

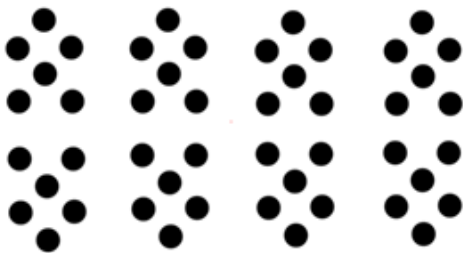
Kvikkbilde – 8 · 6

Mål

Generelt: Sammenligne og diskutere ulike måter å se et antall på. Utfordre elevene på å resonnerer omkring tallenes struktur og egenskaper, samt egenskaper ved regneoperasjoner.

Spesielt: Se tallet 48 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Assosiative og distributive egenskaper ved multiplikasjon.

Gjennomføring

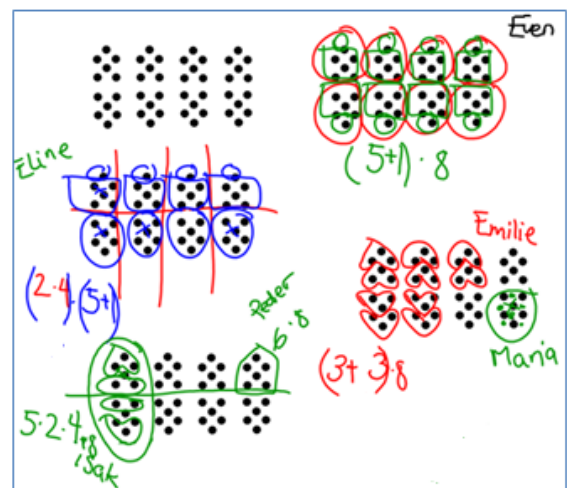


Et bilde blir vist til i elevene i ca. tre sekunder. Elevene skal prøve å merke seg hvordan prikkene er organisert, og etter en stund får de se bildet i nye tre sekunder. Elevene kan få bekreftet det de har tenkt eller muligheten til å justere det før diskusjonen starter. Under felles diskusjon må bildet være synlig og brukes aktivt til å sammenligne og resonnerer.

Elevene beskriver hvordan de ser bildet og hvilke strategier de bruker for å finne antall prikker. Etter hvert som elevene forklarer hva de ser, diskuterer man hvordan det kan uttrykkes symbolsk. Videre markeres det på bildet og uttrykkene skrives på tavla. Figuren viser eksempel på et notat etter gjennomføring.

Merk at de symbolske uttrykkene beskriver en tankegang, og ikke regnestykker som nødvendigvis skal regnes ut.

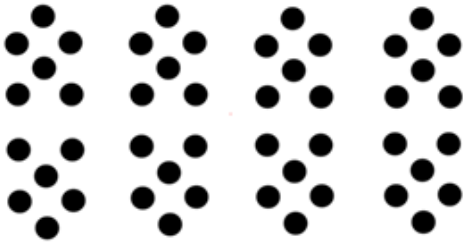
Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.



I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Gi elevene tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

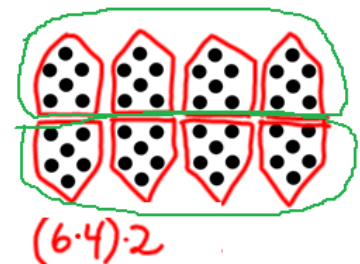
Matematiske sammenhenger



Hensikten med aktiviteten er at elevene skal få erfaringer med at antall prikker i hele figuren er det samme, uansett på hvilken måte elevene organiserer eller deler opp figuren. På bakgrunn av dette kan man diskutere ulike egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Det er et samspill mellom det visuelle og det symbolske som kan bidra til utvikling av forståelse av de matematiske idéene man ønsker å fremheve.

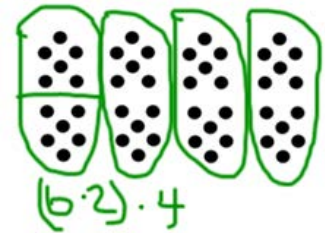
Assosiativ egenskap: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Prikkene kan betraktes som åtte grupper med seks prikker i hver gruppe. Gruppene er fordelt på to rader, med fire grupper i hver rad. Faktorene 6, 4 og 2 vil da inngå i uttrykkene. Antall prikker per rad kan regnes ut først og antallet dobles. For elevene kan det da være naturlig å foreslå notasjonen $(6 \cdot 4) \cdot 2$, fordi det beskriver rekkefølgen i tankegangen deres.



Andre mulige betraktninger:

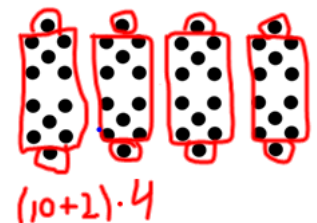
- $6 \cdot (4 \cdot 2)$ – Seks prikker i hver gruppe, fire grupper som speiles.
- $(6 \cdot 2) \cdot 4$ – Seks prikker som er speilet. Det er fire slike grupper.
- $(4 \cdot 2) \cdot 6$ – Fire grupper på ei rad i to like rader, multiplisert med 6 prikker i hver gruppe.



Tar man utgangspunkt i at kommutativ egenskap ved multiplikasjon er kjent for elevene fra før, kan man diskutere assosiativ egenskap ved multiplikasjon.

Distributiv egenskap: $a \cdot (b + c) = ab + ac$

Figuren til høyre viser en annen måte å betrakte bildet på. Man ser fire grupper med prikker som består av ti prikker i midten og to på kantene. En symbolsk beskrivelse kan da være $(10 + 2) \cdot 4$. Bildet kan også betraktes som fire tiere og fire toere, altså som $(10 \cdot 4 + 2 \cdot 4)$.



En sammenligning av de to betraktningene gir en illustrasjon av den distributive egenskapen.

Symbolisk beskrivelse

Elever beskriver ofte sin tankegang i flere steg. Når de skal beskrive tankegangen symbolsk, kan det oppstå feil bruk av likhetstegn, for eksempel $6 \cdot 4 = 24 \cdot 2 = 48$. Dette kan gjerne diskuteres eksplisitt. I stedet for å bruke likhetstegnet, kan piler brukes for å beskrive stegene i tenkingen: $6 \cdot 4 \rightarrow 24 \cdot 2 \rightarrow 48$. Bruk av piler er et steg på veien mot å se flere operasjoner i et og samme uttrykk, gjerne ved bruk av parenteser. Dette vil være sentralt for å kunne diskutere egenskaper ved multiplikasjon og strukturen i tallet 48.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut på 5., 6. og 7. trinn. Organiseringen av klasserommene var ulik (lytte-krok eller parvis ved pultene), og elevgruppene hadde ulike størrelser. Aktiviteten er gjennomført både med Smart Board og tavle.

Valg av figur og antall prikker

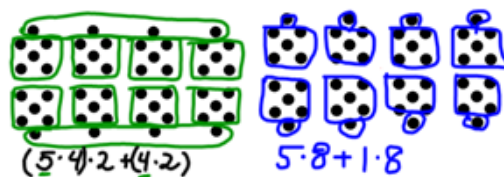
Bildet ble valgt fordi det innbyr til å se antall prikker på ulike måter. Vi var forberedt på at elevene raskt ville gi oss svaret $8 \cdot 6$. Vi måtte utfordre elevene på å beskrive hvordan de kunne se at det var seks prikker i hver gruppe, og hvordan de kunne se at det var åtte grupper. Vi prøvde å tenke gjennom hvilke betraktninger elevene ville komme med, og planla hvilke av dem vi ville fremheve.

Elevene så bildet på svært ulike måter, og vi kan gruppere svarene deres på denne måten: (vi presiserer at rekkefølgen på faktorene beskriver rekkefølgen i elevenes tenking)

1. Finner antall prikker i ei gruppe, deretter antall grupper loddrett /vannrett.
 - teller en og en opp til seks, deretter $6 \cdot 4 \cdot 2$ eller $6 \cdot 2 \cdot 4$
 - ser seksergruppen som $1 + 5$, $3 + 3$ eller $4 + 2$, deretter multipliseres $6 \cdot 4 \cdot 2$ eller $6 \cdot 2 \cdot 4$
 - ser ei seksergruppe (på ulike måter) som er speilet, dobler den og dobler igjen



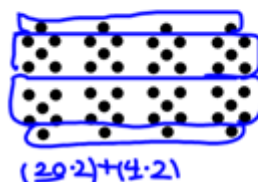
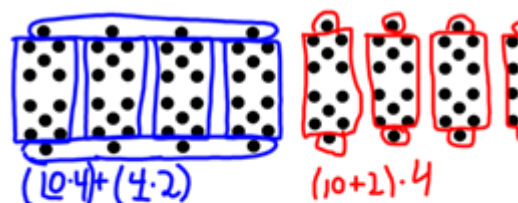
2. Gjenkjenner figurer i bildet og bruker de som utgangspunkt.
 - ser femmere og enere over og under, eksempel $5 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 2$ eller $5 \cdot 8 + 1 \cdot 8$



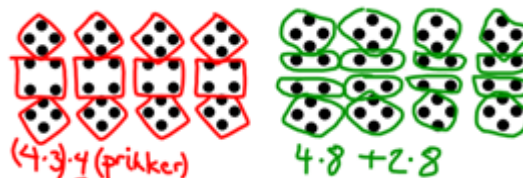
- ser femmer og toergrupper



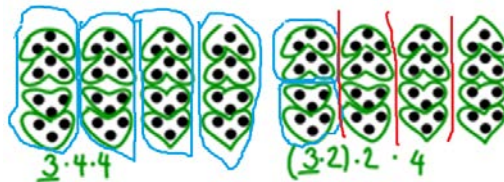
- ser femmerne i grupper med ti eller tjue og legger til enerne på ulike vis



- ser firergrupper, evt kombinert med toere



- ser treergrupper



Elevene måtte begrunne hvor de hadde fått tallene fra, og vise i figuren hva tallene representerte.

Eksempel i pkt 1, merket med grønt:

6 – betyr at det er seks prikker i ei gruppe.

2 – betyr at det er to rader.

4 – betyr at det er fire grupper i hver rad.

Eksempel i pkt 1, merket med rødt:

Her er det tre ulike totaltall, hver med sin betydning.

2 – det første totaltallet betyr at det er to grupper i første kolonne.

6 – betyr at det er seks prikker i hver gruppe.

2 – her betyr totaltallet at de to seksergruppene dobles (da har jeg fire slike grupper).

2 – her betyr totaltallet at de fire gruppene dobles (da har jeg åtte seksergrupper).

Vi utfordret elevene på hvordan ulike uttrykk kunne gi samme svar.

Elevene kunne forklare hvordan de gjorde utregningene underveis, begge sidene av likhetstegnet ble 48, de samme tallene gikk igjen på begge steder. De brukte ikke begrepet faktor eller faktorisering i forklaringene sine.

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 4 \cdot 2 \quad (5+1) \cdot 8 \\ 6 \cdot (4 \cdot 2) \quad 6 \cdot 8 \\ 6 \cdot 8 = 6 \cdot 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (6 \cdot 4) \cdot 2 \quad (3 \cdot 2) \cdot 4 \cdot 2 \\ 6 \cdot 4 \cdot 2 = 6 \cdot 4 \cdot 2 \end{array}$$

Oppsummering

Under utprøvingen hadde vi ulike faglige mål og en åpen diskusjon med elevene. Hvis

det faglige målet er assosiativ og/eller distributiv egenskap, bør diskusjonen ledes mot det. Man kan trekke frem de betraktningene som passer til det faglige målet og rette elevens oppmerksomhet mot det.

$$(2 \cdot 4) \cdot 6 = 2 \cdot (4 \cdot 6)$$

$$(5 \cdot 8) + (1 \cdot 8) = (5 + 1) \cdot 8$$

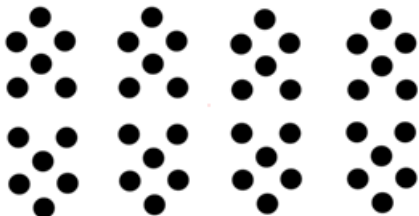
Bruk av parenteser kom veldig naturlig når elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt. De satte

parentes rundt tallene i den regneoperasjonen de utførte først. Den assosiative (og kommutative) egenskapen ved multiplikasjon forklarte elevene ved at de hadde de samme tallene, men multipliserte ut i ulik rekkefølge, og at antall prikker på bildet var de samme, uansett hvordan de valgte å dele opp bildet.

Noen regnet for eksempel først ut antall grupper og multipliserte med prikker per gruppe, mens andre fant antall prikker på raden og doblet antallet.

Undervisningsnotat

Mål: Se tallet 48 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Studere assosiative og distributive egenskaper ved multiplikasjon.



Gjenta (og presisere): Du sier at.... Mener du at....
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
 Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
Vis bildet i tre sekunder. TENKETID Vis bildet en gang til, i tre sekunder. TENKETID Vurder om du vil bruke SNU-OG-SNAKK	Det vil ikke være tid nok til å telle. Oppfordre elevene til å se en struktur i bildet. Se etter kjente mønstre eller andre egenskaper ved bildet.
Samtale om de mentale bildene elevene har laget seg: Hvordan så du prikkene eller bildet? Hvordan tenkte du for å finne antall prikker? Ha figuren oppe, og marker på figuren. Utfordre elevene på hvordan vi kan skrive symbolsk det for eksempel Mari har tenkt. SAMTALETREKK	Dersom elevene svarer $6 \cdot 8$, få elevene til å forklare hvordan de så at det var seks prikker og/eller åtte grupper. Få fram ulike måter å se 48 på, og koble bildet, den muntlige beskrivelsen og det symbolske uttrykket sammen. Marker i figuren, grupper prikkene etter elevens forklaringer. Utfordre elevene på symbolsk notasjon som beskriver tankegang i form av ett uttrykk, som ivaretar måter de har sett seks og/eller åtte på.
Assosiativ egenskap for multiplikasjon: Trekk frem uttrykk som passer. Eksempel: $(6 \cdot 2) \cdot 4 = 6 \cdot (2 \cdot 4)$ Dersom en av strategiene som du ønsker å fremheve ikke dukker opp, kan de presenteres for eksempel slik: En elev i en annen klasse skrev dette regnestykket: $(6 \cdot 2) \cdot 4$ Hvordan kan denne eleven ha tenkt? Hvorfor er det det samme som $6 \cdot (2 \cdot 4)$? Hva er likt og hva er forskjellig mellom de symbolske uttrykkene og de to måtene å se prikkene på? Distributiv egenskap: Trekk frem uttrykk som passer, for eksempel $8 \cdot (5 + 1) = 8 \cdot 5 + 8 \cdot 1$. Tilsvarende diskusjon som over.	Assosiativ egenskap: Regner ut hvor mange prikker det er i de fire gruppene på ei rad (parentesen markerer det), regner deretter ut to rader. Eller tenke at det er seks i ei gruppe og multiplisere det med antall grupper i de to radene til sammen. Parentesen viser hva som regnes sammen først. Distributiv egenskap: Elevene ser sekseren på ulike måter. Få de til å begrunne at åtte grupper med seksere er det samme som for eksempel åtte femmere og åtte enere til sammen. Beskrive og begrunne. Hvordan vise det i tegningen, og hvordan skrive det?
Oppsummering Spørre elevene hva de syntes var viktig i diskusjonen. Fremheve assosiative og distributive egenskaper. Vil de gjelde uansett tall?	Presisere eventuelle uklare formuleringer. Bruke begrepene assosiativ og distributiv egenskap. Generalisere egenskapene ved å tenke på tilsvarende bilder med andre tall.