Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Oppgavestreng "snille tall" i multiplikasjon

Mål

Generelt: Utvikle effektive strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner.
Begrunne strategier på enkelteksempler.

Spesielt: Utnytte snille tall i multiplikasjon. Begrunnelse for strategien på enkelt eksempler gjennom bruk av regnefortelling og/eller illustrasjon.

Gjennomføring

Oppgaver:
$4 \cdot 5$
$4 \cdot 50$
$4 \cdot 49$
$4 \cdot 52$

Læreren skriver oppgavene en og en på tavla. Når de fleste elevene viser at de har tenkt ferdig, spør læreren hvordan de kom fram til svaret. Læreren noterer elevenes tenkemåte med symbolsk notasjon og leder diskusjonen om de ulike strategiene. I diskusjonen fremhever læreren strategien der man utnytter $4 \cdot 50$ i arbeid med de to siste regnestykkene.

De to siste oppgavene i oppgavestrengen kan løses ved å ta i bruk svar elevene har funnet i tidligere oppgaver. Regnestykket $4 \cdot 49$ kan løses ved å utnytte at $4 \cdot 49$ er 4 mindre enn $4 \cdot 50$. Begrunnelse for hvorfor dette er riktig bør diskuteres med utgangspunkt i en regnefortelling og tilhørende illustrasjon (et eksempel er gitt senere i teksten, under "Matematiske sammenhenger"). Multiplikasjonen kan her representeres som like grupper, rutenett eller areal, avhengig av hva elevene er vant med.

Tilsvarende regnefortelling og illustrasjon bør brukes i siste regnestykket også når tilsvarende strategi brukes. Også der kan man bruke $4 \cdot 50$ for å finne ut hvor mye $4 \cdot 52$ er: $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$.

Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Læreren bør bruke samtaletrekkene slik at elevene blir oppmerksomme på og reflekterer over hva andre sier. Elevene må få tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

Oppgaver:

$4 \cdot 5$
$4 \cdot 50$
$4 \cdot 49$
$4 \cdot 52$

Hensikten med aktiviteten er at elevene skal utvikle hensiktsmessige strategier i arbeid med multiplikasjon. Mer spesielt, oppgavestrengen fremhever bruk av distributiv egenskap som en strategi i arbeid med multiplikasjon,

$$4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 - 4 \cdot 1 \text{ og } 4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2.$$

Et av målene med aktiviteten er at den gitte strategien skal begrunnes på de gitte eksemplene. Ulike representasjoner av tall og regneoperasjoner vil være nødvendige i denne sammenhengen.

Vurdering av tall og valg av hensiktsmessig strategi

Denne oppgavestrengen bygger på at elevene kan se et tall på ulike måter. For eksempel kan tallet 49 betraktes som 40 + 9, 10 + 39 osv. Denne oppgavestrengen oppfordrer elevene til å se 49 som 50 – 1. Dette gir mulighet til å regne med 50 som er et «snillere» tall og utnytte et regnestykke man allerede har funnet svaret på. Å vurdere tallene i et regnestykke med tanke på å finne «snillere» tall å regne med, vil kunne forenkle regneprosessen i mange tilfeller. Kunnskap om egenskaper ved de involverte tallene og regneoperasjonen i et gitt regnestykke, gjør elevene i stand til å velge strategier som både er effektive og nøyaktige.

Ulike representasjoner av multiplikasjon og overganger mellom dem

Målet med samtalen er strategien der man ser en av faktorene som en sum eller en differanse. Begge leddene multipliseres med den andre faktoren før man adderer eller subtraherer. Strategien bør beskrives muntlig, med matematiske symboler og med en illustrasjon/regnefortelling. Når man skal begrunne hvorfor strategien er en gyldig framgangsmåte, er det nødvendig å gi mening til multiplikasjon gjennom en regnefortelling eller en illustrasjon. Her kan man se multiplikasjon som like grupper, eller som antall ruter i et rutenett, eller som areal av et rektangel. Det er viktig å være oppmerksom på at de ulike representasjonene av strategien kobles sammen, at man følger det som skjer både symbolsk, muntlig og gjennom illustrasjonen og regnefortellingen.

Distributiv egenskap $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$ og $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$

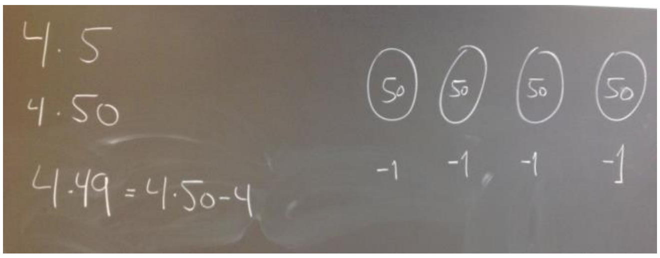
Strategien som er hensikten med oppgavestrengen baserer seg på den distributive egenskapen.

$$4 \cdot 49 = 4 \cdot (50 - 1) = 4 \cdot 50 - 4 \cdot 1 \qquad 4 \cdot 52 = 4 \cdot (50 + 2) = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$$

Begrunne strategien på de gitte regnestykkene

Regnestykket $4 \cdot 49$ kan løses ved å utnytte at $4 \cdot 49$ er 4 mindre enn $4 \cdot 50$. Begrunnelse for hvorfor dette er riktig kan diskuteres med utgangspunkt i en regnefortelling, som f.eks.:

Jeg har 4 poser med 50 klinkekuler i hver. Antall klinkekuler er altså $4 \cdot 50$. *Svaret på regnestykket* $4 \cdot 49$ *kan da tenkes som antall klinkekuler i 4 poser med 49 i hver pose. For å få 49 klinkekuler i hver av de opprinnelige posene, tar jeg bort 1 fra hver. Da har jeg 4 poser med 49 i hver, og 4 klinkekuler er tatt bort. Derfor er* $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 - 4 \cdot 1$.



Tilsvarende regnefortelling og illustrasjon kan brukes til å begrunne strategien der man bruker $4 \cdot 50$ for å finne ut hvor mye $4 \cdot 52$ er, $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut i en klasse på 5. trinn av en lærer som ikke kjenner elevene.

Det andre spørsmålet var 4 · 50. En av elever forklarte hvordan han regnet:

> Elev: *Siden 4 ganger 5 er 20 og så setter du bare på en null og det blir 200.*

I denne oppgavestrengen kunne man valgt å løfte fram begrunnelser for hvorfor man kan legge til en null når man multipliserer med 10. Siden dette ikke er et mål for aktiviteten, går man ikke i dybden på denne strategien i denne oppgavestrengen. Det vil alltid være slik når man jobber med oppgavestrenger at det kommer mange strategier, men alle strategier er ikke relevante for det faglige målet. Det kan oppleves som vanskelig som lærer å la være å gå i dybden av alle strategier som kommer opp.

På spørsmålet om 4 · 49, kom forslaget med strategien som var hensikten med oppgavestrengen med en gang.

> Elev: *196. Fordi at 4 ganger 50 er jo 200, så da må jo 4 ganger 49 bare være minus 4.*

Læreren spurte om hvorfor man kan gjøre det slikt, trekke 4 fra 4 · 50, og følgene forslag kom:

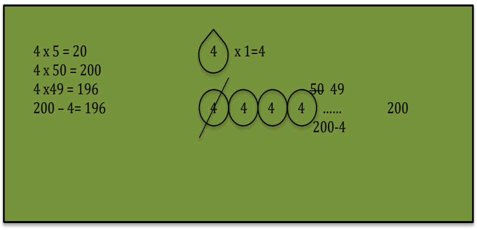
> Elev 1: *Fordi 49 er 1 mindre enn 50… Da kan… Og i 4-gangen… Hvis det er 4 ganger 49… Da må man ta… For hvis det er 4 ganger 50 er det 200, og da kan man bare ta minus 4, fordi at 49 er 1 mindre enn 50, og fordi 4… 4, 8, 12…*
>
> Elev 2: *Det er på en måte slik 4 i gangen, da.*

Elevene kom ikke med en regnefortelling og læreren valgte å foreslå en selv. Siden begge elevene ovenfor betraktet regnestykke som 4 + 4 + 4 + ..., gikk læreren videre på den måten å tenke 4 · 50 og 4 · 49 på.

> Lærer*: Hvis vi sier at jeg har en pose da. Med 4 klinkekuler oppi (tegner en pose og skriver 4 på den). Og så har jeg mange poser med 4 klinkekuler oppi. Er det noen som kan prøve å forklare det da?*

I diskusjonen videre om hvorfor strategier virker, ble følgende begrunnelse utformet:

> Elev: *Siden at når vi hadde 50, da hadde vi jo 200 klinkekuler og det er 4 i hver pose. Når vi tar bort en pose, da blir det jo minus 4 siden i den posen var det 4.*



Merk: Multiplikasjonen a · b, der a og b er positive hele tall, kan tenkes som gjentatt addisjon. Konvensjonen er at man tenker "a b-ere", altså at a · b = b + b +...+ b (a ganger). Multiplikasjon er kommutativ: a · b = b · a, for alle tall a og b. Det innebærer at rekkefølgen ikke spiller noen rolle. Med andre ord: b + b +... b (a ganger) er like mye som a + a +...+ a (b ganger) når a og b er positive hele tall. Når kunnskap om den kommutative egenskapen er etablert, trenger man ikke å være oppmerksom på rekkefølgen til tallene i en multiplikasjon. Men når denne egenskapen skal diskuteres, er det nødvendig at man har en felles tolkning av hva a · b som gjentatt addisjon står for. Kommutativitet var ikke et mål med diskusjonen knyttet til denne oppgavestrengen. Læreren hadde planlagt å illustrere 4 · 50 som 50 + 50 + 50 + 50, som konvensjonen tilsier. Når elevinnspillene gikk på 4 + 4 + ... + 4, så valgte hun å gå videre med det uten å diskutere dette videre med elevene.

Undervisningsnotat

Mål: Strategien der man utnytter snille tall i multiplikasjon. Begrunnelse for strategien på enkelt eksempler gjennom bruk av regnefortelling og/eller illustrasjon.

Oppgaver:

$4 \cdot 5$

$4 \cdot 50$

$4 \cdot 49$

$4 \cdot 52$

Gjenta (og presisere): Du sier at.. Mener du at ….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Vil du spørre «Nora» hva hun mente?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Oppgaver	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
$4 \cdot 5$	Rollen til regnestykket er bare å samle elevers oppmerksomhet og ev hjelpe elevene med neste regnestykke	Faktakunnskap for elevene, ingen videre diskusjon
$4 \cdot 50$	Regnestykket skal brukes i arbeid med de to neste. Be elevene komme med innspill om hvordan de har tenkt, men her er det ikke nødvendig å gå nærmere inn i noen fremgangsmåter.	Her er det ikke nødvendig å gå nærmere inn i noen fremgangsmåter. Eventuelt: Elever kan forslå å legge til en null. Vurder kort diskusjon om at $4 \cdot 50$ blir ti ganger større enn $4 \cdot 5$ siden "vi har ti ganger mer i hver pose" eller lignende. Fremhev også at 200 er ti ganger større en 20. Be gjerne elevene om å komme med resonnement for det.
$4 \cdot 49$	Samtale om hvordan elevene har tenkt. Få frem ulike strategier og hvordan de uttrykkes symbolsk. Hva kan $4 \cdot 49$ være? Få inn en regnefortelling/illustrasjon her som da brukes videre for å utforme en begrunnelse for $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 – 4 \cdot 1$	Framhev bruk av snille tall og de regnestykkene vi allerede kjenner: $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 - 4 \cdot 1$ Begrunnelsen kan være f.eks. *Jeg har 4 poser med 50 klinkekuler i hver. Antall klinkekuler er altså* $4 \cdot 50$. *Svaret på regnestykket* $4 \cdot 49$ *kan da tenkes som antall klinkekuler i 4 poser med 49 i hver pose. For å få 49 klinkekuler i hver av de opprinnelige posene, tar jeg bort 1 fra hver. Da har jeg 4 poser med 49 i hver, og 4 klinkekuler er tatt bort. Derfor er* $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 – 4 \cdot 1$ Regnefortelling og illustrasjon bør knyttes til det symbolske uttrykket som beskriver strategien.
$4 \cdot 52$	La elevene beskrive hvordan de har kommet fram til svaret og begrunne hvorfor svaret blir riktig. Bruke illustrasjonen/regnefortellingen fra forrige regnestykke i utforming av begrunnelsen	Framhev bruk av snille tall og de regnestykkene vi allerede kjenner: $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$. Tilsvarende begrunnelse som i forrige regnestykke.
Opp-summering	Løft fram strategien med snille tall og diskuter oppgaver der det kan være naturlig å bruke den.	La elever komme med eksempler. Få frem hvilke snille tall kan utnyttes og hvordan.