Oppgavestreng 12 · 149

Mål

Generelt: Utvikle effektive strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner.
Begrunne strategier på enkelteksempler.

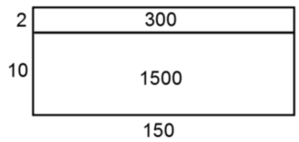
Spesielt: Utnytte vennlige tall i multiplikasjon. Ulike representasjoner av tall og regneoperasjoner.

Gjennomføring

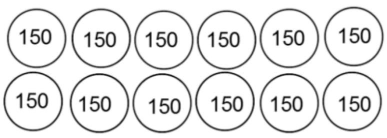
Oppgaver:
2 · 150
10 · 150
12 · 150
12 · 149

Læreren skriver oppgavene en og en på tavla. Når de fleste elevene viser at de har tenkt ferdig, spør læreren hvordan de kom fram til svaret. Læreren noterer elevenes tenkemåte med symbolsk notasjon og leder diskusjonen om de ulike strategiene. I diskusjonen fremhever læreren strategien der man utnytter de to første regnestykkene i arbeid med de to siste.

De to siste oppgavene i oppgavestrengen kan løses ved å ta i bruk svar elevene har funnet i tidligere oppgaver. Regnestykket 12 · 150 kan løses ved å legge sammen produktene av 2 · 150 og 10 · 150. Begrunnelse for hvorfor dette er riktig kan illustreres med 12 «poser» med 150 «kuler», rutenett eller areal.



I den siste oppgaven kan elevene bruke svaret fra 12 · 150 til å regne ut 12 · 149. Både posene, rutenettet eller areal kan brukes til å illustrere oppgaven. Læreren velger den representasjonen som er mest kjent for elevene.



Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Læreren bør bruke samtaletrekkene slik at elevene blir oppmerksomme på og reflekterer over hva andre sier. Elevene må få tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

Oppgaver:
$2 \cdot 150$
$10 \cdot 150$
$12 \cdot 150$
$12 \cdot 149$

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal utvikle hensiktsmessige strategier i arbeid med multiplikasjon. Mer spesielt, oppgavestrengen fremhever bruk av distributiv egenskap som en strategi i arbeid med multiplikasjon, $12 \cdot 150 = (2 + 10) \cdot 150 = 2 \cdot 150 + 10 \cdot 150$ og $12 \cdot 149 = 12 \cdot (150 - 1) = 12 \cdot 150 - 12 \cdot 1$. Et av målene med aktiviteten er at den gitte strategien skal begrunnes på de gitte eksemplene. Ulike representasjoner av tall og regneoperasjoner vil være nødvendige i denne sammenhengen.

Vurdering av tall og valg av hensiktsmessig strategi

Denne oppgavestrengen bygger på at elevene kan se et tall på ulike måter. For eksempel kan tallet 149 betraktes som 140 + 9, 100 + 49 osv. Denne oppgavestrengen oppfordrer elevene til å se 149 som 150 – 1. Dette gir mulighet til å regne med 150 som er et «vennligere» tall. Å vurdere en multiplikasjon med tanke på å finne «vennligere» tall å regne med, vil kunne forenkle regneprosessen i mange tilfeller. Kunnskap om egenskaper ved de involverte tallene og regneoperasjonen i et gitt regnestykke, gjør elevene i stand til å velge strategier som både er effektive og nøyaktige.

Ulike representasjoner av multiplikasjon og overganger mellom dem

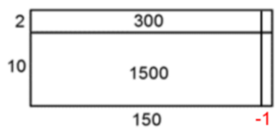
Målet med samtalen er strategien der man ser en av faktorene som en sum eller en differanse. Begge leddene multipliseres med den andre faktoren før man adderer eller subtraherer. Strategien bør beskrives muntlig, med matematiske symboler og med en illustrasjon eller en regnefortelling. Når man skal begrunne hvorfor strategien er en gyldig framgangsmåte, er det nødvendig å gi mening til multiplikasjon gjennom en regnefortelling eller en illustrasjon (se illustrasjoner under gjennomføring). Her kan man se multiplikasjon som like grupper, eller som antall ruter i et rutenett, eller som areal av et rektangel.

Det er viktig å være oppmerksom på at de ulike representasjonene av strategien kobles sammen, at man følger det som skjer både symbolsk, muntlig og gjennom illustrasjonen eller regnefortellingen.

Distributiv egenskap $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$ og $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$

Den distributive egenskap kan brukes til å regne ut alle oppgavene i denne oppgavestrengen,
$2 \cdot 150 = 2 \cdot (100 + 50) = 2 \cdot 100 + 2 \cdot 50$,
$10 \cdot 150 = 10 \cdot (100 + 50) = 10 \cdot 100 + 10 \cdot 50$,
$12 \cdot 150 = (10 + 2) \cdot 150 = 10 \cdot 150 + 2 \cdot 150$ og $12 \cdot 149 = 12 \cdot 150 - 12 \cdot 1 = 12 \cdot (150 - 1)$.

Begrunne strategien på de gitte regnestykkene



Man kan modellere den distributive egenskapen ved å tegne rutenett eller poser med «kuler». $12 \cdot 150$ kan modelleres med 10 + 2 poser med 150 «kuler», eller rutenettet deles inn slik at den distributive egenskapen blir synlig. $12 \cdot 149$ kan skrives som $12 \cdot (150 - 1)$. I en modell kan dette illustreres med at man tar bort en «kule» fra hver pose eller at rutenettet blir en kolonne kortere. Det er viktig å kombinere modellen med muntlig språk og symbolsk notasjon, slik at elevene forstår de regneoperasjonene de utfører.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut i en klasse på 5. trinn av en lærer som ikke kjenner elevene.

Det første spørsmålet var 2 · 150. To elever forklarte hvordan de regnet:

Emilie: Jeg tenkte pluss, etthundreogfemti pluss etthundreogfemti.

Ane: Jeg tenkte hundre pluss hundre og femti pluss femti.

I denne oppgavestrengen kunne man valgt å løfte fram begrunnelser for hvorfor man kan legge til en null når man multipliserer med 10. Siden dette ikke er et mål for aktiviteten, går man ikke i dybden på denne strategien i denne oppgavestrengen. Det vil alltid være slik når man jobber med oppgavestrenger at det kommer mange strategier, men alle strategier er ikke relevante for det faglige målet. Det kan oppleves som vanskelig som lærer å la være å gå i dybden av alle strategier som kommer opp.

Joakim: Jeg tok hundre gange ti er tusen og så femti gange ti er fem hundre.

Emilie: Jeg tenkte sånn atte jeg legger på en måte på en null da.

I vår utprøving av denne oppgavestrengen ble elevene utfordret på hvorfor de kan legge til en null.

Oliver: Fordi at når det er hundreogfemti eller seksti gange ti så kan du ta det og gange så får du svaret på det og så legger du på en null.
Olaug: Hvor mange ganger større blir svaret ditt da? Hvor mange større blir tallet?
Oliver: Øøhm … uklart.
Olaug: Hvis du tenker seksti gange ti da som du tok som eksempel.
Oliver: ti ganger høyer(e).
Olaug: Det blir ti ganger høyer, større. Greit, så derfor får du lov til å legge til en null.

Denne diskusjonen ble en avsporing med tanke på at det faglige målet var å utnytte vennlige tall i multiplikasjon. Oppgavestrenger er en kompleks aktivitet med tanke på at man kan få fram mange ulike strategier og det er krevende som lærer å velge å løfte fram de strategiene som gir best mulighet til å fremme det matematiske målet for aktiviteten.

Elevene benyttet den distributive egenskapen for å finne 12 · 150. Elevene utnyttet også at 149 er en mindre enn 150, men det ga tre ulike svar.

Snorre: Tolv gange etthundreogfemti det er jo ett tusen åtte hundre. Og da kan du ta tolv minus ett tusen åtte hundre. Det er bare ett tall mindre på etthundreogførtini, og da blir det ettusenåttehundreogåttiåtte.
Olaug: Du tenker det blir ettusenåttehundreogåttiåtte. Skriver 1888 etter likhetstegnet. Så du tenker at det svaret blir større?
*Snorre: Nei, ettusen**sju**hundreogåttiåtte [Legger trykk på sju]*
Olaug repeterer og retter opp på tavla. Er det noen som har noe annet forslag her? Du spekulerer litt du Joakim. Hva tenker du?
Joakim: Eeeh … jeg vet ikke … eeh … jeg tror det er ett tusen sju hundre og nittiåtte.
Olaug: Du tror det er ettusensjuhundreognittiåtte. Enn Oliver?
Oliver: Ettusen sju hundre og nittini.
Olaug: Du tror det er ettusensjuhundreognittini.
Oliver: For det er nesten egentlig det samme som svaret over, bare du trekker fra en.

Vår utprøving viste at det er nødvendig å kjenne klassen og hvilke modeller de er kjent med. Hvilke modeller man trekker inn vil være av avgjørende betydning for hvordan man kan beskrive, bruke og begrunne matematiske sammenhenger i oppgavestrengen. Vi prøvde å koble til rutenett, men dette var uvant for elevene. I dette tilfellet hadde poser med kuler vært enklere for elevene. Vi rotet oss litt bort i rutenett som modell og fikk ikke elevene helt med på dette. På den måten forsvant 12 · 149 som 12 · (150 - 1) i diskusjonen som fulgte.

Undervisningsnotat

Mål: Utnytte vennlige tall i hoderegning
Ulike representasjoner av tall og regneoperasjoner.

Oppgaver: 2 · 150 10 · 150 12 · 150 12 · 149	**Gjenta (og presisere)**: Du sier at.. Mener du at …. **Repetere (og reformulere):** Kan du gjenta med egne ord? Vil du spørre «Nora» hva hun mente? **Resonnere:** Er du enig eller uenig? Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det? **Tilføye:** Har du noe å føye til? **Snu og snakk:** Rask prat med sidemannen.

Oppgaver	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
2 · 150	Samtale om hvordan elevene har tenkt. Få frem ulike strategier og hvordan de uttrykkes symbolsk. Hva kan 2 ·150 være? Få inn en modell/regnefortelling her.	«Jeg regner 2 · 100 + 2 · 50 som er 200 + 100» «Jeg dobler 15 og legger til en 0» «Jeg dobler 150» «Jeg tenker 150 + 150» Mulig modell: 2 elever har 150 kr. Hvor mye har de til sammen?
10 · 150	La elevene beskrive hvordan de har kommet fram til svaret og begrunne med utgangspunkt i modell fra forrige oppgave.	Elever kan forslå å legge til en null. Vurder kort diskusjon om at tallet blir ti ganger større enn 150 og da blir enere tiere, tiere hundrere osv. Diskuter 10 ·150 som f.eks. 10 elever som har 150 kr hver. Til sammen har de 10 100-ere som er 1000, og 10 50-ere som er 500.
12 · 150	Få frem strategien og begrunne den: La elevene beskrive hvordan de har kommet fram til svaret og begrunne hvorfor svaret blir riktig. Bruke modellen/regnefortellingen fra de to første oppgavene i utforming av begrunnelsen	Framhev bruk av vennlige tall og de regnestykkene vi allerede kjenner: (10 + 2) · 150 = 10 · 150 + 2 · 150 «Jeg tar 1500 + 300, fordi vi har regnet ut 2 · 150 og 10 · 150 og 2 + 10 = 12» «Jeg tar 10 · 150 + 150 + 150» 12 · 150 kan være 12 elever som har 150 kr hver. Vi har allerede funnet ut hvor mye penger 10 elever har tilsammen, og vi har funnet ut hvor mye 2 elever har. Tilsammen blir det 12 elever. Vi deler dem i 10 og 2 fordi det har vi allerede funnet.
12 · 149	Bruke en annen variant av strategien, begrunne den. La elevene beskrive hvordan de har kommet fram til svaret og begrunne hvorfor svaret blir riktig. Bruke modellen/regnefortellingen fra oppgavene ovenfor i utforming av begrunnelsen.	Framhev bruk av vennlige tall og det regnestykket vi allerede kjenner: 12 · (150 – 1) = 12 · 150 – 12 · 1 «12 · 149 kan være penger 12 elever som har 149 kr hver. 149 er 1 mindre enn 150, og 12 · 150 vet vi fra før. Så vi kan tenke at de 12 elevene har 150 kr først og så gir de bort 1kr hver. Da har de tilsammen 12 ·149 kr og det blir det samme som 12 · 150 – 12 · 1.»
Opp-summering	Løft fram strategien med vennlige tall og diskuter oppgaver der det kan være naturlig å bruke den. Vil den gjelde uansett tall?	Diskuter strategien med andre regnestykker. Mulige regnestykker: 19 · 23. Diskuter ulike måter å dele opp faktorene på. (12 + 7) · 23, 19 · (20 + 3), (20 – 1) · 23, 19 · (30 – 7). Hvilke er mer eller mindre hensiktsmessig?