

Telle med 4 fra 4

Mål

Generelt: Søke etter mønster og sammenhenger. Gi grunner for at mønstrene oppstår. Lage nye mønster ved å utnytte mønster en allerede har funnet. Utfordre elevene på å resonnerer og kommunisere.

Spesielt: Beskrive og begrunne egenskaper ved tallene ut fra plassering i tabellen. Se hvordan sifrene på enerplass varierer og sifrene på tierplass øker. Finne fellestrekk ved tallene i samme rad og økning fra kolonne til kolonne i samme rad. Se egenskaper ved tallet 4 – spesielt egenskaper ved partall.

Gjennomføring

4	24	44	64	84	104
8	28	48	68	88	108
12	32	52	72	92	112
16	36	56	76	96	116
20	40	60	80	100	120

Tellingen starter på fire og vi teller med fire om gangen. Her er det valgt å skrive tallene i kolonner på fem for å få fram de faglige målene. Det kan være til hjelp å lage et tomt rutenett på forhånd. Start med å gi elevene litt tid til å tenke ut de to-tre neste tallene. Elevene skal si tallet i kor samtidig som læreren skriver tallet. Læreren bør ikke si tallene høyt sammen med elevene. Erfaring

viser at elevene da blir mer passive.

Tabellen fylles ut under tellingen, og det er viktig å notere elevenes forslag og markere mønster og sammenhenger i tabellen. Det kan være en idé å spare tabellen med notater slik at den kan brukes igjen senere.

	4	24	44	64	84	104
+4	8	28	48	68	88	108
+4	12	32	52	72	92	112
+4	16	36	56	76	96	116
+4	20	40	60	80	100	120
		+20	+20	+20	+20	

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som leder mot de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Vær nøye med å gi elevene tid til å tenke når de får noe å tenke over. Det skal være mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger

Mønster på ener og tierplass

Tabellen viser en plan for telling med 4, og man kan identifisere flere mønster i den. I hver rad har tallene samme siffer på enerplassen. Fra kolonne til kolonne øker tierne med to. Den matematiske begrunnelsen for denne økningen er at fire adderes fem ganger i hver kolonne, $5 \cdot 4 = 20$. Denne relasjonen mellom tall gjelder ikke bare mellom tallene i nederste rad. Den gjelder med samme begrunnelse for alle radene.

4	24	44	64	84	104
8	28	48	68	88	108
12	32	52	72	92	112
16	36	56	76	96	116
20	40	60	80	100	120

Fra og med kolonne seks ser man at tallene på tierplassen og enerplassen gjentar seg, noe som kan forklares ut fra at $20 \cdot 5 = 100$.

Diagonaler i tabellen

Mønster som kommer fram ved å betrakte diagonaler i tabellen, kan også gi noen matematiske utfordringer. Enerplassen i hver kolonne følger mønsteret $4 - 8 - 2 - 6 - 0$, og det samme mønsteret finner man også på enerplassen hvis man følger tallene i tabellen på skrå nedover, for eksempel fra $24 - 48 - 72 - 96 - 120$. Slike betraktninger kan gi gode matematiske diskusjoner og inspirere elever til å lete etter nye sammenhenger i en relativt enkel tabell. Dette kan også forklares matematisk ved at man ser på differansen mellom tallene på skrå nedover som er $6 \cdot 4 = 24$.

4-gangen og distributiv egenskap

Tabellen er også en multiplikasjonstabell for 4-gangen. Det gjør det mulig å kombinere tall direkte for å finne nye tall i tabellen. Dersom dette er et mål for aktiviteten, still gjerne spørsmål som leder elevene mot det å se etter sammenhenger mellom tall i tabellen, og hvordan det er mulig å bruke tallenes plassering i tabellen til å finne nye tall som kommer. Å se på sammenhengen mellom tallenes plassering og verdien av tallene, kan også brukes til å forklare og forstå hvordan tall kan deles opp og uttrykkes på ulike måter.

Tallet i rute 5 + Tallet i rute 8 = Tallet i rute 13

$$\begin{array}{rclclcl} 20 & + & 32 & = & 52 \\ 5 \cdot 4 & + & 8 \cdot 4 & = & 13 \cdot 4 \end{array}$$

Her er det også mulig å gå inn på distributiv tenking, for eksempel: $13 \cdot 4 = (5 + 8) \cdot 4 = 5 \cdot 4 + 8 \cdot 4$

Tilsvarende kan man også behandle subtraksjon.

Med en slik tabell som utgangspunkt vil elevene nokså sikkert finne flere lignende eksempler som kan brukes som et utgangspunkt for å forklare distributivitet dersom dette er et av målene for aktiviteten.

Egenskaper ved partall

I telling med 4 kan man diskutere egenskaper ved partall. Partall er på formen $2 \cdot n$, der n er et naturlig tall. Når man teller med fire, vil alle tallene være på formen $2 \cdot 2 \cdot n$. Man får altså annethvert partall i tellingen. Det kan være interessant å se på hvilke partall som ikke er i tabellen og hva som skiller dem fra de man finner i tabellen. Ved å innføre en variabel n , kan man også få en mer algebraisk tilnærming til tallenes plassering og verdi i tabellen. Det er også mulig å følge opp en algebraisk forståelse i forhold til partall som ikke er i tabellen, men som da vil være på formen $2 \cdot 2 \cdot n - 2$. En mulig utvidelse i denne tellingen, gjerne på et senere tidspunkt, kan være å se videre på egenskapene til partallene som er i 4-gangen og i 8-gangen. Å halvere partall gjentatte ganger kan være et utgangspunkt for å se hva som skiller tallene i 4-gangen fra de tallene som også finnes i 8-gangen.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut på 5. trinn.

4	24	44	64	84	104	Under utprøvingen hadde vi ulike stoppunkter for å diskutere mønster og sammenhenger
8	28	48	68	88	108	
12	32	52	72	92	112	Figuren viser ruter vi hadde planlagt å stoppe i (rød skrift) og ruter vi spurte etter tall i (markert sort).
16	36	56	76	96	116	
20	40	60	80	100	120	Erfaringen viser at aktiviteten kan åpne for rike matematiske diskusjoner om ulike mønster og sammenhenger.

Utformingen av aktiviteten med vekslning mellom å telle i kor, se etter mønster og sammenhenger og diskutere begrunnelser gir en naturlig variasjon og mulighet til å delta ut fra egne forutsetninger. God tenketid og bevisst bruk av ulike samtaletrekk er en forutsetning for å få fram elevenes tenkning.

Innspill elevene har kommet med

Nedenfor følger noen eksempler på utsagn elevene kom med underveis i klassesamtalen i løpet av tellingen.

Stopp 28

Lærer spør elevene hvilket tall de tror kommer til høyre (48). Ingen av elevene kommer med et annet forslag enn 48, men har to ulike forklaringer på hvordan de kom fram til dette tallet.

- Ser at det øker med 20 mellom hver kolonne
- Legger til 4 fem ganger, altså $5 \cdot 4 = 20$, og adderer dette til 28

Stopp 72

Lærer spør etter mønster i tabellen så langt. Selv om elevene kan legge merke til et mønster i en rad eller kolonne, er det ikke åpenbart for dem at tilsvarende mønster gjelder i hele tabellen.

- Samme tall på enerplassen i hver rad
- Enerne i hver kolonne følger et fast mønster 4 – 8 – 2 – 6 – 0
- Tallene øker med 20 fra kolonne til kolonne i samme rad

Stopp 72

Lærer spør om elevene kan bruke noe av dette til å se hvilke tall som kommer på plassene der det er spørsmålsteget (84 og 96).

- Flere ser at det er mulig å legge til 20 mellom hver kolonne og finner både 84 og 96 med dette resonnementet
- Noen sier at når tieren øker med 2 og eneren er lik, er det bare å legge til 2 tiere for å finne tallene videre i samme rad
- Noen forklarer at tallet 100 vil komme nederst i kolonne fem, og da er det bare å ta bort 4 sånn at tallet over blir 96

4	24	44	64	?
8	28	48	68	
12	32	52	72	
16	36	56		?
20	40	60		

Avsluttende diskusjon

Etter at tellingen er fullført og tabellen ferdig utfylt, spør lærer om noen kan si et tall som er større enn 150 som ville ha kommet dersom tellingen hadde fortsatt.

- Flere elever foreslår da tall som er i tabellen + 100, og begrunner med at at kolonnene gjentar seg etter at man har telt til 100, men nå med en hundrer ekstra. Denne begrunnelsen ser vi at flere elever ikke helt forstår, så det er greit med flere eksempler der elever begrunner ut fra samme resonnement
- En elev foreslår 180 fordi hun teller $3 \cdot 20$ videre fra 120
- Flere teller 20 videre fra andre rader enn den nederste for å finne et tall de mener vil komme dersom tellingen skal fortsette

Lærer spør også om noen kan foreslå et tall som ikke vil komme i tabellen, og forslag fra elevene er:

- 173, 205,.. og begrunnes med at oddetall aldri vil komme i denne tellingen fordi det bare er partall
- Mange elever synes det er lett å foreslå oddetall ut fra begrunnelsen over

Læreren spør da om noen kan foreslå et partall som ikke kommer vil komme i tellingen. Da trenger elevene litt lenger tid på å tenke seg om, men det kommer noen forslag etter at de har snakket sammen to og to:

- Et elevpar foreslår 194, fordi det er mellom 94 er mellom 92 og 96 og da blir det likedan mellom 192 og 196. Det betyr at 194 ikke kan komme.
- Et annet elevpar foreslår 202 med en begrunnelse om at 200 kommer, og da kan ikke 202 komme
- Noen elever synes det er vanskelig å foreslå et partall fordi «tallene slutter jo på alle partallene.»

Noen betraktninger etter gjennomføring

Dette er en enkel telling med nokså tydelige mønster. Elevene vil se ulike mønster, beskrive dem og begrunne hvorfor de oppstår. Mange elever vil se på tabellen som 4-gangen og får mulighet til å utvikle sin forståelse av og fleksibilitet i bruken av den. Læreren kan utfordre elevene til å se relasjonen mellom 4-gangen, 8-gangen og 2-gangen. Det ligger en utfordring for læreren i dette ved at det kan komme mange innspill som ikke leder mot ønsket mål for timen. Dette vil alltid være et dilemma som vil utfordre læreren og som krever god planlegging og evnen til å vurdere potensialet i elevinnspillene som kommer.

Undervisningsnotat

Mål:

- Beskrive og begrunne egenskaper ved tallene ut fra plassering i tabellen.
- Se hvordan sifrene på enerplass varierer og sifrene på tierplass øker.
- Finne fellestrekk ved tallene i samme rad og økning fra kolonne til kolonne i samme rad.
- Se egenskaper ved tallet 4 – spesielt egenskaper ved partall.

4	24	44	64	² 84	104
8	¹ 28	¹ 48	68	88	108
12	32	52	² 72	92	112
16	36	56	76	² 96	116
20	40	60	80	100	120

De uthevede (røde) tallene viser stoppunkter.

De sorte rutene viser hvilke tall det skal spørres etter.

Tenketid. Gi elevene tid til å tenke.

Gjenta og presisere: Du sier at.... Mener du at....

Resonnere: Er du enig eller uenig. Hvorfor?

Snu og snakk: Diskuter med sidemann.

Stopp	Progresjon for gjennomføring	Planlagt retning for diskusjon
	Det skal telles med 4 fra 4. Be elevene tenke ut de neste tre-fire tallene og vise med tommel når de er klare. TENKETID. Teller i kor til 28.	Forventer at dette går greit.
28	Spør om noen ser hvilket tall som kommer i samme rad i neste kolonne (48)? Hvordan vet du det? TENKETID. Diskusjon. Telle videre til 72.	Elevene deler sin forslag: Legger til 20. Når man øker med 4, blir tallet til høyre i samme rad 20 større fordi $5 \cdot 4 = 20$ Jeg telte bare inni meg.
72	Hvilke mønster ser dere? Hvorfor blir det slik? TENKETID. SNU OG SNAKK. Hvilke siffer har vi på enerplassen? Hvorfor ikke oddetall? Mønster på tierplassen? Sammenheng mellom kolonnene? Kommer vi til å passere 100 hvis vi teller videre i tabellen? Hvilket tall kommer på ?-plassen (84)? Hvilket tall kommer på ?-plassen (96)?	Ser at det øker med 20 i hver rad 20 – 40 – 60 evt ser det samme i flere rader. Ser at det er partall på enerplassen, og det blir kun partall fordi partall + partall = partall. To og to eller tre og tre tall har samme siffer på tierplassen. Forklare at $2 \cdot 4 = 8$ og $3 \cdot 4 = 12$. Dersom sifferet på enerplassen er 0 eller 2 får vi tre tall etter hverandre med samme siffer på tierplassen. Begrunnelser ut fra strukturen i tabellen. Begrunne med at nederste rad vil bestå av tallene 20 - 40 – 60 – 80 – 100, neste kolonne mer enn hundre. Ser at raden øker med 20: 4 – 24 – 44 – 64 – 84 Flere ser og bruker samme resonnement, økning med 20. Begrunne med at $5 \cdot 4 = 20$
Opp- summ- ering	Be elevene foreslå tall større enn 150 som vil komme i tabellen dersom vi fortsetter. Be elevene foreslå tall som ikke vil komme?	Se at tabellen kommer til å gjenta seg etter 100, bare med endring på hundrerplassen fordi $5 \cdot 20 = 100$. Få fram at ingen oddetall kommer i tabellen. Ingen oddetall kommer i 4-gangen uansett hvor langt vi teller. Se koblingen til 8-gangen og 2-gangen. Andre forslag ut fra strukturen i tabellen.