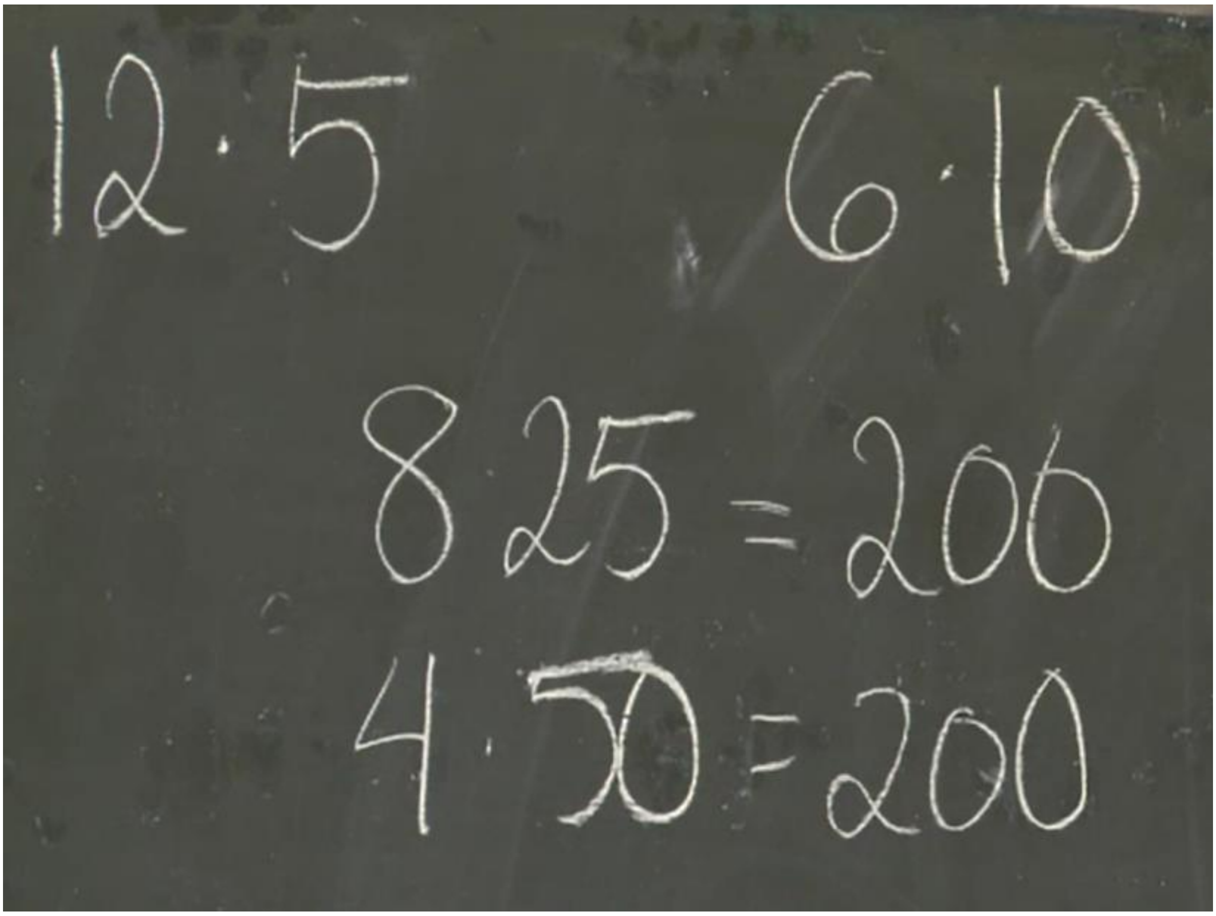
Oppgavestrenger i arbeid med tallforståelse

Forfatter
Anita Valenta, Matematikksenteret

Publisert dato: Mai 2016



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
Realfagbygget, NTNU, NO-7491 Trondheim

Oppgavestreng

En oppgavestreng[1] er en sekvens med 4-6 relaterte regnestykker som er designet for å engasjere elever i en diskusjon om en gitt strategi i arbeid med en regneoperasjon[2]. Aktiviteten kan også brukes i diskusjon om en egenskap ved regneoperasjonen uten at den egenskapen nødvendigvis brukes som en strategi i beregningen av de aktuelle regnestykkene. Oppgavestrengen er bare et utgangspunkt for en diskusjon, og det er læreren som leder diskusjonen frem mot det faglige målet. Videre følger eksempler på oppgavestrenger og strategier de fremhever:

4 · 5
4 · 50
4 · 49
4 · 52

Vennlige tall i multiplikasjon. Læreren skriver ett og ett regnestykke på tavla. Etter hvert regnestykke følger av en diskusjon om de ulike strategiene elever bruker. Oppgavestrengen er utformet for å fremheve strategien der man utnytter $4 \cdot 50$ i arbeid med de to siste regnestykkene, altså bruk av distributiv egenskap som en strategi i arbeid med multiplikasjon: $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 – 4 \cdot 1$ og $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$

78 - 30
78 - 32
78-29
56 - 38

Vennlige tall i subtraksjon. Læreren skriver ett og ett regnestykke på tavla. Det andre og tredje regnestykket er utformet for å invitere elevene til å sammenlikne med og bruke det første regnestykket: $78 – 32 = 78 – (30 + 2) = (78 – 30) – 2$ og $78 – 29 = 78 – (30 – 1) = (78 – 30) + 1$. Det siste regnestykket åpner for en diskusjon om strategien mer generelt. Hvilket vennlig tall kan egne seg her, og hvordan kan det brukes?

12 : 4
12 : 2
12 : 1
12 : ½

Halvering av divisor. De første tre regnestykkene er faktakunnskap for de fleste elevene. Hensikten med oppgavene er å rette oppmerksomheten til elevene mot relasjonen mellom divisor og kvotient. Dividenden er den samme hele tiden. Hva skjer med kvotienten når divisoren halveres? Hvorfor skjer det? Denne egenskapen kan brukes i resonnering omkring det siste regnestykket og eventuelt generaliseres til divisjon med brøk mer generelt.

---

[1] Aktiviteten "oppgavestreng" er utviklet innen prosjektet *Contexts for learning mathematics*[1] (se for eksempel Fosnot & Dolk, 2001).
[2] Arbeidet med oppgavestrenger er en del av prosjektet MAM – Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning, http://www.matematikksenteret.no/mam/

$12 \cdot 5$	$6 \cdot 10$
$8 \cdot 25$	$4 \cdot 50$
$244 \cdot 23$	$122 \cdot 46$

Halvering/dobling i multiplikasjon. Læreren skriver regnestykkene $12 \cdot 5$ og $6 \cdot 10$ på tavla og spør om relasjonen mellom svarene. Er svarene like? Hvilket svar er størst? Tilsvarende spørsmål stilles for $8 \cdot 25$ og $4 \cdot 50$ og $244 \cdot 23$ og $122 \cdot 46$. Oppgavestrengen legger til rette for en diskusjon om halvering og dobling i multiplikasjon: Hvis en av faktorene i et multiplikasjonsstykke dobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme.

249 : 7	35571
249 : 70	
2490 : 70	
249 : 0,7	

Divisjon med desimaltall. Læreren forteller om Stian som har en kalkulator som er ødelagt slik at desimalkommaet ikke vises på skjermen. Når han skriver 249 : 7, får han 35571 som siffer på skjermen. Skjermen på kalkulatoren viser riktige siffer, men angir svaret uten desimalkomma. Hvor skal desimalkommaet stå? Oppgavestrengen legger til rette for bruk av overslag og relasjoner mellom de involverte tallene.

Faglig innhold i Oppgavestreng

Oppgavestrenger kan brukes for å fremme tallforståelse, engasjere elevene i rike matematiske spørsmål og fremheve ulike matematiske ideer. En god tallforståelse danner grunnlaget for arbeid med tall og regneoperasjoner og for å kunne bruke matematikk i dagliglivet. Valenta (2015) drøfter ulike aspekter ved tallforståelse ved å ta utgangspunkt i beskrivelsen av matematisk kompetanse utarbeidet av Kilpatrick, Swafford og Findell (2001). Deres modell for matematisk kompetanse består av fem komponenter: *begrepsmessig forståelse*, *beregning*, *anvendelse*, *resonnering* og *engasjement* som er tett sammenvevd og avhengige av hverandre.

Læreren kan ha ulike faglige mål med diskusjonen knyttet til en oppgavestreng. Hovedmålet kan for eksempel være «å øve på å bruke en gitt strategi og diskutere regnestykker der det kan være lurt å bruke strategien». En annen mulighet er at målet er «å diskutere hva den gitte strategien går ut på og hvorfor den virker i de konkrete regnestykkene». En tredje mulighet er «å diskutere hva strategien går ut på, om den virker mer generelt og i så fall hvorfor den alltid virker».

Nedenfor skisseres noen eksempler på hvordan man, avhengig av regnestykkene og det faglige målet for samtalen, kan bruke en oppgavestreng i arbeid med ulike sider ved tallforståelse. I drøftingen brukes de ulike aspektene ved tallforståelse beskrevet av Valenta (2015). De er fremhevet med kursiv i teksten.

Det sentrale faglige innholdet i alle oppgavestrenger er *utvikling og bruk av varierte strategier* i arbeid med tall og regneoperasjoner. En oppgavestreng utformes med tanke på å få frem ulike strategier i arbeid med en regneoperasjon, og den fremhever gjerne en gitt strategi (se Svingen, 2016). Noen oppgavestrenger, som for eksempel den om halvering og dobling, legger mer vekt på en egenskap ved en regneoperasjon enn en strategi. Diskusjonen om hvordan egenskapen kan utnyttes som en strategi for multiplikasjon, kan da tas opp på et senere tidspunkt.

Videre kan en oppgavestreng åpne for en diskusjon om *valg av en hensiktsmessig strategi.* Det siste regnestykket i eksemplet med subtraksjon, 56 – 38, er et godt utgangspunkt for en diskusjon om hvilke typer regnestykker den gitte strategien med avrunding av det andre tallet (subtrahenden) til et "snilt tall" kan være hensiktsmessig for. Læreren kan be elevene komme med eksempler på regnestykker der andre strategier for subtraksjon er mer hensiktsmessige.

En oppgavestreng er en sekvens av relaterte regnestykker, og det er som oftest snakk om *relasjoner mellom tall* i regnestykkene. I oppgavestrengen om vennlige tall i multiplikasjon er relasjonen mellom 50 og 49 og relasjonen mellom 50 og 52 sentrale. I oppgavestrengen om halvering av divisor er relasjonen mellom 4 og 2, 2 og 1 og 1 og 1/2 grunnlaget for diskusjonen om den gitte sammenhengen i divisjon. *Relasjoner som bygger på posisjonssystemet* er sentrale i eksemplene med oppgavestrenger knyttet til divisjon med desimaltall, multiplikasjon og subtraksjon.

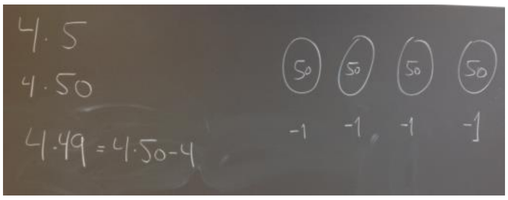
Resonnering er svært viktig for utvikling av en helhetlig tallforståelse. I arbeid med oppgavestrenger bør man legge til rette for elevers utforsking av og arbeid med begrunnelser for ulike strategier og egenskaper ved regneoperasjoner. Det første steget innen resonnering er å *kjenne igjen og beskrive struktur, mønster og sammenhenger i arbeid med tall.* Elevene bør inviteres til å se etter relasjoner i oppgavestrengen, og de bør oppfordres til å komme med hypoteser som kan utforskes. I eksemplet med oppgavestrengen «halvering av divisoren» kan følgende hypoteser komme:

- svaret på 12 : ½ er 24
- når divisor i et divisjonsstykke blir halvert, så blir svaret doblet
- når vi deler et tall med en brøk som har 1 i telleren, så ganger vi bare tallet med nevneren

Hvilke hypoteser klassen skal utforske videre, er avhengig av de faglige målene læreren har for aktiviteten.

Når det faglige målet med en oppgavestreng er å begrunne hvorfor en strategi virker, enten på de gitte regnestykkene eller mer generelt, er det nødvendig å bringe inn flere representasjoner i samtalen, en regnefortelling eller en illustrasjon. *Ulike måter å representere regneoperasjoner på og overganger mellom representasjonene* har en sentral rolle i arbeid med begrunnelser. Hvis målet med oppgavestrengen om vennlige tall i multiplikasjon er å *resonnere omkring det gitte eksempelet* og begrunne strategien, kan resonnementet være som følgende:

> Jeg har 4 poser med 50 klinkekuler i hver. Antall klinkekuler er altså $4 \cdot 50$. Svaret på regnestykket $4 \cdot 49$ kan da tenkes som antall klinkekuler i 4 poser med 49 i hver pose. For å få 49 klinkekuler i hver av de opprinnelige posene, tar jeg bort 1 fra hver. Da har jeg 4 poser med 49 i hver, og 4 klinkekuler er tatt bort. Derfor er $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 - 4 \cdot 1$.



Tilsvarende regnefortelling og illustrasjon kan videre brukes til å begrunne strategien der man bruker $4 \cdot 50$ for å finne ut hvor mye $4 \cdot 52$ er: $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$.

I arbeid med oppgavestrengen knyttet til halvering og dobling kan det faglige målet være å resonnere omkring hypotesen "hvis en av faktorene i et multiplikasjonsstykke dobles og den andre faktoren halveres, forblir produktet det samme" og begrunne at egenskapen gjelder generelt i multiplikasjon med hele tall. Begrunnelsen for denne generelle hypotesen kan utvikles gjennom *resonnering omkring uendelig antall eksempler,* som i følgende resonnement der $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ har en rolle som generisk eksempel:

En mulig begrunnelse for at $8 \cdot 25 = 4 \cdot 50$ og $244 \cdot 23 = 122 \cdot 46$ er å regne ut regnestykkene på begge sider av likhetstegnet. Men en slik begrunnelse åpner ikke for resonnering om hva som skjer og hvorfor, og om halvering og dobling gjelder (tilfeldigvis) i bare noen eksempler, eller om det gjelder generelt i multiplikasjon. For å få mulighet til å utforske og resonnere mer generelt, er det nødvendig å gi multiplikasjonen en mening i form av en regnefortelling og/eller en illustrasjon. Her kan det være mulig å ta utgangspunkt i like grupper, rutenett eller areal. Når likheten 8 · 25 = 4 · 50 er begrunnet gjennom en regnefortelling/illustrasjon, kan tankegangen generaliseres til andre regnestykker. Her er et eksempel med bruk av like grupper:

> Vi kan tenke oss 8 poser med 25 drops i hver. Da er det 8 · 25 totalt. Hvis vi nå slår sammen to og to poser til en større pose, så får vi 4 poser med 50 drops i hver, 4 · 50 drops totalt. Siden ingen drops er blitt borte eller lagt til, så er antallet det samme i begge situasjoner:
> 8 · 25 = 4 · 50.

Hvis vi nå har 244 poser med 23 drops i hver, så kan vi tenke på samme måte. At det er andre tall nå, er uten betydning. Dermed er 244 · 23 =122 · 46. Generelt gjelder at vi kan tenke alle multiplikasjonsstykker med hele tall som poser med drops og vi kan alltid slå sammen to og to poser. Antall poser blir halvert, og antall drops i hver pose blir doblet. Totalt blir det like mange poser. Det kan bli en ekstra utfordring hvis antall poser er et oddetall, men tankegangen kan tilpasses. Hvordan?

Oppgavestreng i undervisningen

Planlegging

Planleggingen av en oppgavestreng starter ved at læreren bestemmer hvilken strategi eller egenskap som skal fremmes gjennom diskusjonen. Videre må læreren tenke gjennom hva de faglige målene i samtalen skal være. Som diskutert over, kan hovedmålet være å øve på å bruke en strategi og diskutere regnestykker der det kan være lurt å bruke strategien. Et annet alternativ er at hovedmålet er å diskutere hva strategien går ut på og hvorfor den virker i de konkrete regnestykkene eller mer generelt. Ut fra hovedmålet kan det trekkes frem noen delmål som kan være viktige i diskusjonen, som for eksempel "bruk av ulike representasjoner av multiplikasjon" eller "relasjoner i posisjonssystemet".

Videre lager man en streng med 4-6 regnestykker som kan være passende for å fremme det faglige innholdet. Ofte kan oppbygging av en oppgavestreng ses som "inngang - diskusjon - bruk/generalisering". Inngangen kan gjerne være noen enkle regnestykker som sikrer at flest mulig elever er med i diskusjonen fra starten av. Ofte brukes disse regnestykkene i arbeidet med de neste oppgavene i oppgavestrengen. Inngangen i oppgavestrengen om vennlige tall i multiplikasjon er regnestykkene 4 · 5 og 4 · 50. Videre i strengen kommer et eller to regnestykker som skal være sentrale i diskusjonen om den gitte strategien. I eksemplet med vennlige tall er det regnestykket $4 \cdot 49$. Her stiller læreren spørsmål om relasjonen til det forrige regnestykket, hvordan man kan utnytte det og hvorfor man kan gjøre det. Rollen til det siste regnestykket i strengen, $4 \cdot 52$, er å bruke strategien og begrunnelsen på et nytt eksempel. I oppgavestrengen om halvering og dobling blir det siste regnestykket brukt som en inngang til diskusjonen om egenskapen mer generelt.

Ulike personer vil gjerne velge ulike strategier i arbeid med samme regnestykke. I utformingen av en oppgavestreng bør læreren velge regnestykkene og deres rekkefølge slik at det blir nokså sannsynlig at noen av elevene vil foreslå strategien som ønskes fremhevet. Læreren bør tenke gjennom måten han/hun vil presentere regnestykkene på, og hvilke spørsmål han/hun vil stille for å fremme det faglige innholdet som er planlagt. Samtalen vil forløpe annerledes hvis læreren åpner med «Hvor mye er $30 \cdot 25$? Hvor mye er $15 \cdot 50$?», enn hvis han/hun starter med «Se på regnestykkene $30 \cdot 25$ og $15 \cdot 50$. Hvilket av disse tror dere gir størst svar?».

I planleggingen av en matematisk diskusjon er det en fordel at læreren tenker på detaljene i diskusjonen, som for eksempel hvilke spørsmål som skal stilles, hvilke svar og innspill elevene kan komme med, og hva han/hun skal gjøre med de ulike innspillene som kan dukke opp. På den måten er læreren bedre forberedt på undervisningens uforutsigbarhet (se for eksempel Chapin, Connor & Anderson, 2009). Et mulig elevsvar på oppgaven $4 \cdot 49$ kan være å regne $4 \cdot 40$ pluss $4 \cdot 9$. Denne strategien utnytter ikke kunnskapen om hva $4 \cdot 50$ er, men kan likevel brukes i en diskusjon om strategien der man utnytter vennlige tall. Læreren kan velge enten å gå videre med denne strategien eller å spørre om det er andre måter å regne ut $4 \cdot 49$ på.

Hvis man skal diskutere begrunnelser for gyldigheten til en strategi eller egenskap, er det viktig at læreren tenker gjennom hvilke illustrasjoner eller regnefortellinger som kan være passende for resonnering om hvorfor strategien virker eller ikke virker. I tillegg bør læreren tenke på hvordan en slik representasjon kan bringes inn i samtalen – læreren kan enten be elevene komme med en regnefortelling eller foreslå selv en som han/hun vet kan være hensiktsmessig i den videre diskusjonen. Læreren bør også tenke gjennom, og gjerne skissere, hva som kan være en gyldig begrunnelse, hvilke elementer som er sentrale, og hvordan de kan fremheves i diskusjonen.

Elevers arbeid med oppgavestrenger

Matematikksenteret har prøvd ut flere oppgavestrenger på mellomtrinnet, og i det følgende skisseres noen erfaringer fra utprøvingene.

Oppgavestrengen knyttet til ***vennlige tall i multiplikasjon*** ble prøvd ut på 5.trinn, og det faglige målet var "Utnytte vennlige tall i multiplikasjon. Begrunnelse for strategien på enkelt eksempler gjennom bruk av regnefortelling og/eller illustrasjon." På spørsmålet om 4 · 49 kom forslaget med strategien som var hensikten med oppgavestrengen med en gang:

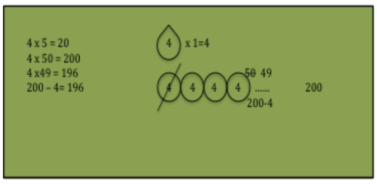
> Elev: *196. Fordi at 4 ganger 50 er jo 200, så da må jo 4 ganger 49 bare være minus 4.*

Læreren spurte om hvorfor man kan gjøre det slik, trekke 4 fra 4 · 50, og det kom to elevforslag:

> Elev 1: *Fordi 49 er 1 mindre enn 50… Da kan… Og i 4-gangen… Hvis det er 4 ganger 49… Da må man ta… For hvis det er 4 ganger 50 er det 200, og da kan man bare ta minus 4, fordi at 49 er 1 mindre enn 50, og fordi 4… 4, 8, 12…*
>
> Elev 2: *Det er på en måte slik 4 i gangen, da.*

Elevene kom ikke med en regnefortelling, så læreren valgte å foreslå en selv. Siden begge elevene ovenfor betraktet regnestykket som 4 + 4 + 4 + ..., gikk læreren videre med den måten å tenke 4 · 50 og 4 · 49 på:

> Lærer*: Hvis vi sier at jeg har en pose da. Med 4 klinkekuler oppi (tegner en pose og skriver 4 på den). Og så har jeg mange poser med 4 klinkekuler oppi. Er det noen som kan prøve å forklare det da?*



I den videre diskusjonen om hvorfor strategier virker, ble følgende begrunnelse utformet:

> Elev: *Siden at når vi hadde 50, da hadde vi jo 200 klinkekuler og det er 4 i hver pose. Når vi tar bort en pose, da blir det jo minus 4 siden i den posen var det 4.*

Når multiplikasjon tenkes i en "like grupper"-kontekst, er konvensjonen å tenke på a · b som b + b +...+ b (a ganger). Læreren hadde planlagt å illustrere 4 · 50 som 50 + 50 + 50 + 50, som konvensjonen tilsier. Siden elevinnspillene gikk på 4 + 4 + ... + 4, valgte hun å gå videre med det uten å diskutere kommutativitet nærmere med elevene.

Regnefortellingen som ble utformet for 4 · 49, ble brukt i diskusjonen om 4 · 52. Læreren oppsummerte arbeidet ved å fremheve strategien og be elevene komme med andre regnestykker der den kan være nyttig:

> Lærer: *Dette her er et regnestykke der det er lett å gå til et snillere tall, sant (ringer rundt regnestykket 4 · 52 = 208, på tavla). Nå gikk vi til et snillere tall (peker på 4 · 50 = 200 på tavla) for å finne ut svaret på det regnestykket der. Er det andre regnestykker dere kan komme på, der det er lett, og det trenger ikke være 4-gangen heller, hvor det kan være lettere å gå til et snillere tall?*

Aktiviteten med oppgavestreng knyttet til ***halvering og dobling*** ble også prøvd ut i en klasse på 5. trinn. Det faglige målet var "Diskutere relasjonen halvering og dobling på konkrete regnestykker, men også mer generelt. Bruke ulike representasjoner til å argumentere for halvering og dobling generelt i multiplikasjon av hele tall." Det andre spørsmålet som ble stilt, omhandlet regnestykkene 8 · 25 og 4 · 50. Forslaget om å bruke halvering og dobling, som var hensikten med oppgavestrengen, kom med en gang:

> Elev: *Begge svarene blir 200. 4 er halvparten av 8, og 25 er halvparten av 50.*

Læreren spurte om hvorfor svaret blir det samme når det ene tallet blir halvert og det andre blir doblet. Eleven sa at det var vanskelig å forklare, og læreren ba dem om å snakke sammen to og to. En av elevene kom deretter med følgende innspill:

> Elev 1: *Hvis vi tar 8 klinkekuleposer med 25 i hver.... Da blir det akkurat det samme som hvis du tar 4 med 50.*

Regnefortellingen ble så brukt til å resonnere om sammenhengen. Senere, i diskusjonen om 244 · 23 og 122 · 46 ba læreren elevene bruke den samme regnefortellingen, poser og klinkekuler, men det ble stille i klassen. Læreren fortsatte med å fortelle at det nå er 244 poser med 23 klinkekuler i hver, og etter hvert resonnerte elevene videre om at det måtte bli samme antall her også. Utprøvingen viser dermed at det kan være utfordrende for elevene generalisere tankegangen til et nytt eksempel. En mulighet her er å la elevene få ark og skrivesaker og la dem arbeide i små grupper før en fellesdiskusjon. Utfordringen kan imidlertid ligge i spørsmålet i seg selv. Elevene vet kanskje ikke hva som skal til når læreren spør om en begrunnelse. I slike tilfeller kan man relatere til det forrige regnestykket og begrunnelsen for at 8 · 25 = 4 · 50 som fjerner all tvil om at det er sant. Hvordan kan vi på tilsvarende måte overbevise alle, også skeptikere, om at 244 · 23 = 122 · 46 uten at vi regner ut regnestykkene?

Det kan ofte skje at elevene kommer med en regnefortelling som ikke er hensiktsmessig. I en annen klasse aktiviteten ble prøvd ut på, kom elevene med en regnefortelling om sauer og bein, og den er ikke spesielt hensiktsmessig for å diskutere halvering og dobling. I slike tilfeller må læreren tenke gjennom andre måter å få inn en passende regnefortelling på enn å be elevene om en slik. Et alternativ kan være å presentere en illustrasjon, for eksempel rutenett eller areal, og spørre om det er en sammenheng mellom regnestykket og illustrasjonen. Et annet alternativ er å be elevene om en regnefortelling med for eksempel poser og klinkekuler.

Oppgavestrengen knyttet til ***divisjon med desimaltall*** ble prøvd ut på 7. trinn, og det faglige målet var "Bruke overslag til å vurdere plassering av desimalkomma. Se hva som skjer med kvotienten når divisor blir ti ganger større eller ti ganger mindre." Inngangsspørsmålet var hvor desimalkommaet skal stå i divisjonen 249 : 7 der sifrene er 35571. Mange elever brukte overslag, slik vi hadde forventet, og overslag ble brukt i resonnering i andre deler av samtalen gjennom hele aktiviteten.

Nedenfor er et utdrag av samtalen om 249 : 0,7. Elevene begynte å resonnere om 249 : 0,7 ved å ta utgangspunkt i 249 : 7, en relasjon som læreren hadde planlagt å fremheve:

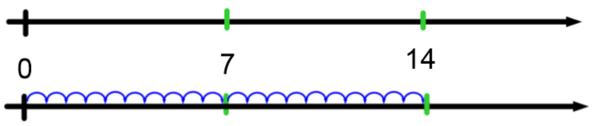
> Elev 1*: 249 : 7 blir 35,571, mens du, når du tar 0,7 i stedet for 7, så tar du å... Det er 10 ganger mindre enn 7. Null komma sju er 10 ganger mindre enn 7. Så da flytter du komma en lenger til høyre.*
>
> Lærer*: Akkurat. Sånn at du kikker på den du? (peker på 249 : 7).*
>
> Elev 1*: Ja, jeg kikker på den, og så...*
>
> Lærer*: ... og den her (peker på 249 : 0,7; markerer 7 og 0,7 med grønt på tavla). Så sier du at 0,7, for her vi det samme tallet vi deler med. Så sier du at 0,7 er 10 ganger mindre enn 7…*
>
> Elev 1*: … enn 7 for du må ganger 0,7 med 10 for å få 7.*
>
> Lærer*: Ja, og da blir svaret her...*
> Elev 1*: Mest sannsynlig 355,71.*
>
> Lærer*: Ja, du snakker om å flytte kommaet, da? Ja, Elev 2?*
> Elev 2*: Det blir 10 ganger større.*
>
> Lærer*: 10 ganger større. Akkurat. Så du ser at i forhold til det, svaret der oppå (35,571), så ser du at det tallet her nå (355,71) har blitt 10 ganger større, fordi at det jeg deler med, er 10 ganger mindre.*

Læreren fremhevet relasjoner som bygger på posisjonssystemet, at tallet 0,7 er ti ganger mindre enn tallet 7, og at tallet 355,71 er ti ganger større enn tallet 35,571. Disse relasjonene er svært viktige for å kunne begrunne regelen med "flytting av komma", som ofte brukes i divisjon med desimaltall.

Når vi skal begrunne hvorfor divisjon med 0,7 gir et svar som er ti ganger større enn divisjon med 7, er det viktig å betrakte tallet 0,7 som ti ganger mindre enn 7, men det er ikke en fullstendig begrunnelse. Videre begrunnelser forutsetter bruk av regnefortellinger og tallinjer for å gi mening til divisjon. Tallene i denne strengen er for store og derfor ikke hensiktsmessige for det. En oppgavestreng som kan være mer passende til det formålet, er for eksempel 14 : 7, 14 : 0,7, 14 : 70. Regnefortellingen som kan være utgangspunkt for resonnering, bør være en målingsdivisjon siden desimaltall er involvert, for eksempel slik:

> 14 liter skal deles på kanner som rommer 7 liter.   14 : 7 = 2
> 14 liter skal deles på kanner som rommer 0,7 liter.   14 : 0,7 = 20

En annen mulighet er å tenke på divisjon som "går opp i". Dette er også en målingsdivisjon, men den gjelder mer generelt. Da kan man diskutere sammenhengen på en tallinje, som vist under:



Vi erfarte at det var utfordrende å gå videre med begrunnelser for de ulike relasjonene mellom dividend, divisor og kvotient ut fra oppgavestrengen med 249 som divisor. En diskusjon om disse relasjonene er viktig for arbeid med desimaltall og bør tas opp med elevene i en annen sammenheng. Våre erfaringer tilsier at flere korte økter med en klar faglig målsetting er mer hensiktsmessig enn å forsøke å nå for mange faglige mål i en og samme oppgavestreng.

Gode matematiske samtaler

Med utgangspunkt i arbeidet til Chapin m.fl. (2006) diskuterer Wæge (2015) flere samtaletrekk som kan brukes som et verktøy i matematiske samtaler generelt, og som kan være nyttige i arbeid med oppgavestrenger. Samtaletrekkene kan brukes når læreren ønsker å få elevene til å delta i samtalen, lytte til hverandre og følge med på hverandres tenking. Læreren kan også bruke dem for å få klarhet i hvordan elevene tenker, og det vil igjen gi læreren innsikt i likheter og ulikheter i tenkemåtene.

Det faglige målet med samtalen er sentralt i valget av hvilke samtaletrekk som bør brukes, hvor i samtalen de skal komme, og hvordan spørsmålene skal formuleres (se Kazemi & Hintz, 2014). Videre er det viktig at læreren på forhånd tenker gjennom hva som kan være utfordrende for elevene, planlegger lang tenketid og rom for å snakke med en medelev når spørsmål som kan være krevende, blir stilt. Læreren kan fremheve sentrale momenter i diskusjonen gjennom å be andre elever repetere det viktige innspillet en elev har kommet med. Læreren kan også gjenta innspillet selv og så be elevene om å sammenligne sin egen fremgangsmåte med den gitte.

Gode matematiske samtaler avhenger av at det er etablert et trygt klassemiljø slik at elevene tør å si hva de tenker og ikke er redde for å svare feil. Elevene må være vant til å lytte til hverandre, stille spørsmål til det som er uklart, og argumentere for sine løsninger. Samtalene må bidra til at elevene, ved hjelp av læreren, ser sammenhenger mellom de ulike løsningene og fremgangsmåtene som klassen kommer opp med, og at de ser dette i lys av det matematiske målet for timen.

Samtaletrekk

- Gjenta
- Repetere
- Resonnere
- Tilføye
- Vente
- Snu og snakk
- Endre

Referanser

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions. Using math talk to help students learn*. Sausalito, CA: Math Solutions.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division.* Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional Talk. How to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Oregon: Stenhouse Publishers.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.)(2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Svingen, O. L. (2016*). Barns strategier i arbeid med tall*. Lastet ned fra http://www.matematikksenteret.no/content/4791/Innholdsside den 4.1.2016

Valenta, A. (2015). *Aspekter ved tallforståelse*. Lastet ned fra http://www.matematikksenteret.no/content/4791/Innholdsside#Tallf den 10.11. 2015

Wæge, K. (2015), *Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner*. Tangenten 2/2015