 3×4 , eller 3 flater som er 4×2).

$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$$



$$2(3 \cdot 4) = 24$$



AKTIVITET 2:

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal få erfaringer med hvilke tall som er delelig med 2, 3 og 5, og hvilke tall som ikke er delelig med 2, 3 og 5. Denne kunnskapen om tallene vil elevene blant annet ha bruk for når de skal finne felles faktor, finne minste felles faktor og når de med 2, 3 og 5 skal faktorisere i algebra; $3x + 24 = 3(x + 8)$

Elevene utforsker tallenes egenskaper, for eksempel;

- hvilke tall som er partall og oddetall
- hvilke tall som er multipler av 3 («threeven»)
- hvilke tall som er multipler av 5 osv,

Elevene bør ha god innsikt i at tallene 1, 2, 4, 5, 7, 8 ikke er «threeven», mens 3, 6, 9, 12, er delelig med 3 (Fosnot og Jacob 2010).

Læringspartnerne kan jobbe sammen. Her er det viktig at elevene selv oppdager mønstrene.

Elevene bruker et hundrerutenett (vedlegg).

- Elevene skal først markere alle partallene i rutenettet og markere de med en sirkel ○
– Spørsmål: Hva oppdager dere, hva har disse tallene felles?
Et eksempel er at tallene kan divideres med 2 (uten rest) og er multipler til 2.
Sifferet på enerplassen er alltid 0, 2, 4, 6 eller 8.

- Elevene skal videre finne alle tallene som kan **divideres med 3** og markere tallene med en trekant, med «spissen» opp ▲

- Elevene skal finne alle tallene som kan **divideres med 5** og markere tallene med en firkant □

- Elevene skal finne alle tallene som kan **divideres med 6** og markere dem med en trekant med «spissen» ned ▼

- Elevene skal markere alle tallene som er **delelig med 9** og markere tallene med en «blomst» ☼

- 8 • Elevene skal markere alle tallene som er **delelig med 10** og markere tallene med en firkant med «spissen» ned ◇

Disse spørsmålene kan utforskes sammen med læringspartner:

- Hvilke tall er markert med flest figurer – «diamanttall» 18, 24, 36, 45 og 54. Hvorfor utmerker disse tallene seg? La noen av elevene undersøke noen av disse tallene nærmere, for eksempel finne alle faktorene av tallene.
- Hvilke tall er partall og hvilke er oddetall?

La elevene undersøke om disse påstandene alltid stemmer:

- Når du adderer to partall, så blir summen et partall.
- Når du adderer to oddetall, så blir summen også et partall.
- Hva skjer når du adderer et partall og et oddetall?
- Gjelder dette også for subtraksjon?

**Elevene skal prøve å begrunne hvorfor påstandene er riktige eller gale.
De kan bruke brikker, rutenett eller tegninger når de forklarer.**

- Begrunn hvorfor multipler av 9 også er multipler av 3, og hvorfor multipler av 6 også er multipler av 3.
- Begrunn hvorfor multipler av 10 også er multipler av 5.
- Hva er spesielt med alle tallene som ikke har markeringer?
- Snakk med elevene om hva et primtall er.

Samtal med elevene om tall som bare har to faktorer; for eksempel tallet 23 som har faktorene 1 og 23, og at slike tall kalles primtall. Elevene kan eventuelt prøve å lage så mange rektangler som mulig med 23 brikker.

Oppsummer og gjør aktiviteten tydelig ved å systematisere mønstrene i et skjema.

Tallene kan divideres, uten rest..	hvis...
2	...det er et partall og sifferet på enerplassen er 0, 2, 4, 6 eller 8
3	tallet kan divideres med 3 («threeeven») eller summen av sifrene i tallet er delelig med 3
5	...sifferet på enerplassen er 0 eller 5
6	...tallet er delelig med både 2 og 3
9	...summen av sifrene i tallet er 9
10	...sifferet på enerplassen er 0

UTFORDRING



Læringspartnerne jobber sammen.

Bruk tellebrikker som konkretisering.

En bonde planter frø i rader.

Han ønsker minst to rader og hver rad må ha samme antallet frø.

- Hvordan kan han plante 6 frø?
- Hvordan må han plante 9 frø?
- På hvilke måter kan han plante 24 frø?
- Kan han/hvorfor kan han ikke plante 7 frø?
- Hvilke antall med frø kan han ikke plante? (maksimalt 100 frø)
- Hvordan kan du vite, uten å bruke brikkene, hvordan han kan plante frøene sine?

Aktiviteten er hentet fra Alle Teller – håndbok (Matematikksenteret)



AVSLUTNING

Elevene skal nå prøve å løse samme oppgave som vi startet med.

Læringspartnerne løser startoppgaven sammen.

Emma fordeler 108 roser, 81 liljer og 54 orkideer i buketter.

Bukettene skal være like og det skal ikke være noen blomster til overs.

- Hvor mange buketter kan hun lage?
- Finnes det flere løsninger?



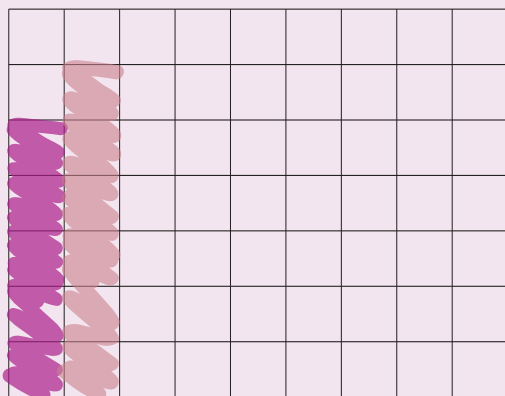
Læreren er oppmerksom på:

- Har elevene strategier for å løse oppgaven?
- Hva har elevene lært som de kan bruke for å løse oppgaven?
- Ser elevene at det her er snakk om å finne hvilke faktorer de tre tallene har til felles?
- Ser elevene at de tre tallene er delelig med både 3 og 9?

Ekstraoppgaver

Oppgave 1 – Partall og oddetall

Undersøk om summen av *partallet 6 og oddetallet 5* er et partall eller et oddetall. Fargelegg 5 ruter og 6 ruter i et rutenett (se illustrasjon). Kan du «se» om summen er et partall eller et oddetall? Prøv med andre tall, både med partall og oddetall. Bruk brikker eller fargelegg rutenett. Se på påstandene og la elevene utforske sammen med sine læringspartnere om påstandene stemmer og forklare hvorfor/hvorfor ikke.



Påstander:

- Når du legger sammen to partall blir summen et partall.
- Når du legger sammen to oddetall blir summen også et partall.

Utforsk videre:

- Hva skjer når du legger sammen ett oddetall med ett partall?
- Vil det samme gjelde for subtraksjon?
- Vil det samme gjelde for multiplikasjon
- Vil det samme gjelde for divisjon

Spørsmål:

NB! Elevene skal ikke regne ut svarene på oppgavene:

- Kan alle partall divideres på 2 uten rest? (er alle partall delelig med to?)
- er summen partall eller oddetall; $458 + 3092 = ?$
- er differansen partall eller oddetall; $3092 - 458 = ?$
- er summen partall eller oddetall; $679 + 1023 = ?$
- er summen partall eller oddetall; $1023 - 679 = ?$
- hvis du adderer to etterfølgende tall, vil alltid summen bli et oddetall eller partall?

Oppgave 2 – Finn faktorer

Elevene skal finne alle faktorene til 48 og 60, de skal også finne de faktorene begge tallene har felles.
Se eksempel;

48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

1, 2, 3, 4, 6 og 12 er felles faktorer til tallene 48 og 60. Hva er den største felles faktoren til 48 og 60?

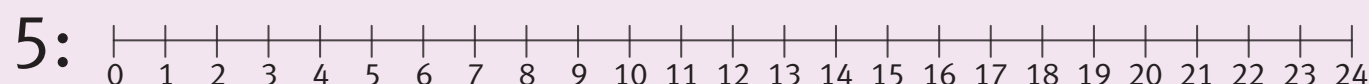
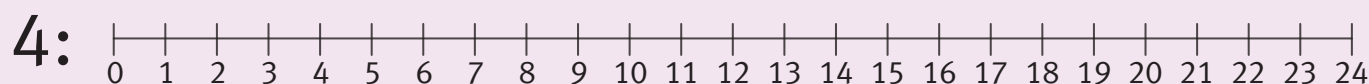
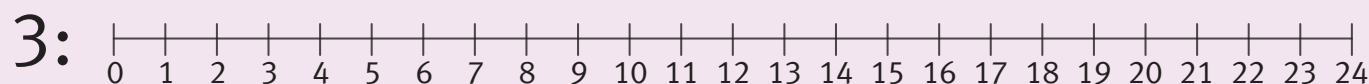
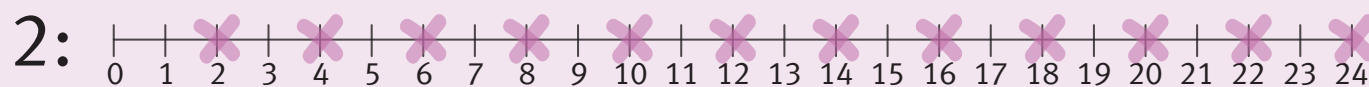
Finn alle felles faktorer til:

- 12 og 21
- 32 og 48
- 12, 18 og 30

Oppgaven er hentet fra Primary Mathematics 4a

Oppgave 3 – Finn faktorer

Marker multiplene til hvert tall på tallinjene;



Fra jump math 8.1 side 3

- Finn minste felles multiplum til 2 og 5
- Finn minste felles multiplum til 2 og 3
- Finn minste felles multiplum til 3 og 4
- Finn minste felles multiplum til 2 og 4

Oppgave 4

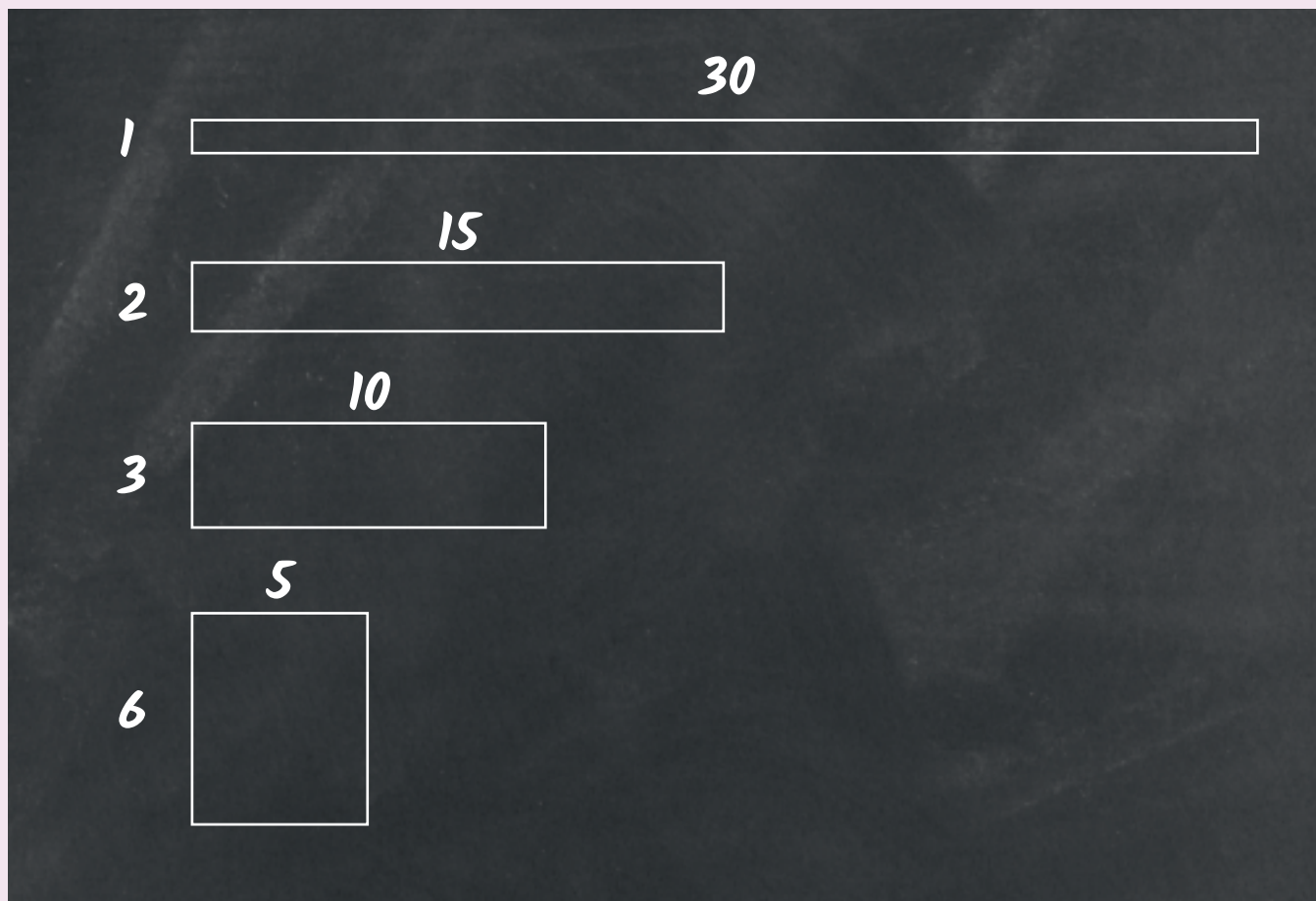
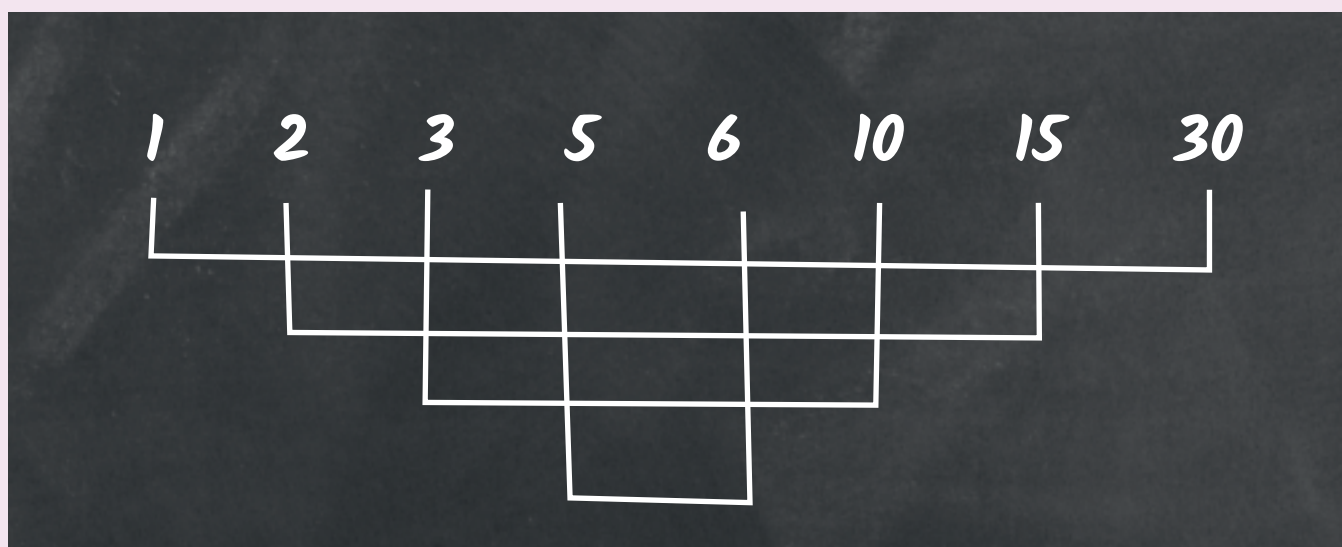
Læringspartnerne jobber sammen og skal finne ut hvilke tall 30 er delelig med (2, 3, 5, 6, 10 og 15). De skal finne alle faktorer til 30. Hjelp dem gjerne i gang med å finne en systematisk måte å gjøre dette på. Det enkleste kan være å starte med tallet 1 og tallet selv (30), for så å prøve om 30 kan divideres med 2, uten å få rest. Fortsett så med 3, 4 osv til de kommer til et tall de allerede har funnet som faktor.

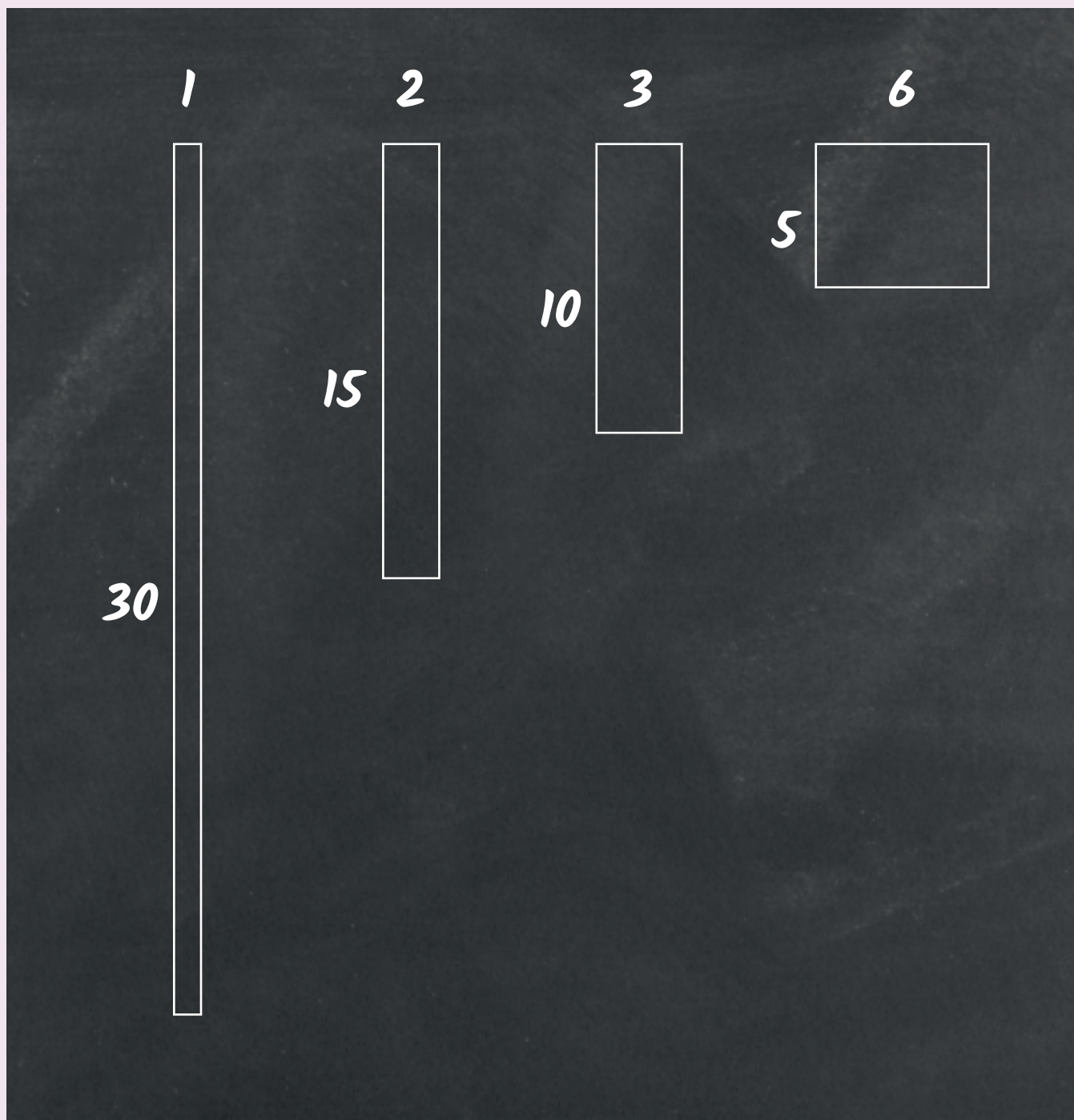
Samtidig skriver elevene og illustrerer med arealer på rektangler med sidelengdene 1 og 30, 2 og 15 osv. Gi elevene flere tall de skal faktorisere. Elevene kan gjerne bruke brikker for å konkretisere.

Gi elevene i oppgave å finne faktorer i tallene 54, 81 og 108 og illustrere dem med modellene nedenfor.

Snakk med elevene om hvilken modell de foretrekker.

Tydeliggjør aktiviteten ved å tegne modellene på tavla:





Likeverdige brøker og addisjon og subtraksjon av brøker

BEGRUNNELSE

Elever kan ofte mangle grunnleggende forståelse for brøk. De kan ha problemer med å se brøk som en helhet som er delt opp i mindre deler. Når elever skal forstå brøk må de hele tiden jobbe ut fra følgende tre spørsmål:

- Hva er helheten? For eksempel en plate med sjokolade eller et antall (20 karameller)
- Hvor mange enheter er helheten delt i (nevneren)?
- Hvor mange av delene fokuseres det på (telleren)?

Fokuset i denne økten er på likeverdige brøker og addisjon og subtraksjon av brøker.

Når elevene forstår at to brøker (for eksempel $\frac{3}{4}$ og $\frac{9}{12}$) representerer det samme, har de beveget seg et skritt videre i sin matematiske utvikling.

For å skjønne hva brøkopsettet innebærer, må de se brøk i sammenheng med divisjon

og i sammenheng med proporsjonalitet; at for eksempel «3 pizzaer likt fordelt på 4»,

«6 pizzaer likt fordelt på 8» og «9 pizzaer likt fordelt på 12» vil gi samme svar; $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

Tabeller og doble tallinjer være gode hjelpemidler når elevene jobber med likeverdige brøker.

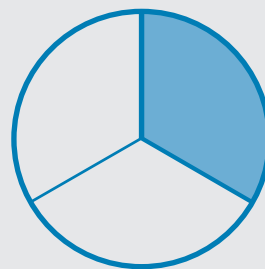
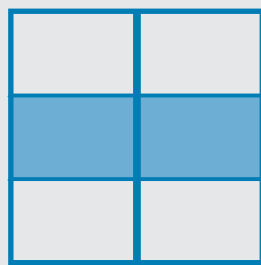
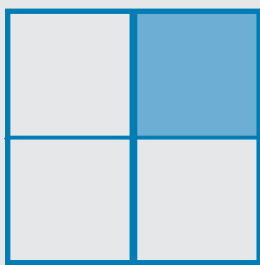
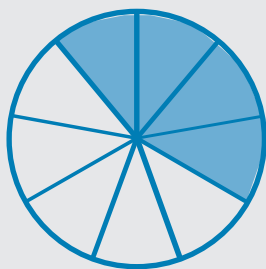
At elevene skjønner likeverdige brøker betyr mye når de skal forstå forholdstall (proporsjonalitet). Dette er nyttig for å sammenligne priser: I butikk A koster det 15 kr for 12 små bokser med kattemat, mens det i butikk B koster 23 kr for 20 små bokser. Hvor er det billigst å handle? Hensiktsmessige konkrete og tydelige bilder kan hjelpe elevene med å visualisere og dermed forbedre forståelsen for brøkbegrepet.

HVA LÆREREN SKAL SE ETTER

Finn ut hva elevene kan, og få elevene selv til å innse hva de kan (bevisstgjøring).

- Hvordan beskriver elevene sine mentale forestillinger om brøk?
- Legg merke til om de forstår at det er helhet og del, både i forbindelse med brøk som en del av et areal og brøk som del av en mengde.
- Kan elevene se noen mening i regning med brøker? Kan de sette det i en kontekst?
- Divisjon og brøk; kan elevene beskrive brøk i en divisjonskontekst, for eksempel at $\frac{3}{5}$ kan representere 3 bagetter delt på 5 personer?
- Kan elevene bruke det de har lært om faktorisering i arbeidet med å finne felles nevner?
- Kan elevene avgjøre hvilke brøker som er likeverdige?

OPPSTART AV TIMEN



Hver tegning viser en faktaopplysning om lærerne på en skole, for eksempel kan første bilde vise at $\frac{4}{9}$ av lærerne heier på Liverpool.

La elevene skrive de tilhørende brøkene og be dem om å forberede seg på å forklare læringspartner hva de betyr.

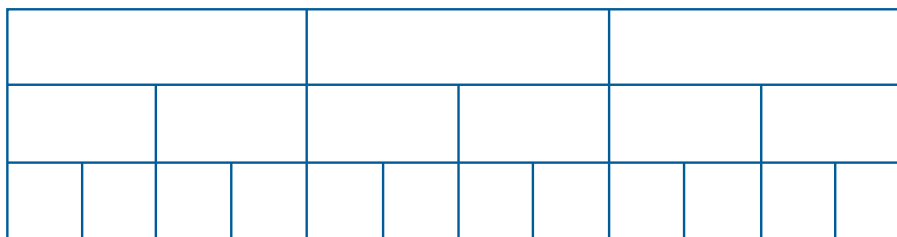
Fortell læringspartner hva brøkene betyr og gi eksempler på hva de kan representere.

Mulig spørsmål som kan stilles og løses med læringspartner:

- Hva hvis vi fyller inn farge i en del til i hver av de fire tegningene? Skriv de nye brøkene.
- Hvor mange lærere kan det arbeide på denne skolen?

AKTIVITET 1:

Elevene diskuterer spørsmålene under sammen med læringspartner.



Vis elevene tegningen og still følgende spørsmål:

- Hvor mange seksdeler er det i $\frac{1}{3}$?
- Hvor mange tolvdel er det i $\frac{1}{3}$?
- Hvor mange tolvdel er det $\frac{1}{6}$?
- Beskriv en halv ved hjelp av seksdeler.
- Hva er halvparten av $\frac{1}{6}$?
- Beskriv halvparten ved hjelp av tolvdel.
- Hva er halvparten av $\frac{1}{12}$?

Aktiviteten kan oppsummeres med å vise at $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$

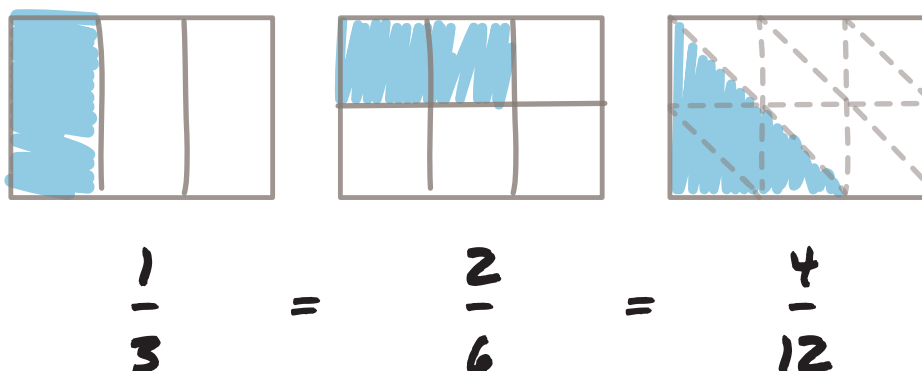
altså at brøken ikke endrer verdi når både teller og nevner multipliseres med samme tall, og heller ikke endrer verdi hvis teller og nevner divideres med samme tall. Dette fordi at det å multiplisere og dividere med samme tall i teller og nevner er det samme som å multiplisere og dividere med en hel (1).

AKTIVITET 2:

Be elevene om å studere tegningene og beskrive brøken de representerer, for så å sammenligne verdiene til brøkene.

Lærer oppsummer aktiviteten ved å tydeliggjøre at når man sammenligner disse tegningene som har samme areal

så er $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$



AKTIVITET 3:

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal forholde seg til brøk som del av en mengde.
Elevene får også erfaring med at helheten endres.

Fang brikker

Hvert par trenger én terning og 30 brikker.

Antall øyne på terningen utgjør nevneren i en stambrøk,

hvis terningen viser 5, så blir brøken $\frac{1}{5}$, hvis terningen viser 3 blir brøken $\frac{1}{3}$.

Hvis terningen viser 1, så mister eleven runden.

Elevene tar så mange brikker fra brikkehaugen som brøken angir. Hvis første

elev slår 5, skal han ta $\frac{1}{5}$ av de 30 brikkene i haugen, altså 6 brikker.

Da er det 25 brikker igjen i haugen. Hvis neste elev nå slår 3,

skal han ta $\frac{1}{3}$ av brikkene. Det går ikke nøyaktig, eleven runder da av nedover

og tar $\frac{1}{3}$ av 24 brikker, altså 8.

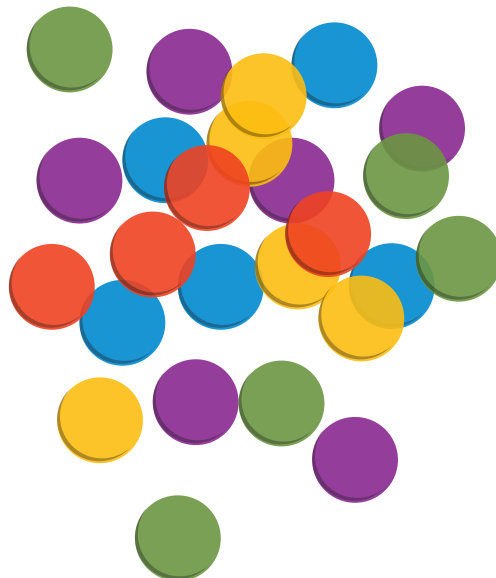
Mot slutten, når haugen blir liten, vil ikke elevene alltid kunne ta brikker. Hvis det for eksempel er fire brikker igjen og en spiller slår 5,

skal han ta $\frac{1}{5}$ av brikkene.

Det går ikke, og dermed mister eleven runden sin.

Hvis neste elev heller ikke kan ta noen brikker, så er spillet ferdig.

Aktiviteten er hentet fra Matematikksenterets nettside



BRØK – ADDISJON OG SUBTRAKSJON

Snakk sammen med læringspartner (kort tid - 3 min.), om hvilken løsning på oppgaven som dere tror er riktig, og hvilken som dere tror er feil.

- Hvordan tror dere at den som har løst oppgavene har tenkt? Begrunn.
- Hvordan tenker dere når dere løser en lignende oppgave? Begrunn.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Er dette riktig?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$$

Er dette riktig?

BRØK OG BLOKKMETODEN

Vis på tavla hvordan man kan bruke blokkmetoden når vi finner felles nevner til $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$

Tegn først og vis $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$



Spørsmål:

Elevene svarer på spørsmålene individuelt eller i grupper:

- Er 4 felles nevner til $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$.
- Er 6 felles nevner til $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$?
- Er 12 felles nevner til $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$?

Læreren stiller spørsmål i plenum:

- Hva er felles nevner for $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$
- Hvordan vet du dette?
- Finnes det flere felles nevner for $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{3}$

Må vi alltid velge den minste felles nevneren? Eventuelle fordeler/ulempen/når/i hvilke tilfeller etc...

Lærer oppsummer oppgaven ved å vise hvordan man kan dele begge rektanglene i 6 like deler.

Vis elevene hvorfor man kan utvide brøkene ved å multiplisere teller og nevner for å få seks som felles nevner.

Det er viktig at elevene ser og forstår sammenhengen og at lærer tydeliggjør det.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

Oppgave 1

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?$$

Læringspartnerne løser denne oppgaven sammen.

Finn fellesnevner og tegn gjerne rektangler/blokker.

Oppgave 2

La elevene tegne/tenke og finne ut, først 1 minutt alene deretter sammen med læringspartner, hvordan kan dere løse disse oppgavene?

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = ? \quad \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = ? \quad 1 - \frac{2}{5} = ?$$

UTFORDRINGER



Les oppgaven høyt sammen med elevene. Spør elevene, om de tror den kan løses ved å bruke blokkmetoden. La elevene deretter tenke på oppgaven i 2 minutter selv, før den løses i plenum.



Alan kjøper inn muffins til en fest.

$\frac{1}{6}$ av alle muffinsene er bananmuffins og $\frac{7}{10}$ av resten er sjokolademuffins.

Resten av muffinsene er blåbærmuffins. Hvis han kjøper 9 blåbærmuffins, hvor mange muffins kjøper Alan til sammen?

Dette er en vanskelig oppgave. Veiled elevene gjennom oppgaven ved å ta én og én opplysning mens du tegner rektangler/blokker. Still spørsmål som får elevene til å resonnerer. Elevene kommer selv med forslag til hvordan oppgaven kan løses. Lærer tydeliggjør og systematiserer elevenes forslag, sånn at elevene lærer av hverandre. I prosessen vil du også kunne oppdage og dermed ha mulighet til å oppklare misoppfatninger. La gjerne elevene få tenkepauser og tid til å snakke med læringspartneren underveis.

Her er forslag til hvordan lærer kan veilede elevene:

- Hvordan deler vi blokken når vi skal finne $\frac{1}{6}$?
- Kan delene være forskjellige?
- Hva er helheten?
- Hvor mange deler er den delt i?
- Hvor mange av delene representerer $\frac{1}{6}$?
- Hvor mange deler er igjen?
- Hva betyr $\frac{7}{10}$ av resten?
- Hvordan kan vi dele fem deler i 10 deler?
- Se nå hvordan man kan dele hele blokken for at alle delene blir like (felles nevner)? (12 deler) tydeliggjør at $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
- Hvordan kan du finne hvor mange muffins han kjøper når du vet at resten er 9 blåbærmuffins?
- Kan du se hvor mange muffins som skal være i hver del?

Flere oppgaver som kan illustreres med blokkmetoden

- Det er 450 elever på en skole, $\frac{1}{6}$ av dem tar t-banen til skolen.
Hvor mange elever er det som ikke tar t-banen til skolen?
- Noen barn deltok på svømmekurs, $\frac{3}{5}$ av barna var jenter.
Det var 30 jenter på svømmekurset.
Hvor mange gutter var det?
- Vis med tegning eller konkrete forskjellen på $\frac{3}{5}$ og $\frac{5}{3}$.
Forklar forskjellen med tegning og ord.
- Hvilken av brøkene har størst verdi, $\frac{1}{7}$ eller $\frac{1}{9}$?
Hvorfor? Forklar med tegning og ord.
- Ole får 1 200 kr i julegave.
Han bruker $\frac{1}{2}$ av pengene sine til å kjøpe ny genser, og $\frac{1}{6}$ av pengene til å kjøpe en bok.
Hvor mange kroner har han igjen?

AVSLUTNING

Læringspartnerne diskuterer og prøver å finne løsningen på oppgaven under.
Oppfordre dem til å bruke blokkmetoden (5 min)

Johan bruker $\frac{1}{3}$ av lommepengene på fotballkort og $\frac{1}{4}$ av pengene han har igjen på en penn.

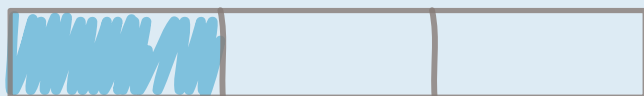
- Hvor stor brøkdel av pengene har han igjen?

Lærer gjennomgår oppgaven sammen med elevene.

Tegn blokker mens du utfordrer og stiller spørsmål som får elevene til å reflektere og tenke.

Ekstraoppgaver

Oppgave 1



Forklar elevene at hele blokken illustrerer en helhet, for eksempel en hel pose med non stop.

Elevene diskuterer følgende spørsmål med læringspartner:

- Hvor mange er $\frac{1}{3}$ av 18 nonstop?
- Hvor mange er $\frac{1}{3}$ av 24 nonstop?
- Hvor mange er $\frac{1}{3}$ av 90 nonstop?

Oppgave 2

Skriv brøkene;

- 3 måneder av ett år
- 45 minutter av en time
- 20 centimeter av en meter

Oppgave 3

Eva og Per har en pose med 36 sjokoladehjerter.

Eva vil gjerne spise $\frac{1}{3}$ av hjertene og Per vil gjerne spise $\frac{1}{4}$ av hjertene.

- Hvor mange sjokoladehjerter vil Eva spise?
- Hvor mange sjokoladehjerter vil Per spise?
- Hvor mange sjokoladehjerter vil de spise til sammen?
- Hvor mange sjokoladehjerter vil det være igjen etterpå?
- Hvem spiste flest sjokoladehjerter, Per eller Eva? Hvor mange flere?
- Hvordan kan du regne dette? Tegn blokker og finn fellesnevner?
- Lærer oppsummerer og tegner blokker på tavla.



Oppgave 4

Eva har 2 liter med saft. Hun bruker først $\frac{1}{2}$ liter saft.

- Hvor mange liter er det igjen nå?
- Så bruker hun $\frac{1}{3}$ liter. Hvor mange liter er igjen nå?
- Så bruker hun $\frac{1}{4}$ liter. Hvor mange liter er igjen nå?
- Er dette mulig?



Oppgave 5

Eva blander 2 liter med saft. Hun bruker først halvparten av saften.

- Hvor mange liter er det igjen nå?
- Så bruker hun $\frac{1}{3}$ av det som er igjen. Hvor mange liter er igjen nå?
- Så bruker hun $\frac{1}{4}$ av det som nå er igjen. Hvor mange liter er igjen nå?



Oppgave 6

- Ett hektogram med nøtter koster 44 kr. Hvor mye koster $\frac{3}{4}$ hg?
- Gerald har 100 kr. Han gir $\frac{3}{5}$ av pengene til sønnen sin.
Hvor mange kroner får sønnen? Hvor mye penger har Gerald igjen?

- Hva er lengst: 17 måneder eller $1\frac{3}{4}$ år?
- Hvor mange måneder er det i $\frac{3}{4}$ av et år?
- Hvor mange minutter er det i $\frac{2}{3}$ av en time?

Karl begynte å lese klokka 07:15. Han leste i $\frac{3}{5}$ time.

- Hva var klokka da han sluttet å lese?

Oppgave 7

Bruk blokker for å illustrere oppgaven.

En pose inneholder 5 kg med hundekjeks.
En hund spiser 0,2 kg kjeks per dag.

- Hvor mange dager varer en pose med hundekjeks?
- Hvor mange gram er 0,2 kg?



Oppgave 8

En klasse reiser på ekskursjon i fire separate biler. Skolen har kjøpt inn lunsj, som består av bagetter, til hver gruppe.

Når de stopper for å spise lunsj, fordeles bagettene på denne måten:

- Den første gruppen består av 4 elever som deler 3 bagetter.
- Den andre gruppen består av 5 elever som deler 4 bagetter.
- Den tredje gruppen består av 8 elever som deler 7 bagetter.
- Den siste gruppen består av 5 elever som deler 3 bagetter

Når de kommer tilbake fra ekskursjonen, begynner noen elever å hevde at fordelingen av bagetter ikke hadde vært rettferdig, at noen elever fikk mer å spise enn de andre.

Legg til rette for en diskusjon om dette før elevene begynner å jobbe med oppgaven. Ikke forklar eller rett på det elevene sier i diskusjonen på dette tidspunktet. La deretter elevene arbeide med læringspartner for å finne ut hvor mye bagett hver person i hver gruppe får. Bruk diskusjonen som en motivator for å gå i gang med oppgaven og la dem heller bli overrasket over resultatene.

Elevene diskuterer først og deretter jobber de med læringspartner med disse spørsmålene:

- Var fordelingen rettferdig – fikk elevene like mye?
- Hvor stor brøkdel av en bagett fikk hver elev, forutsatt at bitene ble kuttet like store?

LÆRING

Tallene i oppgaven er bevisst valgt med tanke på at mange elever i utgangspunktet tror at 3 bagetter fordelt på 4 personer, 4 bagetter fordelt på 5 personer, og 7 bagetter fordelt på 8 personer er det samme, fordi det alltid er en bagett mindre enn antall personer. Noen elever vil argumentere for at 3 bagetter fordelt på 4 personer ikke tilsvarer 3 bagetter fordelt på 5 personer, fordi det er flere personer som deler samme antall bagetter, og når det er fem personer må bitene bli mindre. Når elevene går i gang med å løse oppgaven, vil kanskje noen bli overrasket over å oppdage at elevene i de tre første gruppene ikke får like mye. De vil videre oppdage at antagelsene deres stemmer i den siste gruppen. Gjennom denne type oppgaver vil elevenes forståelse av brøk utvides til å også kunne se brøk som divisjon. Tallene i oppgaven er også bevisst valgt for at elevene skal få erfaring med proporsjonalitet.

Lærer går rundt og ser etter hvilke strategier som brukes, og konfererer med elevgruppene mens de jobber.

For eksempel vil man se at noen elever starter med å dele bagettene i halvdeler eller tredeler;

for eksempel deles 3 bagetter til 4 personer ved at elevene får en halv bagett og en kvart av en bagett hver $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Elevene vil da forhåpentligvis oppdage at de trenger en felles nevner. Sørg for at elevene ser delen i forhold til helheten, for eksempel at $\frac{1}{5}$ av en halv bagett ikke er det samme som $\frac{1}{5}$ av en hel bagett.

Ved å stille elevene spørsmål slik at de kan reflektere over hvor mange biter $\frac{1}{5}$ av $\frac{1}{2}$ vil være i forhold til hele

bagetten, så hjelper man elevene å se at hvis den andre halvparten ble kuttet på samme måte vil det være ti biter.

Vi hjelper dem til å se at $\frac{1}{5}$ av $\frac{1}{2}$ er $\frac{1}{10}$

Oppsummering:

Tre bagetter fordelt på 4 elever er $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ eller $\frac{3}{4}$, dvs at 4 elever får $\frac{3}{4}$ av en bagett.

Fire bagetter fordelt på 5 elever er $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ eller $\frac{4}{5}$, dvs at 5 elever får $\frac{4}{5}$ av en bagett.

Sju bagetter fordelt på 8 elever er $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ eller $\frac{7}{8}$, dvs at 8 elever får $\frac{7}{8}$ av en bagett.

Tre bagetter fordelt på 5 elever er $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ eller $\frac{3}{5}$, dvs at 5 elever får $\frac{3}{5}$ av en bagett.

Elevene skal sammenligne brøkene og finne ut hvem som fikk mest/minst.

Elevene kan først sammenligne brøkene og diskutere før de finner fellesnevner. Lærer oppsummerer til slutt.

Bagett-oppgaven (Fractions s 26, Fosnot 2007)

Sammenhengen mellom brøk og prosent

BEGRUNNELSE

Elevene har jobbet med å uttrykke en del av en helhet som en brøk. I denne økten handler det om å uttrykke en del av en helhet som en prosentandel. Elevene må være fortrolig med definisjonen av prosent – at prosenttallet 1 % betyr at man har delt noe (helheten) i 100 deler.

Brøk, desimaltall og prosent må ses på som ulike måter å uttrykke former av samme forholdstall på. Å forstå sammenhengen mellom brøk, desimaltall og prosent er viktig når man for eksempel skal finne prosenten av et beløp, 25 % av 100 kr er det samme som en firedel av 100 kr. På samme måte kan man tenke 10 % som en tidel, og man kan dele beløpet på 10 for å finne 10 %.

HVA LÆREREN SKAL SE ETTER

Lærer bør sikre at elevene ser og forstår disse sammenhengene:

En prosent (1 %) er den samme som brøken $\frac{1}{100}$

En brøk med 100 i nevneren kan uttrykkes som en prosentandel fordi prosent betyr per 100,

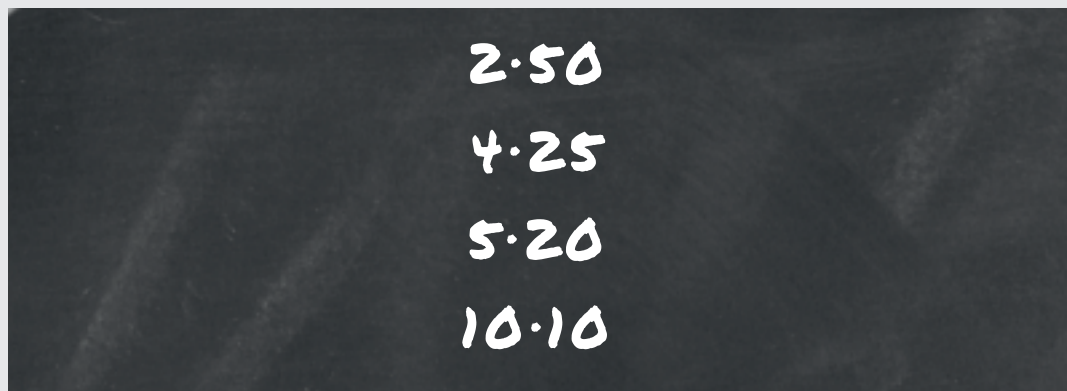
altså hundredel: $\frac{25}{100} = 25\%$

En brøk med 10 i nevneren kan uttrykkes som en prosentandel ved å multiplisere teller

og nevner med 10 slik at nevneren er 100: $\frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 80\%$

Legg merke til om elevene forstår og kan forklare at for eksempel $\frac{7}{10}$ og $\frac{70}{100}$ har samme verdi som 70 %.

Legg merke til om elevene gjenkjenner faktorer av 100; Parene som blir 100 når de multipliseres skrives som produkt og tegnes som rektangler med areal 100, for eksempel:



OPPSTART AV TIMEN

I den lille kinosalen i Tun-teateret er det plass til 100 mennesker. Under en filmvisning er 60 av setene opptatt.

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
		47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62		
			33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46			
				21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32				
					11	12	13	14	15	16	17	18	19	20					
						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				

Bildet over viser en mulig måte å representere hvor stor del av setene som er opptatt.

Kan antall opptatte seter beskrives på en annen måte?
For eksempel hvis du skulle ringe og fortelle det til noen?

SPØRSMÅL:

- Hvor mange av setene er ledige?
- Hvor mange prosent av setene er ledige?
- Hvor mange prosent av setene er opptatte?
- Hvordan ville du vise at 25 av setene var opptatte? Kan du bruke både tegning og tall?
- Hvis salen er 80 % full – hvor mange seter er opptatt da?
- Hvis salen ikke hadde mer enn 50 seter, hvor mange seter ville da være opptatte hvis salen er 80 % full?

Oppsummer oppgavene med å bevisstgjøre elevene på dette:

60% betyr 60 av 100

60% er en annen måte å skrive $\frac{60}{100}$ eller 0,6 på

KARTLEGGING/REPETISJON

Et fundament i det videre arbeidet er å forstå posisjonssystemet. Kartlegg/repeter derfor at elevene forstår posisjonssystemet. For eksempel kan elevene diskutere oppgavene under med sine læringspartnere før lærer strukturerer og oppsummerer.

- Snakk om hvilken verdi sifrene i tallet 367 har? ($300 + 60 + 7$)
- Hvor mange hundre, tiere og enere er det tallet 367? $3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1 = 367$
- Regn ut følgende oppgaver (hoderegning), hvordan tenker dere?

$$10 \cdot 10 = ?$$

$$100 : 10 = ?$$

$$100 \cdot 1 = ?$$

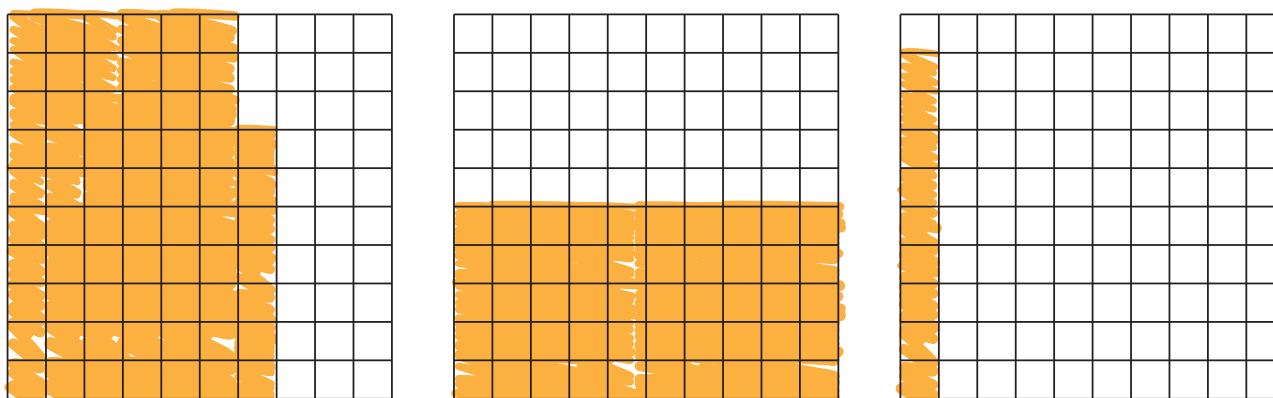
$$10 : 10 = ?$$

- Hvordan kan man skrive desimaltallene 0,1 og 0,01 som brøk.

AKTIVITET 1:

Sammen med læringspartner.

Elevene får utdelt et ark med 6 små hundrerutenett. Eleven skal fargelegge noen ruter i hvert rutenett og deretter bytte ark med læringspartner. Læringspartner skal skrive hvor mange prosent av rutene som er fargelagt, se eksempel under. Oppgave på vedlegg.

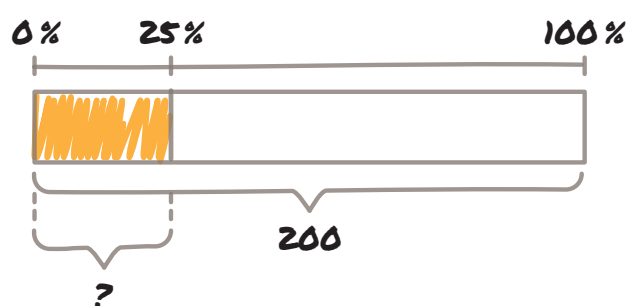


Oppsummer aktiviteten og forsikre om at elevene forstår at hvis vi deler en hel inn i 100 like store deler vil

hver del være $\frac{1}{100}$ eller 1 % av helheten. Vi kan tenke på 100 % som 100 deler.

Eksempel: Hvis helheten er 200 kr, kan vi finne 25 % av denne helheten ved å tegne en blokk som viser at 25 %

er en firedel av 100 %. 25 % av 200 kr er $\frac{1}{4}$ av 200, altså 50 kr.



100 % = 200 KR
50 % = 100 KR
25 % = 50 KR

AKTIVITET 2:

Elevene jobber sammen med læringspartner.

Hvis antall...

- vinduer ...
- dører ...
- stoler ...
- elever ...
- lærere ...

... i klasserommet utgjør 20 %, hvor mange (vinduer/dører/stoler/elever/lærere) er da 100 %?

AKTIVITET 3:

Utstyr: kort med brøk/desimaltall og snor. Heng opp snoren.

Benytt følgende kort: 0,3, 0,5, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ og $\frac{6}{10}$. Dersom dere er færre elever kutt ut de 2-3 siste brøkene.

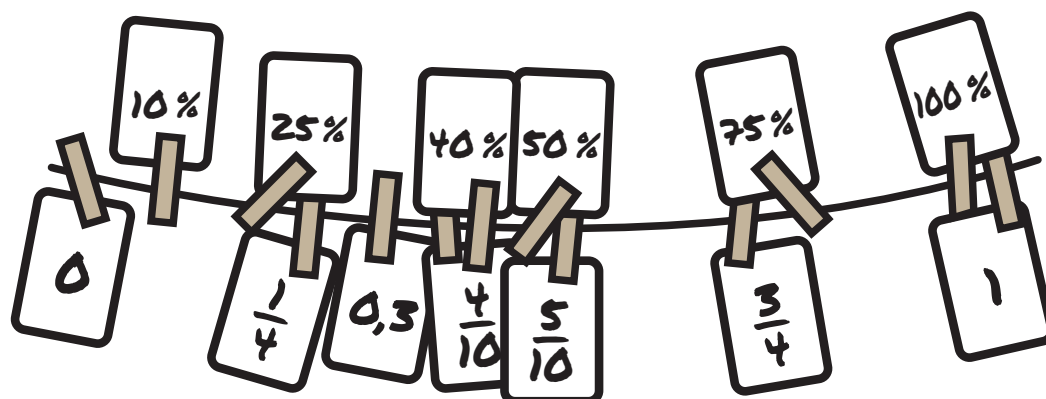
Hver elev får utdelt et kort med en brøk/desimaltall på. De skal som gruppe bli enige om hvordan de skal stille seg i riktig rekkefølge, slik at tallverdiene kommer i stigende rekkefølge. Når elevene er enige, skal kortene henges i rekkefølge på snoren. Når lærer stiller spørsmål må elevene argumentere for løsningen sin, for eksempel: Er alle enige, eventuelt var det noe gruppa var uenige om?

Elevene kan også plassere prosentkortene på tallsnora; for eksempel 50 %, 25 %, 75 %, 10 % og 40 % (de tallene som mangler skrives på et blankt kort med whiteboard-tusj)).

Spørsmål:

- Hvilke(t) av prosentkortene var enklest å plassere? Hvorfor?
- Er det noen dere er usikre på? Hvorfor?
- Hvordan tenkte dere da dere plasserte 75 %?
- Still eventuelt samme spørsmål om de andre prosentkortene.

Spørsmålene hjelper elevene med å korrigere eventuelle feil og misoppfatninger. Derfor er det viktig at læreren stiller slike spørsmål, selv om gruppen ikke har plassert kortene feil. Spørsmålene synliggjør argumentasjonen og tenkingen bak plasseringen av kortene.



PROSENT OG BLOKKMETODEN

Her er poenget å vise elevene sammenhengen mellom brøk og prosent.

Vi kan bruke blokkmetoden for å representere brøk, prosent og forholdstall. Vi kan beskrive den fargelagte delen av blokken på forskjellige måter:

- $\frac{1}{4}$ av blokken er fargelagt.
- 25 % av blokken er fargelagt.

Forholdet mellom den fargelagte delen og hele blokken er 1 : 4. Vær oppmerksom på at forholdet mellom den fargelagte delen og de ufargede delene er 1 : 3. Dette er viktig å presisere for ikke å skape misoppfatninger når de jobber med forhold. Å blande saft i forholdet 1 : 3 betyr 1 del vann og 3 deler saft, som er 4 deler til sammen. Andelen saft i forhold til saftblandingen (helheten) er 1 : 4.



Oppgave 1 – elevene øver på å se prosent i sammenheng med brøk

$\frac{3}{4}$ av pizzaene som klassen bestiller er med kjøttdeig

- Hvor mange prosent av pizzaene er med kjøttdeig?
- Hvor mange prosent av pizzaene er uten kjøttdeig?
- Spør eleven: Må dere vite hvor mange pizzaer klassen bestiller for å løse oppgaven?

Elevene tegner blokker og diskuterer med læringspartner.

- Hvor mange prosent er det i hver blokk når 100 % deles i 4 like blokker?
- Hvor mange prosent vil da tre blokker representere?

Oppgave 2 – del av en mengde

Elevene løser oppgaven med læringspartner.

I en boks er det 50 kuler (røde, blå og grønne kuler). Det er 10 røde og 25 blå.
Dere skal finne andelen grønne kuler.

Veiled elevene gjennom oppgaven ved å stille følgende spørsmål:

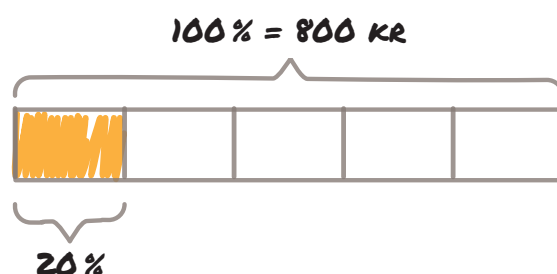
- Hvor mange kuler er det til sammen?
- Hvor stor brøkdel av kulene er røde?
- Hvor stor brøkdel av kulene er røde og blå?
- Hvor stor brøkdel av kulene er grønne?
- Hva må vi multiplisere brøken med for å få 100 i nevneren?
- Hvor mange hundredeler utgjør de grønne kulene?
- Hvor mange prosent av kulene er grønne?

Oppgave 3 – prosent av et beløp

Finn 20 % av 800 kr.

Elevene diskuterer med læringspartner. Før oppgaven presenteres, sikre at elevene vet at 100 % er helheten og at når de deler blokken i 5 like deler, så representere hver blokk 20 %.

Se illustrasjon;



Tips: Elevene kan fordele 100 kr i hver blokk (til sammen 500 kr), deretter 50 kr i hver blokk (til sammen 250 kr) og til slutt 10 kr i hver (til sammen 50 kr), eller regne $800 \text{ kr} : 5 = 160 \text{ kr}$

Oppgave 4 – prosent av et antall

Det er 500 mennesker på en konsert. 30 % av dem er barn.



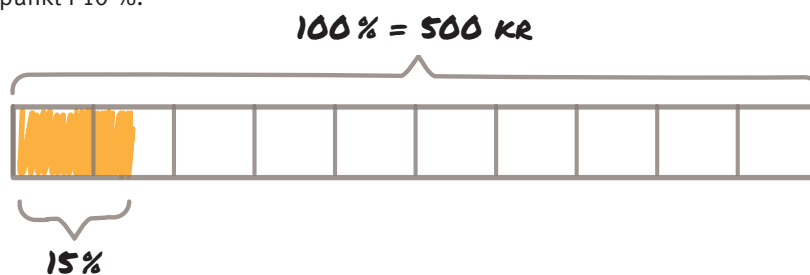
- Hvor mange barn var det på konserten?
- Hvor mange utgjør 10 % av menneskene?
- Hvor mange utgjør 1 % av menneskene?
- Hvor mange utgjør 60 % av menneskene?

Oppgave 5 – prosentvis endring

Opprinnelig pris på en genser var 500 kr. Genseren selges med 15 % rabatt.

- Finn rabatten i kroner.

Tips: Ta f.eks utgangspunkt i 10 %.



Snakk med elevene om i hvilke situasjoner et beløp kan øke med en viss prosent.

Gi elevene følgende oppgave med enkle tall som involverer prosentøkning.

En familie betaler 4 000 kr i måneden i forsikringer, de har nettopp funnet ut at kostnadene vil øke med 15 %.

- Vis hvordan du kan finne 15% av 4000 ved å bruke blokkmetoden
- Hvor mye må familien betale per måned etter at kostnadene har økt?
- Hvordan finne 15 % av 4 000 kr?

Tips: Gå f.eks veien om 10 %. 10 % av 4 000 kr er 400 kr, og da er 5 % halvparten av 400 kr (200 kr).

Prisøkningen på forsikringen er da 600 kr. Dette beløpet legges til det opprinnelige beløpet.

4 600 kr er de nye kostnadene for familiens forsikringer.

Oppgave 6 – undringsoppgave

Drøft situasjoner hvor man reduserer et antall med en viss prosent.

Læringspartnerne diskutere følgende situasjon:

Det er 100 personer i ett rom når 10 % blir bedt om å forlate rommet.

Deretter øker vi antall personer i rommet med 10 %.

Vil det være samme antall personer i rommet som vi startet med?

(Nei, antallet personer etter at 10 % har forlatt rommet er 90, og en økning på 10 % av 90 er 9, så vi ender opp med 99).

UTFORDRING



Oppgave 1 – Å finne den opprinnelige verdien

En sykkel med 20 % rabatt koster på salg 4 800 kr.

- Hva var opprinnelig pris?

Tegn en blokk som viser 100%. Del den inn i 5 deler med 20 % i hver blokk.

Veiled elevene gjennom prosessen ved å stille spørsmål som får dem til å reflektere:

- Hvordan skal vi dele blokken når vi skal finne 20 %?
- Tilsvare 4 800 kr 100 %, hvorfor/hvorfor ikke?
- Hvordan kan man fordele 4 800 kr likt i fire deler?
- Hvor stor sum skal være i den siste blokken, hvorfor?

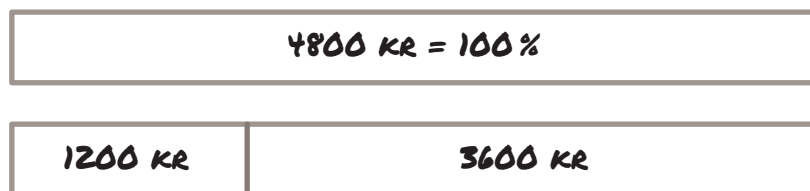


Oppgave 2 – Å finne ukjent prosent

En sykkel kostet opprinnelig 4 800 kr.

Salgsprisen er 3 600 kr.

- Regn ut rabatten i prosent.



I denne oppgaven er det valgt tall som er lett å dele i like grupper, for at elevene skal lære prinsippet.

AVSLUTNING

Tegn og forklar for Per, som var syk da vi gjennomgikk oppgavene, hvordan du løser dem:

- Hvor mye er 10 % av 300 kr?
- 1 % av 300 kr?

Du betalte 528 kr for en genser, og fikk da 12 % rabatt.

- Hva kostet genseren opprinnelig?

VALGFRI OPPGAVE FOR ELEVER SOM TRENGER LITT MER UTFORDRING

Rabatten på ei bok var 40 kr og dette tilsvarte 8 %.

- Hva kostet boka opprinnelig?

20 elever deltok i et løp rundt Sognsvann. 90 % av dem fullførte løpet.

- Hvor mange elever fullførte?

Ekstraoppgaver

Oppgave 1

Eva har 500 kroner. Hun bruker 36 % av pengene på mat, og 245 kroner på busskort.

- Hvor mange prosent av pengene har hun igjen?
- Hvor mange kroner har hun igjen?

Oppgave 2

Du får 10 % av karamellene i en karamellpose. 10 % tilsvarer 3 karameller.

- Hvor mange karameller var det i posen, når den var full?
- Tegn og forklar hvordan du løser oppgaven.

Oppgave 3

Skriv tallene som står i ruta på tavla. Elevene skal skrive tallene i prosent.

– Alle må komme med et forslag og begrunne hvorfor.

De kan enten vise det i et rutenett eller bruke en kontekst.

- Diskuter forskjellene mellom 0,07 og 0,7.

$$0,07 = \frac{7}{100} = 7 \% \text{ mens } 0,7 = \frac{70}{100} = 70 \%$$

Oppgave 4

Skriv prosentene som står i ruta på tavla.

Be elevene skrive prosentene som desimaltall.

Samtlige elever bør komme med forslag og begrunne hvorfor.

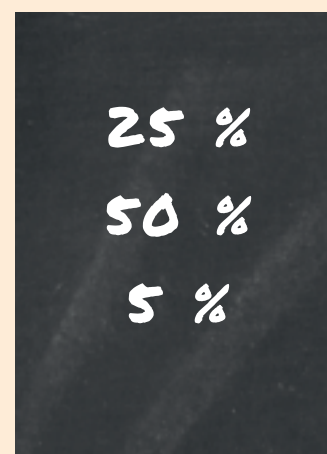
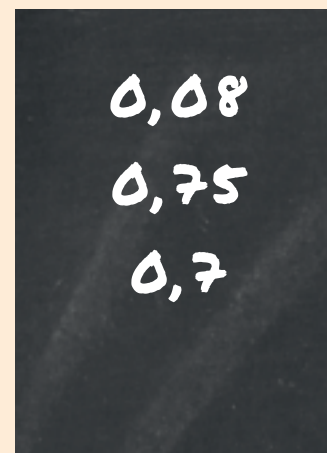
De kan enten vise det i et rutenett eller bruke en kontekst (25 seter av 100).

$$\text{Vis elevene veien om hundredeler; } 25 \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

og gi eksempler med både tegning og kontekst:

Trude maler 75 % av veggen.

- Hvor mange prosent har hun igjen å male?
- Hvor stor brøkdel har hun igjen?
- Hvor stor brøkdel har hun malt?



Oppgave 5

- Når Erik drikker $\frac{3}{4}$ liter med vann, hvor mange prosent av en liter drikker han?
- Hvis du bruker 0,75 kg mel, hvor mange prosent av 1 kg mel bruker du?
- Gunnar sin skolevei er 1 kilometer. Han hadde gått 50 % av strekningen da han oppdaget at han hadde glemt matpakken. Hvor mange meter hadde han gått?
- Skriv, tegn eller fortell læringspartner eksempler på situasjoner hvor man bruker eller kan bruke brøk?
Lag en oppgave til læringspartner hvor man skal finne brøkdelen av et antall.
- Skriv, tegn eller fortell læringspartner eksempler på situasjoner hvor man bruker eller kan bruke prosent.
Lag en oppgave til læringspartner hvor man skal finne prosentandelen av et beløp.
- Skriv, tegn eller fortell læringspartner, eksempler på situasjoner hvor man bruker eller kan bruke desimaltall.
Lag en oppgave til læringspartner hvor læringspartner må regne med desimaltall.

Oppgave 6

Liv bruker 20 % av pengene sine på en genser. Hun bruker $\frac{2}{4}$ av beløpet hun har igjen på et skjørt.

Hun sjekker kontoen og finner ut at har 600 kr igjen på kontoen.

- Hvor mange kroner hadde hun i utgangspunktet?

Algebra

BEGRUNNELSE

Algebra er et nyttig verktøy i matematikken, men kan være utfordrende å forstå for noen elever. Algebra kan være å løse likninger, ved å finne verdier av én eller flere ukjente som får likningen til å stemme. Algebra innebærer også å stille opp en generell formel (for eksempel om trekantall), eller finne ut om en formel er korrekt $(n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = (n^2 + 1)^2$. Når vi stiller opp en likning i en problemløsningsoppgave bruker vi algebra. Å generalisere aritmetikkens sammenhenger mellom tall slik: $a(b + c) = ab + ac$, er også algebra.

Aritmetiske uttrykk kan innebære addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon med gitte tall. I algebraiske uttrykk er ukjente verdier representert med en bokstav som for eksempel n , og vi kan – avhengig av konteksten – vite hvilken verdi bokstaven skal ha.

Hvis vi setter inn verdien 3 for n , så blir uttrykket $n + 2$ til regnestykket $3 + 2 = 5$.

Dersom vi setter inn verdien -6 for n , blir regnestykket $-6 + 2 = -4$.

På barneskolen har elevene løst oppgaver med en ukjent verdi. Den ukjente kunne da være en manglende del i et regnestykke, som; $___ + 25 = 100$, eller å fylle inn riktig verdi i en boks: $6 + \square = 10$. Elevene er vant til at likningene de har jobbet med, har én riktig verdi (èn løsning). Men noen likninger har ingen løsninger, og i andre likninger er alle tall løsninger.

HVA LÆREREN SKAL SE ETTER

- Forstår elevene likhetstegnets betydning; at det er lik verdi på begge sider av likhetstegnet?
- Har elevene gode hoderegningsstrategier? Kan de «se» tallet som mangler; for eksempel at $25 + x = 100$ er en hoderegningsoppgave, ikke en «flytt og bytt»-oppgave?
- Forstår elevene at $3x$ betyr $3 \cdot x$ og at det må være like grupper?
- Forstår elevene at $3x + 3$ ikke kan summeres?
- Forstår elevene forskjellen på et algebraisk uttrykk som skal forenkles og en likning hvor man skal finne ukjente?
- Forstår elevene at noen likninger har kun én løsning ($2x + 3 = 10$), noen kan ha flere løsninger ($x^2 + 1 = 2$) og noen ikke har en løsning ($\frac{2}{x} = 0$)?

OPPSTART AV TIMEN

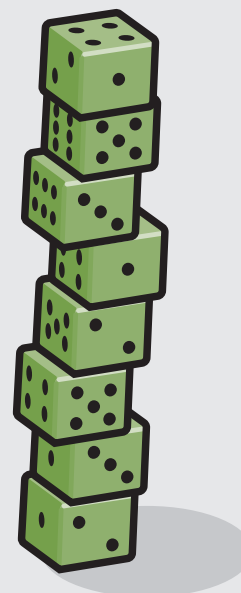
I denne aktiviteten lærer elevene å formulere en generell formel.

Læreren plasserer 8 terninger oppå hverandre. Den øverste terningen skal ha 4 prikker opp. Læreren samtaler med elevene om de kan finne ut hvor mange prikker som er skjult, og om hvordan de kan finne det ut. Elevene gjetter. Læreren spør om man også kan finne ut av det, hvis det er 100 eller 500 (eller n) terninger oppå hverandre, når vi vet hvor mange prikker det er på den øverste siden på den øverste terningen?

Elevene kan undersøke ved å prøve seg fram

Prøv først å se på én terning. Finnes det et generelt system for prikkene på to motsatte sider? (Svaret er at summen er 7). Plasser så to terninger oppå hverandre. Hvor mange prikker er skjult på den nederste terningen, på den øverste og i alt. Skriv regnestykket (summér antall skjulte prikker). Hva skjer når du plasserer flere terninger oppå de to første? Hvilken betydning har antallet prikker på den øverste terningen? Er det et mønster? Kan det beskrives med ord og/eller med en formel?

Mønsteret kan beskrives som: «Hver terning unntatt den øverste har 7 skjulte prikker, den øverste terningen har 7 prikker minus prikkene på den øverste siden. Totalt er det sju ganger med én mindre enn antall terninger addert med sju minus antall prikker på den øverste siden på den øverste terningen.» En formel kan for eksempel skrives som $(n - 1) \cdot 7 + 7 - x$, der n er antall terninger og x er antall prikker på den øverste siden på den øverste terningen.



Oppgave 1

Oppgaven består av tre deler. La elevene løse oppgaven på elevtavlene og oppmuntre dem til å tegne. Selv om første del kan løses uten tegning, så vil antakeligvis tegning være deres beste metode for å løse del to. Tegn to eller tre av elevforslagene på tavla.

**Ante, Bente og Carina skal på tur i marka og er på butikken for å kjøpe proviant.
Ante kjøper tre poser kakao og én banan for 31 kroner.**

31 KRONER TIL SAMMEN



- Er det mulig å vite hvor mye én pose kakao og én banan koster? Kom med et forslag. Er det flere løsninger?

Veiled elevene gjennom oppgaven, men la dem få tenke og diskutere underveis. Elevene kan gjette og sjekke.

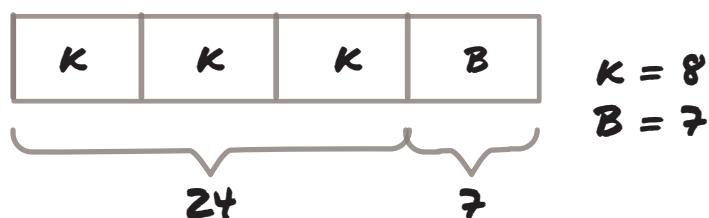
Hjelp eventuelt elevene i gang med å resonnerer:

- Ser elevene at kakaoen består av tre like grupper (sum)?
- Ser elevene at prisen på kakao er i tre-gangen?
- Ser elevene at hvis K er et oddetall så må B være et partall, eller omvendt?
(Der K er prisen på en kakao og B er prisen på en banan).

Oppsummering:

Læreren oppsummerer oppgaven og gjør elevenes forslag tydelige ved å vise og spørre om hvorfor de tenkte akkurat slik. Elevene reflekterer over hvilken av de tre prisene som er mest sannsynlig.

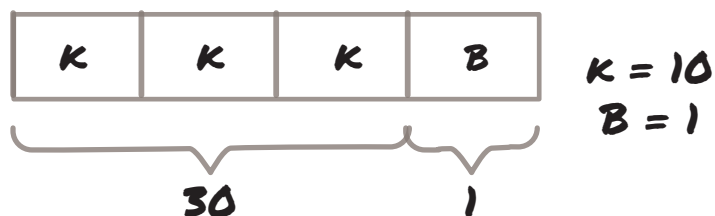
Løsning 1:



Løsning 2:



Løsning 3:



Bente kjøper seg også noe å spise og drikke. Hun kjøper to poser kakao og to bananer for 26 kr.

- Hva koster en banan og en pose kakao til sammen?
- Hvis vi sammenligner det Ante betalte med det Bente betalte, kan vi nå finne ut hvor mye én pose kakao koster?
- Hva koster da en banan?



Diskuter med elevene om hvordan de ved å lese symbolene kan finne prisen på en kakao, og en banan.



Til slutt: skriv oppgavene som algebrauttrykk:

$$3K + B = 31$$

$$2K + 2B = 26$$

Husk at; $K + B = 13$

Med de løsningene dere har kommet fram til, klarer dere denne oppgaven?

Carina kjøper to poser kakao, tre bananer og tre pakker Vestlandslefse for 66.

- Hvor mye koster én pakke Vestlandslefse?

LIGNINGER MED BLOKKMETODEN

Oppgave 1

Elevene løser oppgaven sammen med sine læringspartnere (5 min)

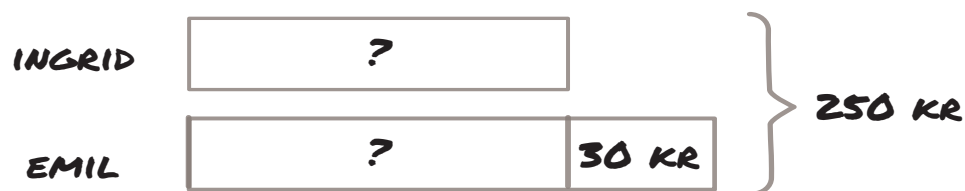
Ingrid og Emil får tilsammen 250 kroner i lommepenger. Emil får 30 kr mer enn Ingrid.

- Hvor mange kroner får Ingrid?
- Hvor mange kroner får Emil?



Lærer oppsummerer oppgaven og strukturerer elevenes løsninger, sånn at de andre elevene også forstår tankegangen.

Eksempel på løsning:



Elevene diskuterer med sine læringspartnere og gir eksempler på hvordan man kan skrive oppgaven som en likning. Deretter forklarer de hvordan man kan løse likningen.

Oppgave 2

Elevene prøver å løse oppgaven sammen med læringspartner (5 min)

Filip har 3 ganger så mange xbox-spill som Sofia. Til sammen har de 92 xbox-spill.

- Hvor mange xbox-spill har Sofia?
- Hvor mange xbox-spill har Filip?

Lærer oppsummerer og strukturerer elevenes løsninger, slik at alle elevene forstår tankegangen.

Eksempel på løsning:



Siden Sofia har en blokk betyr det at hun har 23 av spillene.

Elevene diskuterer med sine læringspartnere og gir eksempler på hvordan man kan skrive oppgaven som en likning. Deretter forklarer de hvordan man kan løse likningen.

Oppgave 3

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner (5 min).

Tuva, Emil og Memet har 159 kroner til sammen.

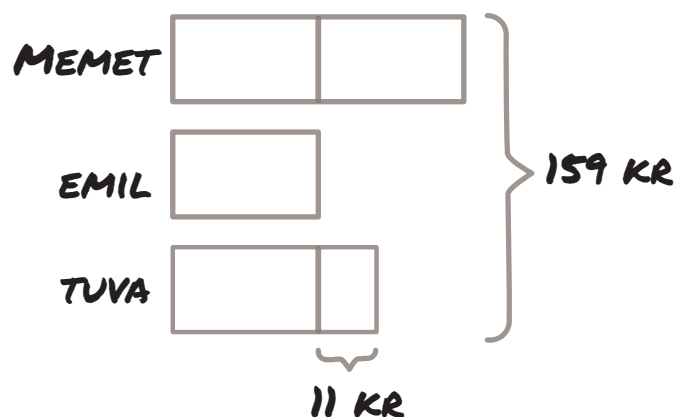
Tuva har 11 kroner mer enn Emil.

memet har dobbelt så mange kroner som Emil.

- Hvor mange kroner har Memet?

Læreren oppsummerer oppgaven og strukturerer elevenes løsninger, slik at alle elevene forstår tankegangen.

Eksempel på løsning:



Elevene diskuterer med læringspartner og gir eksempler på hvordan man kan skrive oppgaven som en likning, og forklarer hvordan man kan løse likningen.

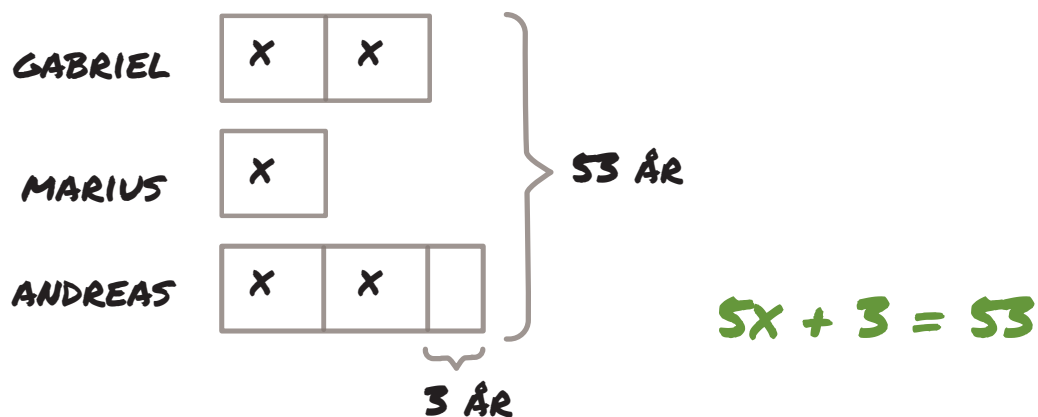
Oppgave 4

Elevene prøver å løse oppgaven (Eksamen 10. trinn 2015) sammen med læringspartner (5 min).

Marius er halvparten så gammel som Gabriel. Andreas er tre år eldre enn Gabriel. Tilsammen er de 53 år.

Lag en ligning og bruk denne til å regne ut hvor gammel hver av guttene er.

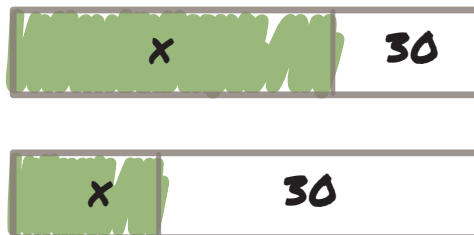
Læreren oppsummerer oppgaven og strukturerer elevenes løsninger, slik at alle elevene forstår denne måten å tenke på. Eksempel på løsning:



ALGEBRA VED BLOKKMETODEN

Siden vi ikke alltid kjenner den reelle størrelsen på den ukjente, kan det være lurt å indikere at blokken kan være kortere eller lengre enn det vi tegner. Det kan være en hjelp å visualisere den ukjente x med blokker, selv om vi ikke alltid vet den reelle størrelsen på den ukjente.

Algebrauttrykket er $x + 30$ og kan for eksempel illustreres på disse to måtene:



Oppgave 1

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

Elevene tegner blokker og skriver algebrauttrykket:

Ole er x antall år.

Oles far er 25 år eldre enn Ole.

OLE



Hvis Ole er 10 år. Hvor gammel er far?

Hvis Ole er 12 år. Hvor gammel er far?

FAR



Skriv uttrykket på tavla – elevene skal finne verdien av x

$$(3 \cdot x) + 5$$

Lærer leder elevene gjennom oppgaven ved å stille spørsmål underveis som setter i gang refleksjon.

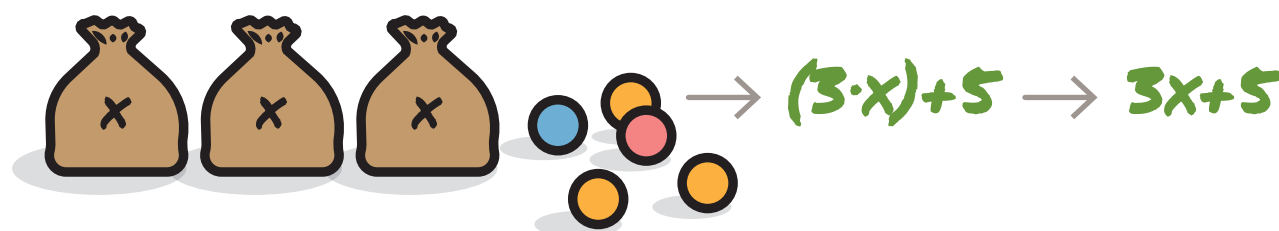
Elevene skal også vite hvordan man illustrerer tre like verdier ved hjelp av blokker. Ofte vet vi heller ikke hvor store blokkene skal være i forhold til blokken som illustreres. De kan være lengre eller kortere, avhengig av verdien av x .



Spørsmål

- Hvor mange like blokker?
- Hvorfor skal de være like?
- Hvor store skal blokkene være i forhold til blokken som illustrerer 5?

I algebraiske ligninger som involverer hele tall, kan uttrykket også illustreres med poser eller bokser som inneholder et ukjent antall. Elevene må forstå at posene inneholder et likt antall. Hver pose representeres da med samme bokstav.



Gjør elevene oppmerksomme på at man ikke skriver multiplikasjonstegnet, så i stedet for $3 \cdot x$, skriver vi $3x$. Bokstaven skrives etter tallet, vi skriver $3x$, ikke $x3$ (selv om multiplikasjon er kommutativ). Når det bare er $1x$ holder det å skrive x .

Oppgave 2

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner:

Farida har noen klinkekuler. Hun legger et ukjent (x) antall klinkekuler i poser.

Hun har 5 poser med like mange klinkekuler i hver pose.

I tillegg til klinkekulene i posene, har hun 3 klinkekuler til overs.

Uttrykke det totale antall kuler i form av x .

- Hvis $x = 10$, hvor mange klinkekuler har Farida?
- Finn verdien av $2x - 5$ når $x = 15$



AKTIVITET

Talltriks!

Talltriksene kan hjelpe elevene til å forstå hvordan algebraiske uttrykk fungerer. Be elevene gjøre følgende talltriks.

- Velg et tall. (For å gjøre dette enklere for elevene, du kan angi et tallområde, for eksempel under 100).
- Legg til 5.
- Doble tallet.
- Trekk fra 4.
- Halver tallet.
- Trekk fra det tallet du startet med.
- Stemmer det at tallet du har nå er 3?
- La elevene velge andre tall for å sjekke om resultatet alltid vil være 3.

Guide elevene gjennom de algebraiske uttrykkene:

Velg et tall	n
Legg til 5	$n + 5$
Doble begge tallene	$2n + 10$ (begge tallene må dobles)
Trekk fra 4	$2n + 10 - 4 = 2n + 6$
Halver begge tallene	$n + 3$ (begge tallene må halveres)
Trekk fra det tallet du startet med	$n + 3 - n = 3$ Resultatet blir alltid 3

UTFORDRING



Sammen med læringspartner

Bestemoren til Jim har 5000 kr som hun vil gi bort. Hun gir y kr til Jim.

Det som er igjen deler hun likt mellom Jims to søstre. Hvis $y = 1\,200$ kr

- Hvor mange kroner får hver av søstrene?

Tegn blokker og skriv algebrauttrykket



AVSLUTNING

Dette talltrikset innebærer to ukjente og plassverdisystemet.

Lærer får sjekket om elevene har god forståelse for plassverdisystemet.

Velg et tall mellom 0 og 9	n
Doble tallet	$2n$
Legg til 5	$2n + 5$
Multipliser med 5	$5(2n + 5) = 10n + 25$
Velg et annet tall mellom 1 og 9, og legg det til summen av de andre tallene	$10n + 25 + m$
Trekk fra 25	$10n + 25 + m - 25 = 10n + m$
Resultatet er et to-sifret tall, hvor sifferet på tierplassen er det samme som det første tallet du valgte, og sifferet på enerplassen er det samme som det andre tallet du valgte.	$10n + m$ står for et to-sifret tall, hvor det første sifferet er tieren($10n$), og den andre sifferet er enerne(m).

Ekstraoppgaver

Oppgave 1

Hvem passer sammen?

x står for et tilfeldig tall

Finn tekst og uttrykk som passer sammen:

A. 6 mer enn et tall

B. 6 mindre enn et tall

C. Det dobbelte av et tall

D. 2 mindre enn et tall

E. 2 mer enn et tall

F. 2 mer enn et tall i 5-gangen

1. $x - 2$

2. $x \cdot 2$

3. $6 + x$

4. $x - 6$

5. $2 + x$

6. $x + 2$

7. $x + 6$

8. $5 \cdot x + 2$

Oppgave 2

Finn verdien av hvert uttrykk når $n = 6$

- $n + 4$
- $10 + n$
- $15 - n$
- $n - 6$
- $4n$
- $10n$
- $\frac{n}{2}$
- $\frac{n}{6}$
- $\frac{n}{12}$

Oppgave 3

Tora har noen klementiner.

Hun legger like mange klementiner (x) i hver pose.

Tora fyller 5 poser med klementiner,
da har hun 3 klementiner til overs.

Antall klementiner til sammen = $5x + 3$.

- Hvis $x = 10$, hvor mange klementiner har Tora?
- Hvis $x = 5$, hvor mange klementiner har Tora?



x klementiner
i hver pose.
 $5x$ klementiner
i 5 poser

Tor lager ett påskeegg til hvert av sine 5 barn.

Han legger like mange karameller i hvert påskeegg,
og får 3 karameller til overs.

- Hvordan blir uttrykket som beskriver hvor mange karameller Tor har til sammen?
- Hva velger du som x ?
- Hvis x beskriver antall karameller i hvert påskeegg, og $x = 10$, hvor mange karameller har Tor?
- Hva om $x = 5$?



x karameller
i hvert påskeegg.
 x karameller
i 5 påskeegg

Oppgave 4

Jan gir 500 kr til sammen i ukelønn til sine 3 barn.

Han gir x kr til sin sønn. Resten deler han likt mellom sine 2 døtre.

- Hvis $x = 120$ kr, hvor mye får hver søster?
- Hvis $x = 150$ kr, hvor mye får hver søster?
- Forklar hvordan og hvorfor du kan finne løsningen ved hjelp av algebrauttrykket:

$$\frac{500 - x}{2}$$

Oppgave 5

Det grønne tauet er x meter langt. Det røde tauet er 3 ganger så langt som det røde.

- Hvis det grønne tauet er 9 meter langt, hvor langt er det røde tauet?
- Hvis det grønne tauet er 11 meter langt, hvor langt er det røde tauet?
- Hvis det grønne tauet er x meter, hvor langt er det røde tauet?



Oppgave 6

Berit er 3 ganger så gammel som Henrik. Petter er 4 ganger så gammel som Berit.

- Hvis Henrik er 4 år, hvor mange år er Petter?
- Hvis Henrik er 7 år gammel, hvor mange år er Petter? Og hvor gammel er Berit?
- Henrik, Berit og Petter er 32 år til sammen, hvor gammel er Berit? Tegn gjerne blokker og sett opp en likning.

Multiplikasjon og divisjon av brøk

BEGRUNNELSE

Brøk-konseptet er komplekst, og regning med brøker ligner ikke alltid regning med hele tall. For mange elever er det vanskelig å vite hvilke regler de skal bruke og når reglene skal brukes. Det gjelder spesielt når prosedyrer/regler innføres uten konseptuell forståelse hos elevene. Dette gjelder spesielt for multiplikasjon og divisjon av brøker. Det er viktig å bruke gode kontekster og illustrere brøkgregning med tegninger. Mange av problemene elevene har med brøkgregning, kommer når konkretiseringene forsvinner. Før multiplikasjon og divisjon av brøk innføres, bør brøkbegrepet være godt innarbeidet.

Multiplikasjon

Å multiplisere en brøk kan oppfattes som enklere enn å addere den, for her trenger vi ikke å finne fellesnevner. Regelen for multiplikasjon av brøk blir da lett å forholde seg til; «teller multipliseres med teller og nevner multipliseres med nevner». I denne økten fokuserer vi på hva som egentlig skjer når vi multipliserer brøker. Regelen må bli mer enn bare noe elevene følger rent mekanisk.

Når vi skal multiplisere brøk **oppfordrer vi til å bruke begrepet «av»** i stedet for «ganger med» **når første faktor er under èn**. Grunnen er at dette kan virke oppklarende.

For eksempel $\frac{3}{4}$ av $\frac{1}{2}$ vil kanskje føre til at elevene forstår multiplikasjon av brøk bedre.

Å lese uttrykket som $\frac{3}{4}$ ganger med $\frac{1}{2}$ kan medvirke til at elevene ikke forstår multiplikasjon med brøk.

Divisjon

Divisjon med brøk er komplisert. Elevene lærer seg ofte bare en regel uten forklaring, som «**multipliserer med den omvendte brøken**». Divisjon med brøk kan være vanskelig å se for seg. Elevene trenger å vite at divisjon brukes i forskjellige typer oppgaver, som f.eks «hvor mye får hver, når du deler 12 kg mel mellom 2 bakere» og «hvor mange ganger kan du måle opp 2 kg, når du har 12 kg mel».

Det gir ikke mening å dele 12 kg på $\frac{1}{2}$ baker,
men det gir god mening å måle opp 12 kg mel i porsjoner på $\frac{1}{2}$ kg.

Så det er smart å tenke «å måle» når man dividerer med en brøk.

Vi oppfordrer til å beskrive $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ som: «hvor mange sekسدeler er det i en tredel»?

Elevene kan også tenke «gjentatt subtraksjon»; $2 : \frac{1}{3} = ?$

Hvor mange ganger kan man trekke en tredel fra 2?

HVA LÆREREN SKAL SE ETTER

- Hvilken forståelse har elevene for multiplikasjon av brøk?
- Hvilken forståelse har elevene for divisjon og brøk?
For eksempel: hvor mange halve er det i 13?

- Kjenner elevene igjen likeverdige brøker: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{6}{12}$

- Ser elevene denne sammenhengen: $\frac{4}{7} = 4 \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$

OPPSTART AV TIMEN

- Lag en passende regnefortelling til $\frac{2}{3} : 6$
- Lag en passende regnefortellinger til $6 : \frac{2}{3}$

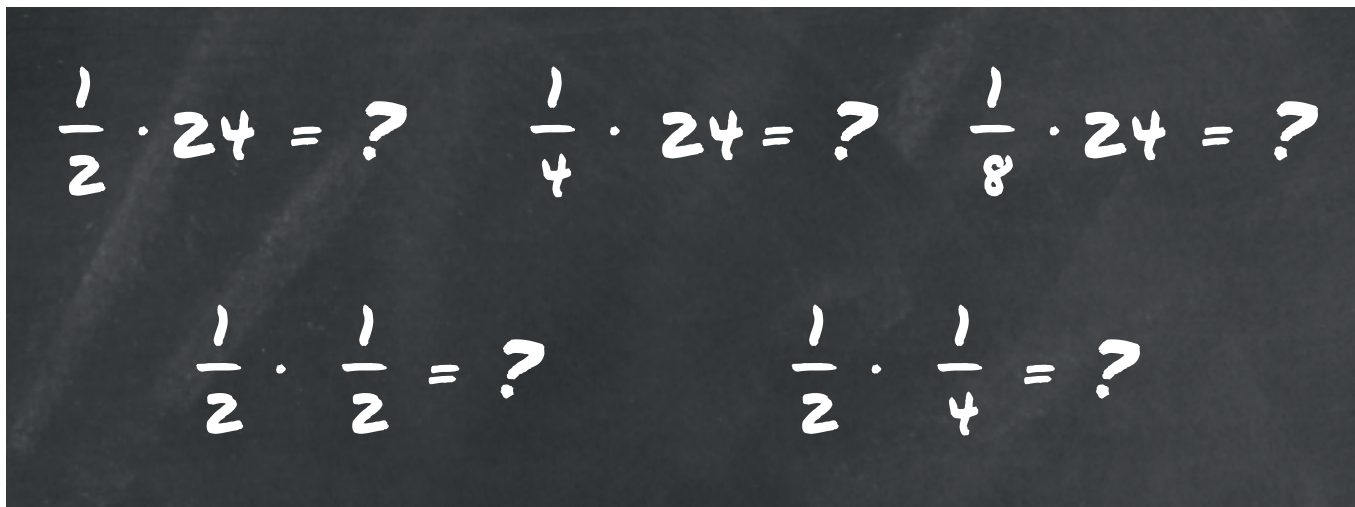
For å lage regnefortellinger som kan gi mening til uttrykket kan dere la elevene jobbe sammen med læringspartner i noen minutter. Det er fint hvis noen av gruppene har et forslag, men ikke nødvendig. Elevene vil få jobbe videre med oppgaven på slutten av økten.

Når elevene har jobbet en stund, still følgende spørsmål:

Hvilke av oppgavene er enklest å lage regnefortelling til, hvorfor tror dere det er slik?

BRØK OG MULTIPLIKASJON

Elevene diskuterer og løser oppgavene sammen med læringspartner (5 minutter)



Lærer oppsummerer oppgaven på tavla – tegner blokker og stiller spørsmål;

- a) Hvorfor kan vi erstatte multiplikasjonstegnet med begrepet «av» når vi leser regnestykket $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ og $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$?
- b) Hvorfor kan vi tenke halvparten av 24 når vi løser regnestykket $\frac{1}{2} \cdot 24$?
- c) Hvor mange hele epler er 24 halve epler?
- d) Hva er halvparten av en halv desiliter?

Oppgave 1

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = ? \quad \left(\frac{1}{3} \text{ av } \frac{1}{2} \quad \text{NB: tydeliggjør at du bruker begrepet «av»} \right)$$

Gjennomgå oppgaven sammen med elevene steg for steg mens du stiller spørsmål som setter i gang refleksjon.

Be elevene om å gi eksempel på kontekst eller regnefortelling til uttrykket, eksempel på tekstoppgave kan være:

Du får $\frac{1}{3}$ av en $\frac{1}{2}$ sjokolade. Hvor mye får du av hele sjokoladen?

Spørsmål: er det det samme om du får $\frac{1}{2}$ av en $\frac{1}{2}$ sjokolade?

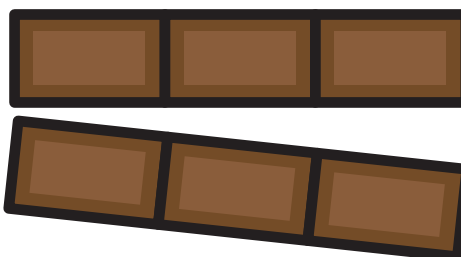
Vi deler sjokoladen i to, av den ene halvparten får vi en $\frac{1}{3}$

La elevene tegne selv før løsningen presenteres for elevene:

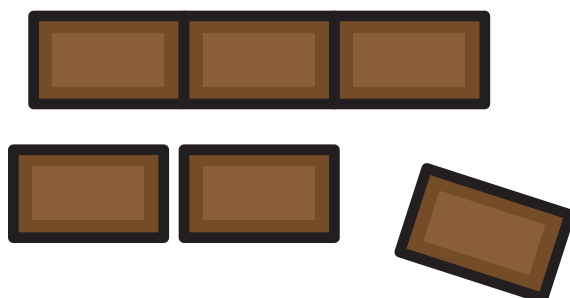
Her er sjokoladeplata:



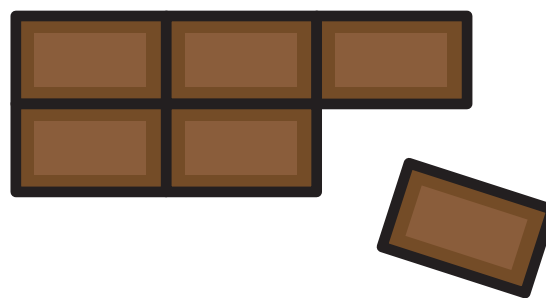
som vi deler i to:



Og så deler vi den ene halvparten i tre:



Da ser vi at en tredel av halvparten: en sjettedel ($\frac{1}{6}$) av hele plata.

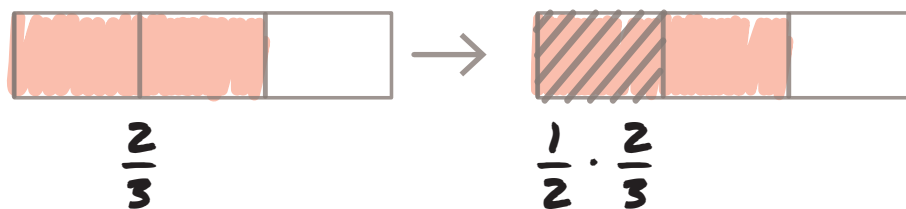


Oppgave 2

Læreren gjennomgår oppgaven på tavla.

Husk å si $\frac{1}{2}$ av $\frac{2}{3}$ når blokkene tegnes og still spørsmålene;

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = ? \quad \left(\frac{1}{2} \text{ av } 2 \text{ tredeler} \right)$$



Læreren viser også et rektangel med sidene $\frac{2}{3}$ og $\frac{1}{2}$

Oppgave 3

Elevene løser oppgavene sammen med læringspartner.

Se på blokken under og finn verdien av; $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$



Se på blokken under og finn verdien av; $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{7}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7}$



Oppgave 4

Læringspartnerne diskuterer og viser med tegninger hvorfor $2 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ blir $\frac{5}{6}$

Elevene skal også lage en tekstoppgave til uttrykkene.

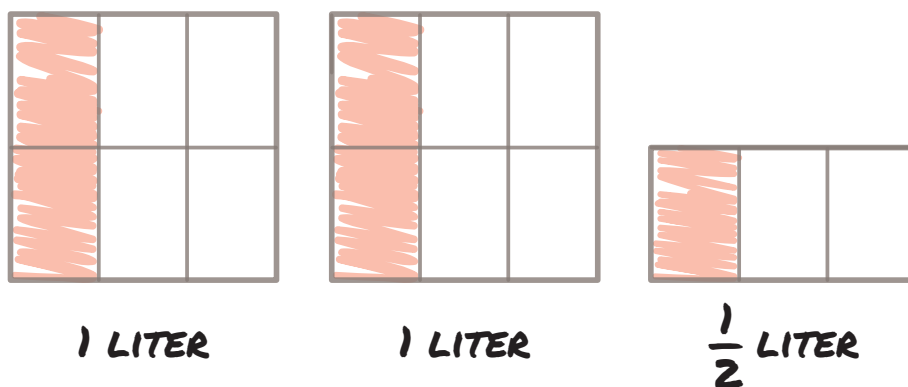
Eksempel på tekstoppgave: Du får en $\frac{1}{3}$ av $2 \frac{1}{2}$ liter brus.

- Hvor mye brus får du?

Merk at oppgaven også kunne vært: $2 \frac{1}{2}$ liter brus skal deles på tre personer.

- Hvor mye brus får hver av personene?

Tegn $2 \frac{1}{2}$ liter brus, og del i tre like deler. Del tredelene og vis at $\frac{1}{3}$ er det samme som $\frac{2}{6}$

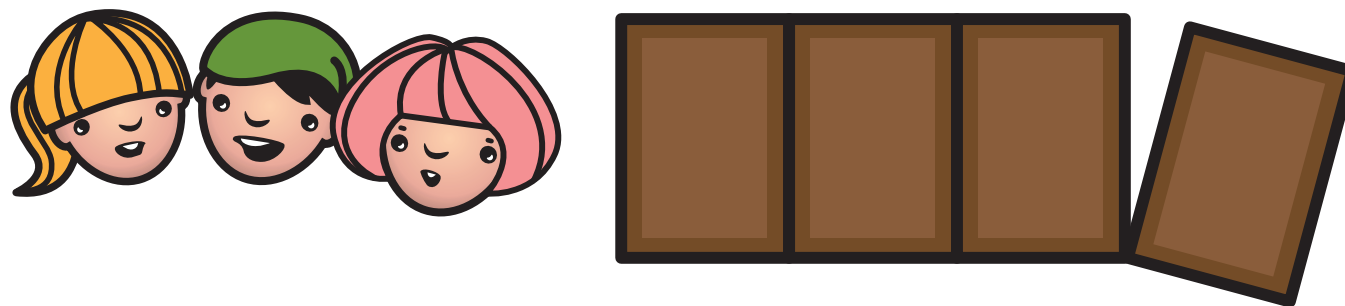


BRØK OG DIVISJON

Hvordan kan vi dele $\frac{3}{4}$ av en sjokoladeplate likt mellom 3 barn?

Læringspartnerne diskuterer, tegner og begrunner.

Oppsummer oppgaven og tydeliggjør at $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$



BRØK KAN OGSÅ VÆRE ET RESULTAT AV DIVISJON MED HELE TALL

Lærer stiller spørsmål, elevene får litt tid til å snakke sammen /tenke – lærer oppsummerer, tegner og stiller neste spørsmål:

Siri, Patrik og Caleb deler 4 pizzaer likt mellom seg.

- Hvordan kan dette skrives som brøk?
- Del 2 kaker likt mellom 3 personer. Hvor stor brøkdel får hver person?
- 3 pizzaer deles likt mellom 4 personer. Hvor stor brøkdel får hver person?
- Hvordan skriver man som brøk:

$$4 : 5 =$$

$$5 : 8 =$$

$$4 : 9 =$$

Oppsummer med å skrive på tavla og gjør oppmerksom på at brøk også er divisjon;

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

Og at brøken kan ses i sammenheng med multiplikasjon

$$\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Oppgave 1:

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

- Hva blir $\frac{2}{3} : 4$ Lag en tekst til oppgaven.

Lærer oppsummerer oppgaven ved å tegne blokker og stille spørsmål til elevene.

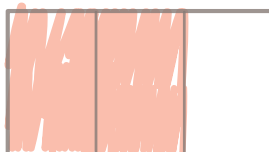
Eksempel på tekst: $\frac{2}{3}$ av et eple deles på fire. Hvor stor del av hele eplet får hver?

Oppsummer ved å vise at man kan tegne oppgaven slik:

Her er hele eplet:



Og her er $\frac{2}{3}$ av eplet:



Vi deler så $\frac{2}{3}$ i 4:



Tar ut en «bit»

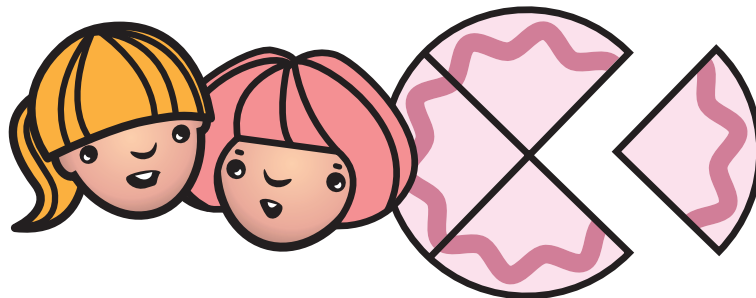
– og ser at vi får $\frac{1}{6}$ av det hele

Oppgave 2

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

To barn deler $\frac{3}{4}$ av en kake likt.

- Tegn og forklar hvor mye kake hver av dem får.



Oppgave 3

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

Tegn blokker og lag en kontekst til regnestykkene;

$$\frac{6}{7} : 2$$

$$\frac{1}{3} : 3$$

$$\frac{2}{5} : 4$$

Oppgave 4

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

Forklar og vis med tegning hvorfor;

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{1}{8}$$

$$6 : \frac{1}{2} = 12$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



Oppgave 5

Elevene løser oppgaven sammen med læringspartner.

Vi har en kanne med 7 liter saft, som skal fordeles på flasker som hver tar $\frac{1}{3}$ liter.

- Hvor mange flasker blir det?
- Tegn og forklar hvordan dere løser oppgaven.
- Hvordan tenker dere? – målingsdivisjon eller delingsdivisjon? – eller multiplikasjon?

UTFORDRINGER



Er $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ det samme som $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$? Tegn og begrunn, lag også en kontekst.

Finn verdien av $\frac{1}{2}$ av $\frac{1}{5}$. Tegn og lag kontekst.

Finn verdien av $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$. Tegn og sammenlign med forrige oppgave.

Finn verdien av $\frac{1}{4}$ av $\frac{2}{3}$. Tegn og forklar hvordan du har tenkt

OPPSUMMERING AV «STARTER»

Elevene skal nå prøve å løse samme oppgave som vi startet med. Læringspartnerne løser startoppgaven sammen:

- Lag en passende regnefortelling til $\frac{2}{3} : 6$
- Lag en passende regnefortelling til $6 : \frac{2}{3}$

Hvilken av de to oppgavene er enklest å lage regnefortelling til, og hvorfor?

Lærer og elever diskuterer følgende løsninger:

En passende tekstoppgave kan for eksempel være:

«To tredeler av en pizza skal deles på seks personer (resten har en sulten gjest spist opp).
Hvor mye (hvor stor del) får hver av de seks av hele pizzaen?»

Regner vi ut, finner vi at hver får en nidels pizza.

Dette er et eksempel på *delingsdivisjon*.

Vi kan spørre: Hvor *mye* fikk hver – av det vi hadde?



Hver person (6 personer) får $\frac{1}{9}$ av hele pizzaen.

Elevene løser følgende oppgaver:

- Per bruker 6 kg gressfrø til $\frac{2}{3}$ av plenen. Anslå hvor mye han trenger til hele plenen.
Prøv deretter å regne det ut (delingsdivisjon).
- Ole fordeler 6 kg sukker i poser. Sukkeret veies og legges i poser som hver tar $\frac{2}{3}$ kg.
Anslå hvor mange poser det blir. Prøv så å regne det ut (målingsdivisjon).
- Eva klipper opp 6 meter med silkebånd, båndet skal deles i biter på $\frac{2}{3}$ meter hver.
Anslå hvor mange biter Eva får av 6 meter. Prøv så å regne det ut.
- Ida fordeler 6 liter vann i flasker som rommer $\frac{2}{3}$ liter hver. Anslå hvor mange flasker Ida trenger.
Prøv så å regne det ut.

Ekstraoppgaver

Oppgave 1

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} =$$

- Hva tror du svaret omtrent skal bli?
- Forklar svaret du får – lag en kontekst og tegn for eksempel blokker

Oppgave 2

$$1 : \frac{2}{3} =$$

Du kan sikkert en regel for å løse denne oppgaven, men nå skal du forklare hvordan/hvorfor svaret ditt gir mening. Lag en regnefortelling til oppgaven.

Oppgave 3

- Hvor mange $\frac{1}{6}$ meter er det i 3 meter?
- Hvor mange $\frac{1}{2}$ timer er like lang tid som 4 timer?
- Hvor mange $\frac{1}{4}$ kg har samme masse som 3 kg?
- Hvor mange biter med bånd, hver på $\frac{1}{5}$ meter, hvis vi har 3 meter med bånd?

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ time} = 60 \text{ min}$$

Nina bruker 6 meter med bånd når hun pakker inn pakkene.

Hun bruker $\frac{2}{3}$ meter til hver pakke.

- Hvor mange pakker har hun bånd til?

Hans har 1 kg med kjøtt.

Han bruker $\frac{3}{4}$ av kjøttet til en gryterett.

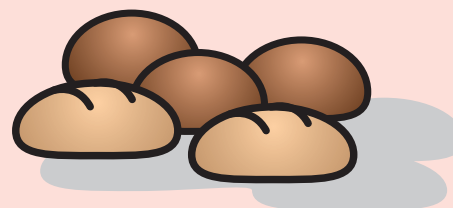
- Hvor mange kg med kjøtt har han igjen?

Oppgave 4

Seinab kjøper 6 kg med hvetemel.

Hun bruker $\frac{1}{3}$ av melet til boller og $\frac{1}{4}$ av det som er igjen til rundstykker.

- Hvor mye hvetemel har hun igjen?
- Hvor mye mel bruker hun til bollene?
- Hvor mye mel bruker hun til rundstykkene?



Oppgave 5

Line bruker $\frac{3}{5}$ av pengene hun har spart på en veske.

For resten kjøper hun 3 topper som koster 80 kr per stk.

- Hvor mye koster vesken?



Oppgave 6

Mikael bruker $\frac{2}{5}$ av pengene han har spart på en skjorte.

Så kjøper han en jakke som koster 50 kroner mer enn skjorten.

Han bruker 1 050 kroner til sammen.

- Hvor mange kroner har han igjen?

Vedlegg



$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Finn alle partallene i rutenettet og markér dem med en sirkel ○

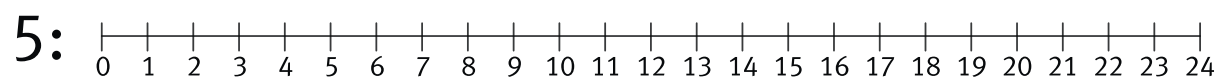
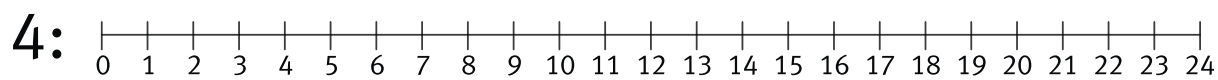
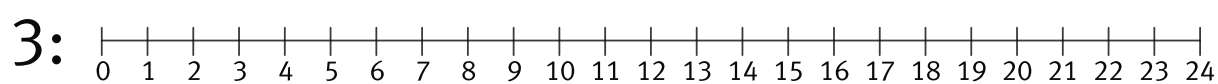
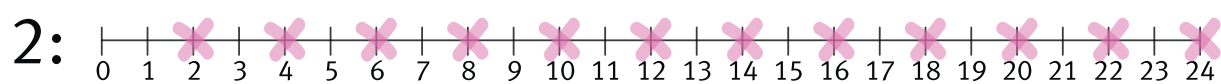
Finn alle tallene som kan divideres med 3 og markér tallene med en trekant, med «spissen» opp ▲

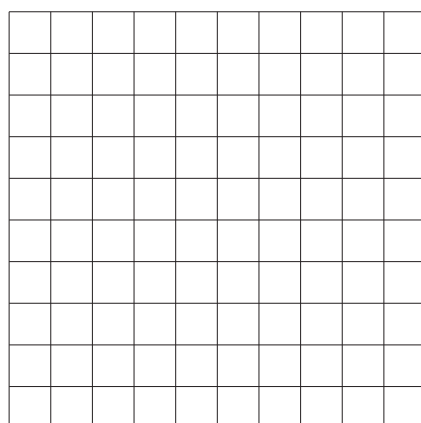
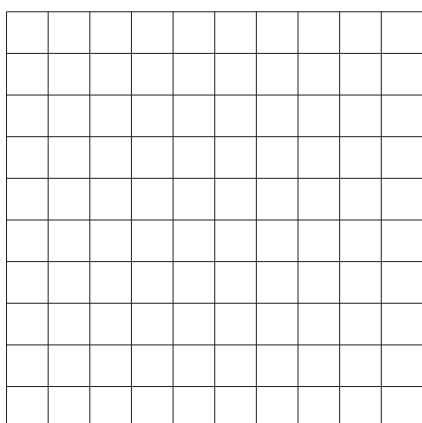
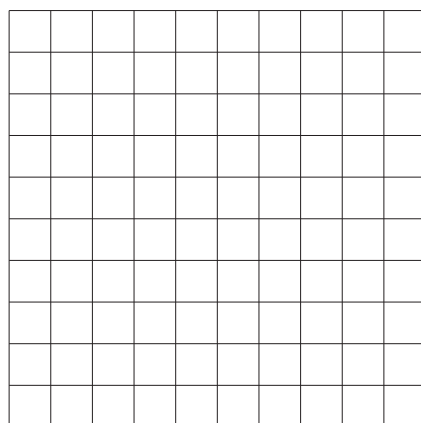
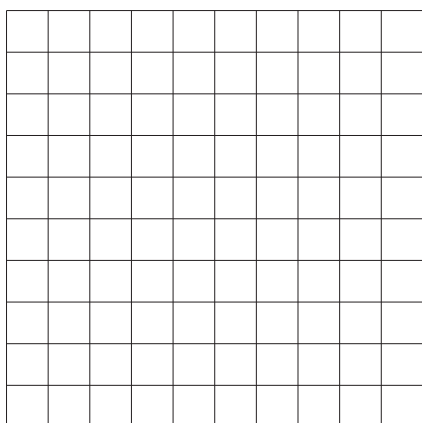
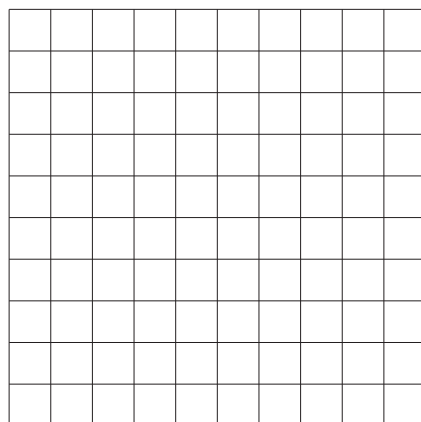
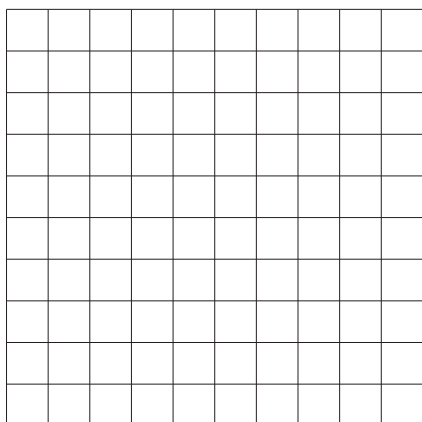
Finn alle tallene som kan divideres med 5 og markér tallene med en firkant □

Finn alle tallene som kan divideres med 6 og markér dem med en trekant med «spissen» ned ▼

Finn alle tallene som er delelig med 9 og markér dem med en «blomst» ☼

Finn alle tallene som er delelig med 10 og markér tallene med en firkant med «spissen» ned ◆





Utdanningsetaten

Strømsveien 102
Pb 6127 Etterstad, 0602 Oslo
Tlf: 21 80 21 80
Faks: 22 65 79 71

www.ude.oslo.kommune.no
postmottak@ude.oslo.kommune.no

