Oppgavestreng Halvering/dobling i multiplikasjon

Mål

Generelt: Resonnere omkring egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Bruke ulike representasjoner i utforskning og begrunnelse av egenskaper og strategier.

Spesielt: Diskutere relasjonen halvering/dobling på konkrete regnestykker, men også mer generelt. Bruk av ulike representasjoner til å argumentere for halvering/dobling generelt i multiplikasjon av hele tall.

Gjennomføring

Oppgaver:

$12 \cdot 5 \quad 6 \cdot 10$

$8 \cdot 25 \quad 4 \cdot 50.$

$244 \cdot 23 \quad 122 \cdot 46$

Læreren skriver regnestykkene $12 \cdot 5$ og $6 \cdot 10$ på tavla, spør om relasjonen mellom svarene (om de er like, ulike).

Lærer skriver to nye regnestykker: $8 \cdot 25$ og $4 \cdot 50$. Her skal man gå dypere inn og prøve å få frem at den ene faktoren er halvert mens den andre er doblet. Diskusjon om hva som skjer (gjennom en regnefortelling/illustrasjon) når det ene tallet dobles og det andre halveres i multiplikasjon - hvorfor svaret blir det samme.

Læreren presenterer det tredje paret av regnestykker, $244 \cdot 23$ og $122 \cdot 46$ og spør om svarene blir like eller ikke. Dette er "stygge tall", elevene ledes til ikke å regne, men heller å resonnere på samme måte som i stad. Generaliserer på denne måten begrunnelsen fra forrige eksempel og får mulighet til å diskutere (og argumentere) om halvering/dobling generelt.

Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Læreren bør bruke samtaletrekkene slik at elevene blir oppmerksomme på og reflekterer over hva andre sier. Elevene må få tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 20 minutter.

Matematiske sammenhenger

Oppgaver:

$12 \cdot 5 \quad 6 \cdot 10$

$8 \cdot 25 \quad 4 \cdot 50.$

$244 \cdot 23 \quad 122 \cdot 46$

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal utforske og resonnere omkring egenskaper ved tall og regneoperasjoner ved å bruke ulike representasjoner. Mer spesielt, oppgavestrengen legger til rette for en diskusjon om halvering/dobling i multiplikasjon: hvis en av faktorene i et multiplikasjonsstykke dobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme.
Regnefortelling og illustrasjon brukes til å resonnere om konkrete regnestykker og til å argumentere for halvering/dobling generelt i multiplikasjon av hele tall.

Utvikling av strategier innen multiplikasjon

Halvering/dobling er en generell egenskap ved multiplikasjon, dvs. hvis en av faktorene i et hvilket som helst multiplikasjonsstykke dobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme. Denne egenskapen ved multiplikasjon kan brukes som en strategi innen multiplikasjon. For eksempel, for å regne ut $36 \cdot 25$ kan man bruke halvering/dobling til å komme frem til et regnestykke som er lettere å regne ut, som $36 \cdot 25 = 18 \cdot 50 = 9 \cdot 100$. Et annet eksempel er $1{,}5 \cdot 32 = 3 \cdot 16 = 6 \cdot 8$. I andre regnestykker, som $244 \cdot 23$, er det kanskje noen andre strategier som er mer effektive å bruke enn halvering/dobling. Hensikten med oppgavestrengen er å diskutere halvering/dobling som en generell egenskap ved multiplikasjon. På et senere tidspunkt bør det diskuteres type regnestykker der halvering/dobling kan være en passende strategi å bruke.

Ulike representasjoner av multiplikasjon og overganger mellom dem

Når man skal begrunne hvorfor strategien er en gyldig framgangsmåte, er det nødvendig å gi mening til multiplikasjon gjennom en regnefortelling eller en illustrasjon. Her kan man se multiplikasjon som like grupper, eller som antall ruter i et rutenett, eller som areal av et rektangel. Det er viktig å være oppmerksom på at de ulike representasjonene av strategien kobles sammen, at man følger det som skjer både symbolsk, muntlig og gjennom illustrasjonen og regnefortellingen.

Assosiativ egenskap $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Halvering/dobling baserer seg på den assosiative egenskapen ved multiplikasjon. Eksempel:

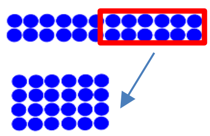
$$244 \cdot 23 = (122 \cdot 2) \cdot 23 = 122 \cdot (2 \cdot 23) = 122 \cdot 46$$

$$\text{Mer generelt: } a \cdot c = \left(\frac{a}{2} \cdot 2\right) \cdot c = \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot c)$$

Begrunne halvering/dobling på de gitte regnestykkene

En mulig begrunnelse for at $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ og $244 \cdot 23 = 122 \cdot 46$ er å bare regne ut regnestykkene på begge sider av likhetstegnet. Men en slik begrunnelse åpner ikke for resonnering om hva som skjer og hvorfor, og om halvering/dobling gjelder (tilfeldigvis) i bare noen eksempler eller om det gjelder generelt i multiplikasjon.

For å få mulighet til å utforske og resonnere mer generelt, er det nødvendig å gi multiplikasjonen en mening i form av en regnefortelling og/eller en illustrasjon. Her kan det være mulig å ta utgangspunkt i like grupper, rutenett (som illustrert her) eller areal.



Begrunne halvering/dobling generelt

Når likheten $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ er begrunnet gjennom en regnefortelling/illustrasjon kan tankegangen generaliseres til andre regnestykker. Her er et eksempel med bruk av like grupper:

Vi kan tenke oss 8 poser med 25 drops i hver. Da er det 8 · 25 totalt. Hvis vi nå slår sammen to og to poser til en større pose, så får vi 4 poser med 50 drops i hver, 4 · 50 drops totalt. Siden ingen drops er blitt borte eller lagt til, så er antallet det samme i begge situasjoner: 8 · 25 = 4 · 50.

Hvis vi nå har 244 poser med 23 drops i hver, så kan vi tenke på samme måte, så 244 · 23 =122 · 46.

Alle multiplikasjonsstykker med hele tall kan tenkes som poser med drops på samme måte, og vi kan alltid slå sammen to og to poser (kan bli en ekstra utfordring hvis antall poser er et oddetall, med tankegangen kan tilpasses. hvordan?) - antall poser halveres og antall drops i hver pose dobles. Totalt blir det like mange poser.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut i flere klasser. Erfaringene nedenfor er hovedsakelig fra en klasse på 5. trinn der aktiviteten ble prøvd ut av en lærer som ikke kjenner elevene.

Det andre spørsmålet var om regnestykkene 8 · 25 og 4 · 50, og forslaget om å bruke halvering/dobling som var hensikten med oppgavestrengen kom med en gang.

> Elev: *Begge svarene blir 200. 4 er halvparten av 8 og 25 er halvparten av 50.*

Læreren spurte om hvorfor det blir likt når det ene tallet blir halvert og det andre blir doblet. Eleven sa at det var vanskelig å forklare og læreren ba dem om å snakke sammen to og to. En av elevene kom deretter med følgende innspill:

> Elev 1: *Hvis vi tar 8 klinkekuleposer med 25 i hver.... Da blir det akkurat det samme som hvis du tar 4 med 50.*

Diskusjonen videre gikk på å bruke den regnefortellingen for å resonnere om sammenhengen. I en annen klasse aktiviteten ble prøvd ut kom elevene med en regnefortelling og sauer og bein, og den er ikke spesielt hensiktsmessig for å diskutere halvering og dobling. Det kan forventes at elevene ikke kommer med en hensiktsmessig regnefortelling og læreren må tenke gjennom andre måter å få inn en passende regnefortelling (enn å be elevene om en slik). Et alternativ kan være å presentere illustrasjon (som rutenett eller areal) og spørre om hvordan regnestykket kan illustreres med den, eller be elevene om en regnefortelling med poser og klinkekuler. Her er det viktig å ta utgangspunkt i en illustrasjon/regnefortelling elevene er vant til å bruke i arbeid med multiplikasjon.

I diskusjonen om 244 · 23 og 122 · 46 ba læreren elevene bruke den samme regnefortellingen, men det ble stille i klassen. Læreren startet opp med å fortelle om at det nå er 244 poser med 23 klinkekuler i hver, og etter hvert resonnerte elevene videre om at det måtte bli samme antall her også. Utprøvingen tyder at det kan være utfordrende for elevene generalisere tankegangen til et nytt eksempel. En mulighet her er å la elevene få ark og skrivesaker og la dem arbeide i små grupper før en fellesdiskusjon som tar utgangspunkt i deres tenking. Det kan være mulig at det er vanskelig for elevene å forstå spørsmålet i seg selv, at de er uvant med som skal til når læreren spør om en begrunnelse. Dette bør kanskje diskuteres med elevene ved å vise til forrige eksempel. Hvordan man vise at 8 · 25 = 4 · 50 slik at ingen kan være i tvil om at det er sant. Hvordan kan vi overbevise alle (også skeptikere) at 244 · 23 = 122 · 46 uten av vi regner ut stykkene?

Undervisningsnotat

Mål:
Diskutere relasjonen halvering/dobling på konkrete regnestykker, men også mer generelt.
Bruke ulike representasjoner til å argumentere for halvering/dobling generelt i multiplikasjon av hele tall.

Gjenta (og presisere): Du sier at.. Mener du at ….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Vil du spørre «Nora» hva hun mente?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?

Oppgaver	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
12 · 5 og 6 · 10	Læreren spør om hvilket av svarene er størst og hvordan de vet. Rollen til regnestykket er bare å samle elevers oppmerksomhet	Få frem begrunnelser for at svarene er like. Noen kan ha regnet ut begge stykkene og sjekket (hvordan de regnet ut er ikke viktig i denne samtalen, men det er fint hvis elevene forteller om det). Andre kan ha sett på relasjonen mellom tallene, at det ene er halvert og det andre doblet og konkludert ut fra det. Påpek forskjellen i tilnærmingen, men ikke gå videre med begrunnelse her
8 · 25 og 4 · 50	Læreren spør om hvilket av svarene er størst og hvordan de vet. Hvis ingen kommer med halvering/dobling, spør om de ser noen relasjoner mellom tall i de to regnestykkene. Går videre på å undersøke hvorfor det blir likt (uten å bare regne ut) . Be om en regnefortelling/illustrasjon av multiplikasjon eller foreslå en selv	Begrunnelsen kan være f.eks *Vi kan tenke oss 8 poser med 25 drops i hver. Da er det 8 · 25 totalt. Hvis vi nå slår sammen to og to poser til en større pose, så får vi 4 poser med 50 drops i hver, 4 · 50 drops totalt. Siden ingen drops er blitt borte eller lagt til, så er antallet det samme i begge situasjoner: 8 · 25 = 4 · 50.*
244 · 23 og 122 · 46	Blir svarene likt her også? Hvordan kan vi vite det uten å regne ut og sjekke (stygge tall å regne med, ikke særlig lurt heller, bedre å finne en annen måte å sjekke om det blir likt). Kan vi bruke samme regnefortelling som i stad? Hva blir likt, hva blir forskjellig nå?	Hvis vi nå har 244 poser med 23 drops i hver, så kan vi tenke på samme måte som i stad for å vise at 244 · 23 =122 · 46. Legg vekt på at elevene forteller med egne ord hva som skjer og hvordan det viser at de to stykkene har samme svar. Vurder en kort diskusjon om hva "begrunnelse" betyr i matematikk - at du overbeviser alle om at noe stemmer/ikke stemmer, at alle kan forstå hvorfor det stemmer eller ikke stemmer
Generalise ring	Gjelder dette alltid? At svaret i et multiplikasjonsstykke ikke endres når det ene tallet dobles og det andre halveres? Hvordan kan vi vite det? Kan vi bruke samme regnefortelling som i stad? Hva blir likt, hva blir forskjellig nå?	Alle multiplikasjonsstykker med hele tall kan tenkes som poser med drops på samme måte, og vi kan alltid slå sammen to og to poser (kan bli en ekstra utfordring hvis antall poser er et oddetall, med tankegangen kan tilpasses. Hvordan?) - antall poser halveres og antall drops i hver pose dobles. Totalt blir det like mange poser.
Opp-summering	Løft fram egenskapen (svaret i multiplikasjonsstykker endres ikke når det ene tallet dobles og det andre halveres), argumentasjonen og bruk av ulike representasjoner i oppsummeringen.	La elever komme med et regnestykke og prøv sammen å bruke halvering/dobling til å lage flere stykker som vi nå vet (helt sikkert) har samme svar som det opprinnelige.