

Kvikkbilde – 4 · 12

Mål

Generelt: Sammenligne og diskutere ulike måter å se et antall på. Utfordre elevene på å resonnerer omkring tallenes struktur og egenskaper, samt egenskaper ved regneoperasjoner.

Spesielt: Se tallet 48 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Kommutativ og assosiativ egenskap ved multiplikasjon. Dobling som strategi.

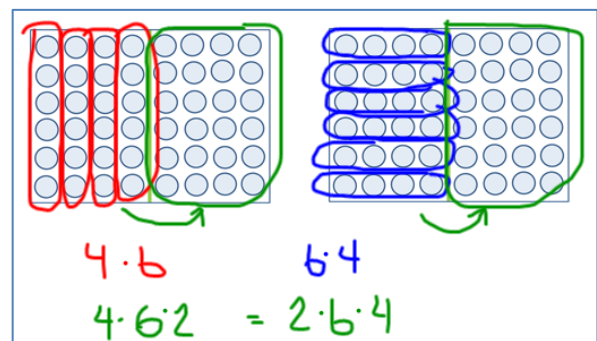
Gjennomføring



Et bilde blir vist til i elevene i ca. tre sekunder. Elevene skal prøve å merke seg hvordan sjokoladene er organisert, og etter en stund får de se bildet i nye tre sekunder. Elevene kan få bekreftet det de har tenkt eller muligheten til å justere det før diskusjonen starter. Under felles diskusjon må bildet være synlig og brukes aktivt til å sammenligne og resonnerer.

Elevene beskriver hvordan de ser bildet og hvilke strategier de bruker for å finne antall sjokolader. Etter hvert som elevene forklarer hva de ser, diskuterer man hvordan det kan skrives symbolsk. Det markeres på ei tegning av konfektesken og uttrykkene skrives på tavlen. Figuren viser eksempel på et notat etter gjennomføring.

Merk at de symbolske uttrykkene beskriver en tankegang, og ikke nødvendigvis regnestykker som skal regnes ut.



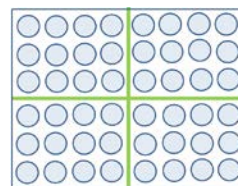
Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Gi elevene tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal få erfaringer med at antall sjokolader i esken er det samme, uansett på hvilken måte elevene organiserer eller deler opp bildet (bildet kan erstattes med ei tegning av konfektesken). På bakgrunn av dette kan man diskutere ulike egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Det er et samspill mellom det visuelle og det symbolske som kan bidra til utvikling av forståelse av de matematiske idéene man ønsker å fremheve.



Ulike måter å se antall sjokolader på:

$4 \cdot (3 \cdot 4)$ eller $4 \cdot (4 \cdot 3)$ – fire deler med tolv sjokolader i hver del ($4 \cdot 12$). Antallet kan betraktes som tre rader med fire sjokolader i hver rad, eller fire rekker med tre sjokolader i hver rekke.

$(4 \cdot 3) \cdot 4$ – altså 4 deler med 3 rader i hver og det er 4 i hver rad, $12 \cdot 4$.

$6 \cdot 8$ eller $8 \cdot 6$ – seks rekker med 8 sjokolader i hver rekke eller åtte rader med seks sjokolader i hver rad.

$((3 \cdot 4) \cdot 2) \cdot 2$ – Tre rader med fire sjokolader i hver rad, doble (halve esken) og doble en gang til.

$(12 \cdot 2) \cdot 2$ – ser tolv sjokolader (uten å tenke 3 og 4), doubler og doubler igjen.

$(2 \cdot 2) \cdot 12$ – To deler i eska på venstre side, doble (fire deler), multiplisere med antall biter i hver del.

Andre varianter kan beskrives symbolsk som $2 \cdot (2 \cdot 12)$, $(2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 4)$ eller $2 \cdot (2 \cdot (3 \cdot 4))$.

Kommutativ egenskap: $a \cdot b = b \cdot a$

En sammenligning av betraktningene knyttet til $6 \cdot 8$ og $8 \cdot 6$ gir en illustrasjon av den kommutative egenskapen. Antall sjokolader i esken er det samme om man ser seks rader med åtte sjokolader i hver rad, eller åtte rekker med seks sjokolader i hver rekke. Man kan også studere den ene delen av esken og diskutere kommutativitet ut fra uttrykkene $3 \cdot 4$ og $4 \cdot 3$.

Assosiativ egenskap: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Man kan diskutere assosiativ egenskap ved multiplikasjon ved å sammenligne betraktningene

$(4 \cdot 3) \cdot 4 = 4 \cdot (3 \cdot 4)$. Utfordringen med at denne konfektesken er delt i fire, er at det blir to 4-ere i uttrykket. For å fremheve assosiativitet så bør de ikke "beveges", samme firer må representere det samme i begge uttrykkene. Det må være (4 deler · 3 rader i hver del · 4 sjokolader i hver rad) i begge tilfeller, men forskjellen er om man regner ut de to første eller de to siste tallene først.



Når dette skal tolkes inn i bildet kan man si at i første tilfelle, $(4 \cdot 3) \cdot 4$, regner man ut "antall rader med 4 i" først. I siste tilfellet, med $4 \cdot (3 \cdot 4)$ regner man ut antallet i en av de fire delene først.

Dobling

Esken er delt i fire like deler. Antall sjokolader (a) i én del kan dobles og så dobles igjen fordi $a \cdot 4 = a \cdot 2 \cdot 2$ fordi $2 \cdot 2 = 4$. Dette kan drøftes i tilknytning til assosiativitet siden $(a \cdot 2) \cdot 2 = a \cdot (2 \cdot 2)$

Symbolsk notasjon

Elever beskriver ofte sin tankegang i flere steg. Når de skal beskrive tankegangen symbolsk, kan det oppstå feil bruk av likhetstegn, for eksempel $2 \cdot 12 = 24 \cdot 2 = 48$. Dette kan gjerne diskuteres eksplisitt.

I stedet for å bruke likhetstegnet, kan piler brukes for å beskrive stegene i tenkingen: $2 \cdot 12 \rightarrow 24 \cdot 2 \rightarrow 48$.

Bruk av piler er et steg på vegen mot å se flere operasjoner i ett og samme uttrykk, gjerne ved bruk av

$$2 \cdot 12 \rightarrow 24 \cdot 2 \rightarrow 48$$

Kvikkbilde – $4 \cdot 12$ – Erfaringer fra utprøving

parenteser. Dette vil være sentralt for å kunne diskutere egenskaper ved multiplikasjon og strukturen i tallet 48.

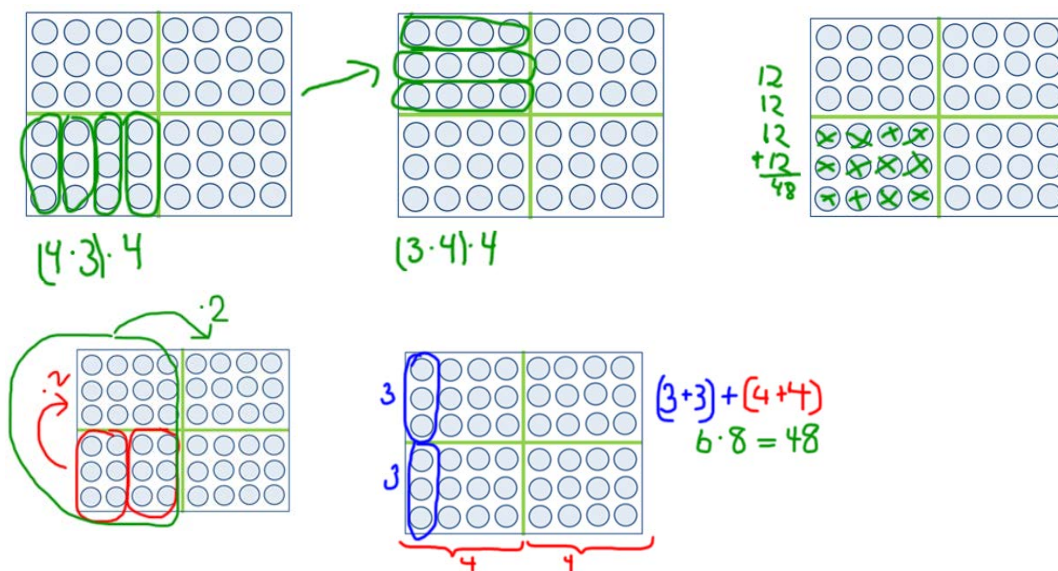
Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut på 5., 6. og 7. trinn. Organiseringen av klasserommene var ulik (lytte-krok eller parvis ved pultene), og elevgruppene hadde ulike størrelser. Aktiviteten er gjennomført både med Smart Board og tavle.

Valg av bilde og antall sjokolader.

Bildet ble valgt fordi det kan deles opp på flere måter for å få fram ulike måter å se et antall på. Konfektesken inneholder 48 sjokolader og et silkebånd deler esken inn i fire like deler, hver bestående av 12 sjokolader. Vi var forberedt på at elevene ville svare $4 \cdot 12$. Vi måtte utfordre elevene på å beskrive hvordan de kunne se at det var tolv sjokolader i hver del, og hvordan de kunne se at det var fire deler. Vi prøvde å tenke gjennom hvilke betraktninger elevene ville komme med, og planla hvilke av dem vi ville fremheve.

Elevene så bildet på ulike måter, og nedenfor er det noen eksempler:



Elevene måtte begrunne hvor de hadde fått tallene fra, og vise i figuren hva tallene representerte.

For eksempel: $4 \cdot (4 \cdot 3)$

4 – konfektesken er delt i fire like deler (ved hjelp av et silkebånd)

4 – rekker i hver del

3 – sjokolader i hver rekke

Vi utfordret elevene på hvordan ulike uttrykk kunne gi samme svar:

Hvordan kan du begrunne at $6 \cdot 8$ være det samme som $3 \cdot 4 \cdot 4$? Noen av elevene

begrunnet det gjennom bildet, og noen forklarte det ved å faktorisere tallene i

uttrykkene: $6 \cdot 8 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$ og $3 \cdot 4 \cdot 4 = 3 \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2)$. De så at begge uttrykkene bestod av en treer og fire toere.

$$(3 \cdot 4) \cdot 4 = (4 \cdot 3) \cdot 4$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 8 = 2 \cdot (3 \cdot 8)$$

Hvordan kan $8 \cdot 6$ være det samme som $4 \cdot 12$?

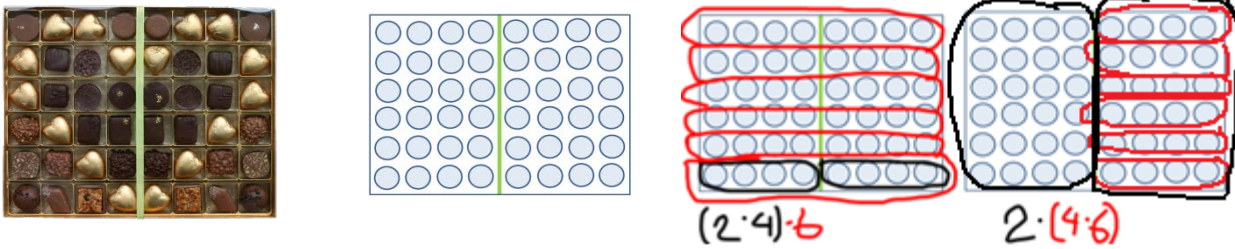
Her var målet å se om elevene kunne argumentere med dobling og halvering (eller faktorisering). Det var

Kvikkbilde – $4 \cdot 12$ – Erfaringer fra utprøving

vanskelig for elevene som deltok i utprøvingen å argumentere for dette. De så at begge ble 48 og ga begrunnelser som: «fordi» eller «det bare blir sånn..». Et par elever kommenterte at 8 er det dobbelte av 4, og 12 er det dobbelte av 6, men de kunne ikke begrunne hvorfor det fungerer. Her bør man oppfordre elevene til å begrunne ut fra bildet. Vise hva som dobles og hva som halveres.

Tips til endringer

I og med at båndet delte esken inn i fire deler, kom de fleste elevene fram til $4 \cdot 12$ sjokolader. Det innebar at de fleste elevene hadde et regnestykke med ett tretall og to firetall. Selv om elevene hadde god kontroll på hva tallene representerte, og viste i figuren hvor de fant igjen tallene, har vi i ettertid drøftet om det hadde vært bedre om esken var delt i to.



I en todeling ville det kanskje vært enklere å illustrere kommutative og assosiative egenskaper ved multiplikasjon i tegningen, $(2 \cdot 4) \cdot 6 = 2 \cdot (4 \cdot 6)$. Her blir det tydeligere at tallene representerer det samme i begge uttrykkene, forskjellen er bare hva man regner ut først (2 deler \cdot 6 rader i hver del \cdot 4 sjokolader i hver rad)

Oppsummering:

Under utprøvingen hadde vi ulike faglige mål og en åpen diskusjon med elevene. Hvis det faglige målet er kommutativ og/eller assosiativ egenskap, bør diskusjonen ledes mot det. Man kan trekke frem de betraktningene som passer til det faglige målet og rette elevens oppmerksomhet mot det.

Bruk av parenteser kom veldig naturlig når elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt. De satte parentes rundt tallene i den regneoperasjonen de utførte først. Den kommutative (og assosiative) egenskapen ved multiplikasjon forklarte elevene ved at de hadde de samme tallene, men multipliserte ut i ulik rekkefølge, og at antall sjokolader i konfektesken var det samme, uansett hvordan de betraktet bildet. Noen regnet for eksempel først ut antall deler og multipliserte med antall sjokolader i hver del, mens andre fant antall sjokolader i ei rad og så antall rader og multipliserte tallene.

Undervisningsnotat

Mål: Se tallet 48 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Studere kommutative og assosiative egenskaper ved multiplikasjon.



Gjenta (og presisere): Du sier at.... Mener du at....
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord? Vil du spørre «Nora» hva hun mente?
Resonnere: Er du enig eller uenig? Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
Vis bildet i tre sekunder. TENKETID Vis bildet en gang til, i tre sekunder. TENKETID Vurder om du vil bruke SNU-OG-SNAKK	Det vil ikke være tid nok til å telle. Oppfordre elevene til å se en struktur i bildet. Se etter kjente mønstre eller andre egenskaper ved bildet.
Samtale om de mentale bildene elevene har laget seg: Hvordan ser du sjokoladene i esken? Hvordan tenkte du for å finne antall sjokolader? Ha et bilde eller ei tegning av konfektesken oppe, og marker på tegningen. Utfordre elevene på hvordan vi kan skrive symbolsk det for eksempel Tore har tenkt. SAMTALETREKK	Dersom de sier $12 \cdot 4$ (eller 6×8), må vi utfordre dem på hvordan de ser 12 og 4 (eller 6 og 8). Få fram ulike måter å se 48 på, og koble bildet, den muntlige beskrivelsen og de symbolske uttrykket sammen. Marker i bildet/tegningen, grupper sjokoladene etter elevens forklaringer. Utfordre elevene på symbolsk notasjon som beskriver tankegang i form av ett uttrykk, som ivaretar måter de har sett tolv og/eller fire på.
Kommutative lov for multiplikasjon: Trekk frem uttrykk som passer. Eksempel: $8 \cdot 6 = 6 \cdot 8$ Eller se på den ene delen av eska: $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$ Assosiative lov for multiplikasjon: Trekk frem uttrykk som passer. Eksempel: $(4 \cdot 3) \cdot 4 = 4 \cdot (3 \cdot 4)$	Kommutativ lov: Regner ut hvor mange rekker det er og multipliserer det med antall sjokolader i hver rekke. Eller antall rader med antall sjokolader i hver rad. Assosiativ egenskap: I uttrykket på venstre side av likhetstegnet regner en først ut antall rader med fire sjokolader (4 deler med tre i hver del), mens i den andre uttrykket regner man først ut antall sjokolader i hver firedel av esken.
Oppsummering Spørre elevene hva de syntes var viktig i diskusjonen. Fremheve kommutative og assosiative egenskaper. Vil de gjelde uansett tall?	Presisere eventuelle uklare formuleringer. Bruke begrepene kommutativ og assosiativ og egenskap. Generalisere egenskapene ved å tenke på tilsvarende bilder med andre tall.