

Telle med 15 fra 4

Mål

- Generelt:** Søke etter mønster og sammenhenger. Gi grunner for at mønstrene oppstår. Lage nye mønstre ved å utnytte mønstre en allerede har funnet. Utfordre elevene på å resonnerer og kommunisere.
- Spesielt:** Beskrive egenskaper ved tallene. Se hvordan sifrene på ener-, tier- og hundrer plass øker. Finne økning fra kolonne til kolonne i samme rad.

Gjennomføring

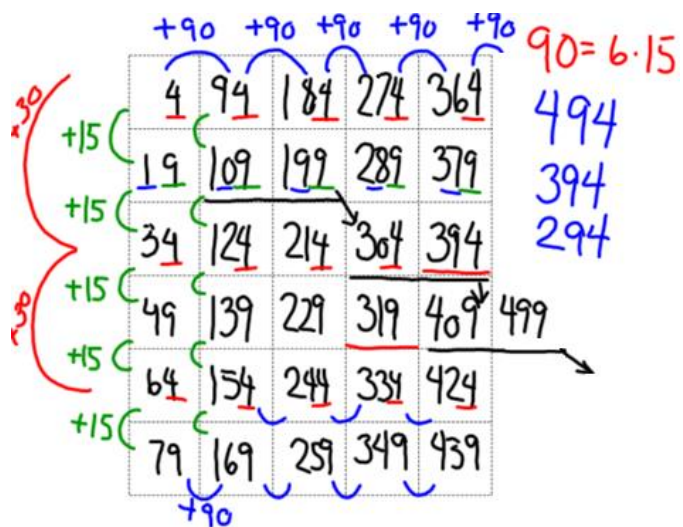
4	94	184	274	364
19	109	199	289	379
34	124	214	304	394
49	139	229	319	409
64	154	244	334	424
79	169	259	349	439

Tellingene starter på fire og vi teller med 15 om gangen. Her er der valgt å skrive tallene i kolonner på seks. Det kan være til hjelp å lage et tomt rutenett på forhånd. Start med å gi elevene litt tid til å tenke ut de to-tre neste tallene. Elevene skal si tallet i kor samtidig som læreren skriver tallet.

Tabellen fylles ut under tellingen og det er viktig å notere elevenes forslag og markere mønstre og sammenhenger i tabellen.

Figuren viser eksempel på en utfylt tabell etter gjennomføring.

Det kan være en idé å spare tabellen med notater slik at den kan brukes igjen senere.



I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som leder mot de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Vær nøye med å gi elevene tid til å tenke når de får noe å tenke over. Det skal være mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

4	94	184	274	364	Tellingene starter på 4 og øker med 15. Når vi går nedover i en kolonne øker vi 15 fra rad til rad. Hopper vi over en rad er økningen $2 \cdot 15 = 30$, hopper vi over to rader blir økningen $3 \cdot 15 = 45$ osv. Tallene i tabellen får vi ved å legge fire til femtengangen, $15 \cdot n + 4$ (starter med $n = 0$).
19	109	199	289	379	
34	124	214	304	394	
49	139	229	319	409	Med seks tall i hver kolonne får vi en forskjell på $6 \cdot 15 = 90$ mellom naboruter i to kolonner. Hopper vi over to kolonner blir økningen 180 osv.
64	154	244	334	424	
79	169	259	349	439	

Sifferet på enerplassen er alltid 4 eller 9. To femmere er ti, og annen hvert tall vil da ha samme antall enere. Femtengangen – som femgangen - ender alltid på fem eller null. Enerne i samme kolonne er fire og ni annen hver gang, fordi vi legger til fem enere og en tier hver gang. Enerne på samme rad er alltid like, fordi tallene øker med 90 mellom kolonnene (null enere).

På 10-erplassen minker tierne med en fra en kolonne til en annen ($34 - 124 - 214 - 304$), etter null begynner den på 9 igjen (394). Samtidig øker hundrerne med en for hver kolonne (noen unntak fordi det ikke går over til ny hundrer når vi legger til 90, eksempel $109 - 199$). Utfordre elevene til å se sammenhenger, å øke med hundre og minke med ti er det samme som å øke med 90 ($6 \cdot 15$). Innen samme kolonne øker tierne med en og to annenhver gang, fordi vi annenhver gang får en tier overgang, 5 enere + 5 enere.

Vi kan også gå på «skrå», f eks fra 109 til 214, ved å legge til 105. Vi går da først en kolonne til høyre, legger til 90, og en rad ned, legger til 15 – eller i motsatt rekkefølge. Det er også mulig å gå «oppover». Da må vi legge til 90 og subtrahere 15 for hvert steg (eller motsatt rekkefølge).

Dersom vi bruker tabellen som multiplikasjonstabell for 15-gangen, må vi addere fire fordi vi starter tellingen på fire.

Tallet i 1. rute: $0 \cdot 15 + 4 = 4$

Tallet i 2. rute: $1 \cdot 15 + 4 = 19$

Tallet i 3. rute: $2 \cdot 15 + 4 = 34$

Alle tall i tabellen kan skrives på formen $15 \cdot n + 4$.

Når vi adderer to tall i tabellen, blir fireren med to ganger. Dersom vi ønsker å finne et nytt tall i tabellen ved å addere to tall som er riktig plassert, må vi derfor subtrahere fire.

Eksempel:

$154 + 274 - 4 = 424$. Tallet 424 vil komme i tabellen.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut på 6. trinn.

4	94	184	274	364	Under utprøvingen hadde vi ulike stoppunkter for å diskutere mønstre og sammenhenger.
19	109	199	289	379	
34	124	214	304	394	Figuren viser ruter vi hadde planlagt å stoppe i (rød skrift) og ruter vi spurte etter tall i (markert sort).
49	139	229	319	409	
64	154	244	334	424	Erfaringen viser at aktiviteten kan åpne for rike matematiske diskusjoner om ulike mønstre og sammenhenger.
79	169	259	349	439	

Utformingen av aktiviteten med veksling mellom å telle i kor, se etter mønstre og sammenhenger og diskutere begrunnelser gir en naturlig variasjon og mulighet til å delta ut fra egne forutsetninger. God tenketid og bevisst bruk av ulike samtaletrekk er en forutsetning for å få fram elevenes tenkning.

OBS: Læreren bør ikke si tallene høyt sammen med elevene! Erfaring tilsier at elevene da blir mer passive.

Innspill elevene har kommet med

Nedenfor følger noen eksempler på utsagn elevene kom med underveis i klassesamtalen.

Stopp 79

Lærer spør elevene hvilket tall de tror kommer øverst i andre kolonne (94). Alle elevene svarer 94, men har to ulike forklaringer på hvordan de kom fram til tallet.

- Legger til fem og deretter ti.
- Legger til ti og deretter fem.

Stopp 139

Lærer spør etter mønstre elevene ser i tabellen så langt.

- Enerne alltid slutter på fire eller ni.
- Samme ener langs en rad, fire og ni annenhver gang.
- Annenhver gang ni og fire i samme kolonne.
- Tallene øker med 90 fra kolonne til kolonne i samme rad.

Stopp 214

Lærer spør etter om elevene ser andre mønstre.

- Tierne minker med en fra kolonne til kolonne i samme rad.
- Elevene ser at hundrerne øker med en.

Elevene sa ved forrige stopp at tallene fra en kolonne til en annen øker med 90. Lærer spør hvordan det er mulig dersom tierne minker med en?	4	94	184	
	19	109	199	
	34	124	214	?
	49	139		?

Elevene begrunner:

- Å øke med hundre og minke med ti er vil si å øke med 90.
 - 90 er det samme som hundre minus ti.
- | | | | |
|--|----|-----|--|
| | 64 | 154 | |
| | 79 | 169 | |

Telle i kor – Telle med 15 fra 4 – Erfaringer fra utprøving

Lærer spør hvilket tall som skal stå i tredje rad i femte kolonne. Det kommer tre ulike forslag fra elevene, 494, 394 og 294. Lærer skriver alle tre forslagene på tavla og ber elevene begrunne sine valg.

- Tallene i den raden slutter på fire. Jeg plussa 214 og 90 og fikk 294. Men det er feil. Blir 304.
- Det er to kolonner mellom, så jeg plussa 180 og 214. Det var lett for det var ingen minnetall. Det ble 394.
- Jeg tenkte 494, fordi hundrerne øker med en mellom kolonnene. I den raden er det først null hundrere, så en og to. Jeg tenkte tre i neste og fire i den ruta tallet skulle være.

Læreren spør hvilket tall som skal stå på i fjerde rad i fjerde kolonne. Elevene er enige om at det er 319.

- Først legges 90 til 214, deretter pluss på 15. Fordi det er 90 mellom kolonnene, og så må vi ei rute ned.
- Jeg bare plussa 105 på 214, fordi jeg vet at 90 og 15 er 105.
- Tok utgangspunkt i 139. Tallet er to kolonner unna, da må jeg legge til 180. Fordi det øker med 90 mellom hver kolonne.
- La egentlig 200 til 139 og trakk fra 20. Blir det samme som å legge til 180.
- La 120 til 199 fordi det var enklere tall å regne med. Tenkte 200 pluss 120 er 320, da har jeg tatt en for mye. Må legge til 120 fordi det er ei kolonne bort, og to rader ned, det blir 90 pluss 30.
- Trakk 90 fra svaret jeg fikk i sted, 394. Så la jeg bare 15 til 304. Enkelt.

Avsluttende diskusjon

Lærer spør om elevene har sett noe annet enn det som de har snakket om til nå.

- Det er femtingangen. Må bare huske å legge til fire.
- Av og til er det samme hundrer i to kolonner ved siden av hverandre.
- Det er ikke samme hundrer i alle radene i en kolonne.

Læreren spør om elevene tror at tallet 1000 noen gang vil dukke opp dersom tabellen fortsetter. Noen få mener det er mulig, men de fleste mener bestemt at det ikke skjer.

- Tallet tusen ender på null, men alle tallene i tabellen ender på fire eller ni.

Lærer utfordrer elevene på hvordan vi kan være sikre på at det aldri vil dukke opp tall som ender på null (eller andre siffer enn fire og ni), uansett hvor langt vi fortsetter?

- Vi starter med fire og legger til femten hver gang. Enten blir det ni til slutt eller fire.
- Vi legger til en tier og en femmer hver gang. Femtingangen slutter på fem eller null. Fire pluss fem er ni og fire pluss null er fire. Slik vil det fortsette alltid.
- Hvis vi starter med 15, ender det alltid på fem eller null. Men vi starter med fire. Derfor blir det ni eller fire.

En elev foreslår at det nærmeste en kan komme 1000 i tabellen er 994.

- Det er 994. Jeg prøvde å legge 90 til 439, men det ble over 500. Det samme med 424. Men 409 pluss 90 er 499, nesten 500. Dersom jeg dobler det blir det 998 (eller tusen minus to da). Det kan ikke være med for det slutter på åtte. Det må slutte på null eller fire. Jeg skjønnte ikke først, men så kom jeg på at jeg har startet på fire to ganger, så jeg måtte trekke fra fire.

Undervisningsnotat

Mål: Beskrive og begrunne egenskaper ved tallene. Se hvordan sifrene på hundrer- og tierplass øker. Finne fellestrekk ved tallene i samme rad og økning fra kolonne til kolonne i samme rad.

4	¹ 94	184	274	364	<p>De røde tallene viser stopp-punkter der vi skal utfordre elevene på å se etter mønster og stille kognitivt krevende spørsmål.</p> <p>De sorte rutene med hvit skrift viser tall vi skal be elevene forutse. På 79¹ viser det lille ett-tallet at vi skal spørre etter det tallet som starter med et lite ett-tall (¹94).</p> <p>Gjenta (og presisere): Du sier at.... Mener du at....</p> <p>Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord? Vil du spørre «Nora» hva hun mente?</p> <p>Resonnere: Er du enig eller uenig? Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?</p> <p>Tilføye: Har du noe å føye til?</p> <p>Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.</p>
19	109	199	289	379	
34	124	² 14 ²	304	² 394	
49	¹ 39	229	² 319	409	
64	154	244	334	424	
¹ 79	169	259	349	439	

Stopp	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
	Det skal telles med 15 fra 4. la elevene få litt tid til å tenke på de kommende tallene. TENKETID før tellingen starter. Be elevene signalisere med tommel opp når de har tenkt ferdig. Telle i kor til 79. Blyanten bestemmer farten.	Elevene teller i kor. Forventer litt nøling etter de to første.
79	Skifte av kolonne. Hvilket tall vil komme her (94)? Hvorfor? TENKETID Telle videre til 139.	Mulige forslag: <ul style="list-style-type: none"> – Legger til 15 – Legger til ti og deretter fem – Legger til en og deretter 14 Noter fremgangsmåtene, fremhev at vi legger til 15 fordi vi teller med 15, men at man kan gjøre det på ulike måter
139	Stopper opp for å forsikre om at alle er med. Ser dere noen mønstre? TENKETID Skriv inn mønstre som elevene ser. +15 loddrett, +90 vannrett Hvorfor blir det et slikt mønster? Tenk på de to-tre neste tallene. TENKETID. Telle videre fram til neste stoppunkt.	På enerplassene er det bare sifrene 4 og 9, annenhver rekke, fordi man legger til null og fem enere annenhver gang. Tierplassene på hver kolonne øker med en og to annenhver gang, fordi fem og fem er ti. Det øker med 90 mellom kolonnene fordi det er steg på 15 og seks tall i hver kolonne (altså tabellens struktur). Tierne minker med en per rad fordi $90 = 100 - 10$
214	Ser du noen flere mønstre? TENKETID Hvilket tall vil komme her (394)? TENKETID La elevene komme med forslag og begrunne. Hvilket tall vil komme på denne plassen (319)? TENKETID. Telle videre fra 214 til 439. Sjekke forslag. Vil tallet 1000 dukke opp i tabellen?	Begrunnelser ut fra strukturen til tabellen. 1000 har ikke 4 eller 9 på enerplass. $15 \cdot 6 = 90 \rightarrow 90 \cdot 11 = 990 \rightarrow 990 + 4 = 994$ $409 + 90 = 499 \rightarrow 499 \cdot 2 = 998 \rightarrow 998 - 4 = 994$
	Oppsummering Hvilke mønstre har vi sett? Hvorfor oppstår disse mønstrene?	Utfordre elever til å svare og begrunne. Presisere eventuelle uklare formuleringer.