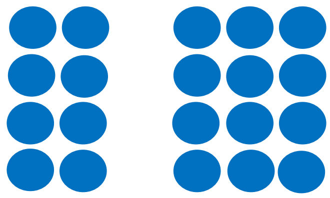
Kvikkbilde – 2 · 4 + 3 · 4

Mål

Generelt: Sammenligne og diskutere ulike måter å se et antall på. Utfordre elevene på å resonnere omkring tallenes struktur og egenskaper, samt egenskaper ved regneoperasjoner.

Spesielt: Se tallet 20 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Distributiv egenskap ved multiplikasjon.

Gjennomføring



Et bilde blir vist til i elevene i ca. tre sekunder. Elevene skal prøve å merke seg hvordan prikkene er organisert, og etter en stund får de se bildet i nye tre sekunder. Elevene kan få bekreftet det de har tenkt eller muligheten til å justere det før diskusjonen starter. Under felles diskusjon må bildet være synlig og brukes aktivt til å sammenligne og resonnere.

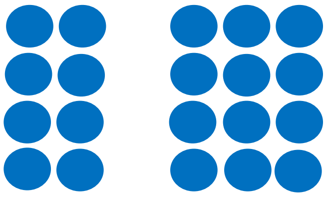
Elevene beskriver hvordan de ser bildet og hvilke strategier de bruker for å finne antall prikker. Etter hvert som elevene forklarer hva de ser, diskuterer man hvordan det kan uttrykkes symbolsk. Videre markeres det på bildet og utrykkene skrives på tavla. Merk at de symbolske utrykkene beskriver en tankegang, og ikke regnestykker som skal regnes ut.

Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Gi elevene tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger



Hensikten med aktiviteten er at elevene skal få erfaringer med at antall prikker i hele figuren er det samme, uansett på hvilken måte elevene organiserer eller deler opp figuren. På bakgrunn av dette kan man diskutere ulike egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Bilde til venstre er valgt ut med tanke på å fremheve den distributive egenskapen. Bildet kan også brukes som et utgangspunkt i diskusjon om den kommutative egenskapen ved multiplikasjon. Det er et samspill mellom det visuelle og det symbolske som kan bidra til utvikling av forståelse av de matematiske idéene man ønsker å fremheve.

Distributiv egenskap: (a + b) · c = a · c + b · c

En måte å tenke antall prikker på er å se at bildet består av to deler. I den ene delen er det to kolonner med fire prikker i hver, og i den andre er det tre kolonner med fire prikker i hver. Antallet prikker kan da uttrykkes symbolsk som 2 · 4 + 3 · 4.

En annen måte å se antallet på er å se figuren som helhet, bestående av fem kolonner med fire prikker i hver kolonne. Symbolsk kan dette uttrykkes som 5 · 4. Hvis måten man har kommet frem at det er fem kolonner er ved å se at det er to i den ene delen og tre i den andre, kan tankegangen beskrives symbolsk som (2 + 3) · 4.

Siden antallet er det samme uansett hvordan vi ser det, betyr det at 2 · 4 + 3 · 4 = (2 + 3) · 4 = 5 · 4. Sammenhengen kommer tydelig fram i bildet. En generalisering (andre tall enn 2, 3 og 4) av bildet kan brukes for å diskutere egenskapen (a + b) · c = a · c + b· c mer generelt (når a, b og c er positive hele tall).

Kommutativ egenskap: a · b = b · a

Kvikkbildet ovenfor kan brukes til å diskutere den kommutative egenskapen ved multiplikasjon.

Multiplikasjonen a · b, der a og b er positive hele tall, kan tenkes som gjentatt addisjon. Konvensjonen er at man tenker "a b-ere", altså at a · b = b + b +...+ b (a ganger). Multiplikasjon er kommutativ (a · b = b · a, for alle tall a og b). Det innebærer at rekkefølgen ikke spiller noen rolle. Med andre ord: b + b +... b (a ganger) er like mye som a + a +...+ a (b ganger) når a og b er positive hele tall. Når kunnskap om den kommutative egenskapen er etablert, trenger man ikke å være oppmerksom på rekkefølgen til tallene i en multiplikasjon. Men når denne egenskapen skal diskuteres, er det nødvendig at man har en felles tolkning av hva a · b som gjentatt addisjon står for.

I en diskusjon om den kommutative egenskapen kan man ta utgangspunkt i en av de to delene i bildet eller i hele bildet. Vi ser på den første delen med to kolonner med fire prikker i hver. Antall prikker kan ses som to 4-ere, altså 2 · 4, og den kan også ses som fire 2-ere, altså 4 · 2. En generalisering (andre tall enn 2 og 4) av bilde kan brukes for å diskutere egenskapen a · b = b · a mer generelt (når a og b er positive hele tall).

Symbolsk beskrivelse

Elever beskriver ofte sin tankegang i flere steg. Når de skal beskrive tankegangen symbolsk, kan det oppstå feil bruk av likhetstegn, for eksempel 6 · 4 = 24 · 2 = 48. Dette kan gjerne diskuteres eksplisitt. I stedet for å bruke likhetstegnet, kan piler brukes for å beskrive stegene i tenkingen: $6 \cdot 4 \rightarrow 24 \cdot 2 \rightarrow 48$. Bruk av piler er et steg på vegen mot å se flere operasjoner i et og samme uttrykk, gjerne ved bruk av parenteser. Dette vil være sentralt for å kunne diskutere egenskaper ved multiplikasjon og tallenes struktur.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut i to klasser på 4. trinn.

Elevene så antallet på ulike måter. Nedenfor er det noen eksempler:

- Det var 8 + 8 + 4, så tenkte jeg 8 + 8 er 16 også plusset jeg på 4.
- Jeg tok 2 ganger 4, pluss 3 ganger 4
- Det var 4 på det første og 4 på det andre også var det like mange. Sånn da ble det 8 + 8 tenkte jeg. Jeg tenkte at det ble 10 og 10, også ble det 20.
- Jeg telte de nederste først og fant ut at det var 5 (viser på tavla). 1, 2, 3, 4, 5 og så at det var 4 oppover der. 5 ganger 4.
- Jeg tenker fire fem ganger, 4 ganger 5.
- Fire pluss fire pluss fire pluss fire pluss fire

Når de ulike måtene å se antallet på er presentert (muntlig, på bildet og symbolsk), ledes diskusjonen mot sammenligning av dem. Så trekker man frem de betraktningene (måter å se antallet på) som passer til det faglige målet og rette elevenes oppmerksomhet mot det.

Under utprøvingen opplevde vi at elevene var opptatte av å gå inn i de ulike måtene å se antallet på og sammenligne dem. Den største utfordringen for elevene var å beskrive tankegangen symbolsk. Her måtte de tenke gjennom hvilken operasjon som skulle brukes, hvilke tall, hvilken rekkefølge av tall og av operasjoner. Bruk av parentesen var lite kjent for elevene, men kom veldig naturlig når elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt. De satte parentes rundt tallene i den regneoperasjonen de tenkte skulle utføres først.

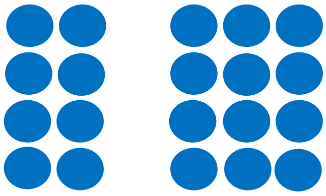
Vi opplevde at elevene var engasjerte i diskusjonen om hvordan de ulike strategiene skulle skrives symbolsk, hvordan de kunne sammenlignes som symbolske uttrykk og hvordan de kunne ses i relasjon med kvikkbildet og den muntlige beskrivelsen av strategien.

Under utprøvingen ønsket vi å få frem den distributive egenskapen, men vi opplevde at spørsmål om kommutativitet kom naturlig opp når man skal skrive de ulike forslagene symbolsk eller diskutere likheter/forskjeller. Selv om man ikke har kommutativitet som faglig mål for timen, bør man tenke gjennom elevers kjennskap til det fra før og være forberedt til å ta opp en diskusjon om det hvis det viser seg å være behov for det i diskusjonen med elevene.

Begrepet "distributiv egenskap ved multiplikasjon" ble ikke brukt under utprøvingen, men kan gjerne brukes i en oppsummering slik at elevene blir kjent med begrepene. (De grunnleggende egenskapene ved regneoperasjoner brukes i alle regnestrategier og arbeid med tall generelt. Det kan være en ide at man lager plakater i klasserommet med de ulike egenskapene og illustrasjoner som viser dem slik at elevene blir mer bevisste på dem og utnytter dem i sitt arbeid.)

Undervisningsnotat

Mål: Se tallet 20 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Distributiv egenskap ved multiplikasjon.



Gjenta (og presisere): Du sier at…. Mener du at….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	**Planlagt retning for diskusjon**
Vis bildet i tre sekunder. TENKETID Vis bildet en gang til, i tre sekunder. TENKETID Vurder om du vil bruke SNU-OG-SNAKK	Det vil ikke være tid nok til å telle. Oppfordre elevene til å se en struktur i bildet. Se etter kjente mønstre eller andre egenskaper ved bildet.
Samtale om de mentale bildene elevene har laget seg: Hvordan så du prikkene eller bildet? Hvordan tenkte du for å finne antall prikker? Ha figuren oppe, og marker på figuren. Utfordre elevene på hvordan vi kan skrive symbolsk det for eksempel Mari har tenkt. SAMTALETREKK	Dersom elevene svarer $5 \cdot 4$, få elevene til å forklare hvordan de så at det var kolonner, om de telte eller så det som $2 + 3$. Få fram ulike måter å se antallet på, og koble bildet, den muntlige beskrivelsen og det symbolske uttrykket sammen. Marker i figuren, grupper prikkene etter elevens forklaringer. Utfordre elevene på symbolsk notasjon som beskriver tankegang i form av ett utrykk.
Distributiv egenskap: Trekk frem uttrykk som passer for diskusjonen om det, $2 \cdot 4 + 3 \cdot 4$, $(2 + 3) \cdot 4$ og $5 \cdot 4$. Dersom en av strategiene som du ønsker å fremheve ikke dukker opp, kan de presenteres for eksempel slik: En elev i en annen klasse skrev dette regnestykket: $(2 + 3) \cdot 4$. Hvordan kan denne eleven ha tenkt? Generalisering ved å se på et annet eksempel og tilsvarende bilde av prikker ordnet i to rektangler med samme antall prikker i enten lengde eller bredde.	Distributiv egenskap: Hva er likt og hva er forskjellig mellom de symbolske utrykkene og de to måtene å se prikkene på? Hvorfor blir det likt? Drøfte hva dette innebærer (her fant vi ut $2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = (2 + 3) \cdot 4$, så det å gange 2 og 3 med 4 og så legge dem sammen er det samme som å ta 2+3 først, så gange med 4. Generalisering Vil det være slikt uansett tall? kan vi prøve på et annet eksempel? Hva kan være eksempelet? Vi trenger to tall som begge skal ganges med et tredje tall... lage et nytt eksempel. Vil det være likt som i stad? Kan regne ut på begge måter og sjekke at det blir det, men det er viktig at man tenker på et passende kvikkbilde for å se hvorfor det blir likt.
Oppsummering Spørre elevene hva de syntes var viktig i diskusjonen. Fremheve den distributive egenskapen. Prøve å få elevene til å delta aktivt i oppsummeringen og diskusjonen om den distributive egenskapen. Bruke ulike samtaletrekk	Bruke begrepet "distributiv egenskap", oppsummering muntlig og symbolsk hva det går ut på. Ta et eksempel det man bruker den distributive egenskapen i regning. Eksempel: når man skal regne ut $13 \cdot 6$ så kan man tenke på 13 som $10 + 3$. Da får man at $13 \cdot 6 = (10 + 3) \cdot 6 = 10 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 60 + 18$. Den midterste = kommer av den distributive egenskapen.