NTNU
Det skapende universitet

Kommunikasjon mellom lærer og elever i et undersøkende og et tradisjonelt matematikklasserom

Anne Lise Øvstebø Vesterdal

Lektorutdanning med master i realfag
Oppgaven levert: Mai 2011
Hovedveileder: Marius Irgens, MATH
Biveileder(e): Kjersti Wæge, PLU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

2. Teoretisk rammeverk

I kapittelet vil jeg presentere det teoretiske rammeverket for studien min. Det danner grunnlaget for analysen av datamaterialet. Jeg vil først presentere to ulike former for matematikkundervisning som kan eksistere i klasserommet: tradisjonell og undersøkende. Her vil begrepene oppgaveparadigmet og oppgavediskursen være viktige for å forstå hva som kjennetegner en tradisjonell matematikkundervisning. En undersøkende matematikkundervisning er et alternativ til den tradisjonelle undervisningen. Den baserer seg på sosiokulturell læringsteori. Jeg vil derfor presentere begrepene den nærmeste utviklingssone og stillasbygging i presentasjonen av en undersøkende matematikkundervisning.

Innenfor ulike matematikklasserom vil det være forskjellige underliggende ”spilleregler” som danner grunnlaget for hvordan deltakerne kommuniserer med hverandre. Jeg vil gå inn på slike spilleregler og presentere begrepene sosiale og sosiomatematiske normer og didaktisk kontrakt. Videre vil jeg presentere ulike kommunikasjonsmønstre som kan oppstå i matematikklasserommet. På bakgrunn av de underliggende ”spillereglene” vil nemlig kommunikasjonen mellom læreren og elevene i en klasse ofte gå inn i visse spor eller mønstre. I analysen av datamaterialet vil jeg bruke disse for å analysere dialogene mellom læreren og elevene i hver klasse.

Til sist i kapittelet presenterer jeg fire aspekter ved læringsomgivelsene i et klasserom som jeg vil fokusere på i min studie. De brukes for å gi en beskrivelse av matematikkundervisningen og et overordnet bilde av hvordan læreren og elevene i hver klasse kommuniserer med hverandre.

2.1 To typer matematikkundervisning

Her presenterer jeg to typer matematikkundervisning: tradisjonell og undersøkende.

2.1.1 Tradisjonell matematikkundervisning

Alrø og Skovsmose (2002) definerer en *tradisjonell matematikkundervisning* som en matematikkundervisning der tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver (ofte fra læreboka) dominerer. Det som kjennetegner en tradisjonell matematikkundervisning er en bestemt måte å organisere klasserommet på. I første del av matematikktimen presenterer læreren nytt stoff, i form av matematisk tema, algoritmer eller matematikkoppgaver. Presentasjonen av det nye stoffet er gjerne svært lik den gitt i læreboka. I andre del av timen arbeider elevene med utvalgte oppgaver. Oppgavene kan vanligvis løses ved å bruke teknikkene som elevene allerede har blitt presentert for, og læreren sjekker ofte elevenes løsninger eller svar. Elevene får også hjemmelekser der de skal arbeide med et visst antall oppgaver fra læreboka. På grunn av den sterke posisjonen læreboka og oppgaver har, kalles en tradisjonell matematikkundervisning gjerne for oppgave- og lærebokstyrt (Wæge, 2007). Skovsmose (2003) mener at å arbeide på en tradisjonell måte med matematikk er å arbeide innenfor *oppgaveparadigmet*, der det er et stort fokus på oppgaveregning.

Skovsmose mener videre at en matematikkundervisning som er strukturert etter oppgaveparadigmet, føyer seg inn i oppgavediskursen beskrevet hos Mellin-Olsen (1990). Mellin-Olsen hadde i sin studie fokus på læreres didaktiske kunnskapsbegrep i matematikk. Et hovedtrekk han la merke til, var at lærernes undervisning var sterkt knyttet til andres forventninger, spesielt i forbindelse med mulighetene for en eksamen. Måten lærerne snakket om håndteringen av kunnskapene i undervisningen beskriver Mellin-Olsen (1990, s. 47) som et spesielt språk. Han kaller språket *oppgavediskursen* og beskriver det som ”et språk og en praksis som læreren utøver med tilknytning til institusjonen, i vårt tilfelle skolen, og til matematikkundervisningens tradisjon.” Bruken av ordet *diskurs* peker i retning av at språk og praksis er knyttet sammen. Mellin-Olsen la merke til at lærerne for eksempel var opptatt av å få elevene gjennom pensum. De brukte begrepene ”komme gjennom”, ”drive på med”, ”følge slavisk” eventuelt ”spare” (om mindre viktig lærestoff) for å beskrive hvordan de arbeidet med pensumet.

Mellin-Olsen observerte videre at hos lærerne var det stort fokus på oppgaveløsning. Matematikkoppgavene kom på rekke og rad til elevene, og hver av dem hadde en begynnelse og en slutt, der slutten var markert med svar i en fasit. Elevene ble vurdert etter hvor langt de var kommet i oppgaverekken. Lærerne snakket mye om at de ”kjørte på” med oppgaver, og for Mellin-Olsen peker lærernes bruk av ”kjøre” i retning av en ferd mot et mål, mot eksamen. Mellin-Olsen hevder også at det er farten som er kjernen i oppgavediskursen. Lærerne brukte ikke ordet ”fart” direkte, men de ga uttrykk for at de følte at tempoet måtte være høyt for å komme gjennom pensum. Enkelte lærere håpet at elevene i det minste fikk med seg ”noen minimumsgreier”; andre følte at de måtte ”jage videre. Til eksamen...” (Mellin-Olsen, 1990, s. 51).

Alrø og Skovsmose (2002) mener at oppgaveparadigmet har en stor påvirkning på flere aspekter ved matematikkutdanningen, både organiseringen av undervisningen, rollen matematikk spiller i samfunnet og kommunikasjonsmønstrene mellom lærer og elever. I følge forfatterne vil kommunikasjonen mellom lærer og elever i en tradisjonell matematikkundervisning ofte følge visse rutiner. I delkapittel 2.3 vil jeg gå nærmere inn på slike kommunikasjonsmønstre.

2.1.2 Undersøkende matematikkundervisning

Som et alternativ til oppgaveparadigmet, beskriver Skovsmose (2003) *undersøkelseslandskapet*. Han tenker seg en undervisningssituasjon der lærer og elever går i dybden og undersøker et matematisk fenomen. Det kan for eksempel være å undersøke tallenes egenskaper. Å arbeide på denne måten er å begi seg inn i undersøkelseslandskapet. Det kjennetegnes av at verken lærer eller elever vet hva de skal frem til, eller hvor de vil ende opp. Det kan starte med at læreren spør: ”Hva hvis…?”, og elevene følger opp med ”Hva hvis…?” Et matematisk fenomen blir slik undersøkt i et samarbeid mellom lærer og elever. Alrø og Skovsmose (2002) understreker at selv om læreren gjerne tar initiativet til å starte en utforskningsprosess, må han *invitere* elevene med. Det er først snakk om et ekte undersøkelseslandskap dersom elevene godtar invitasjonen; læreren kan ikke kommandere dem til å delta. Min tolkning er at undersøkelseslandskapet inngår i en annen form for matematikkundervisning enn den tradisjonelle. Wæge (2007, s.51) beskriver at i en *undersøkende matematikkundervisning* handler matematikk om mer enn å finne et riktig svar. Det handler også om utforskning, kreativitet, nysgjerrighet og samarbeid. Det er en undervisning der fokus er på:

- Matematisk resonnement
- Å lete etter mønster og systemer
- Problemløsning
- Sammenhenger
- Grunnleggende ferdigheter

I en undersøkende matematikkundervisning vil elevene få mulighet til å være aktive og utforskende. Det blir lagt vekt på at elevene selv skal få utvikle egne løsningsstrategier og formulere egne problemstillinger. Derfor arbeides det mye med åpne oppgaver, prosjekter og problemløsning (Wæge, 2007). Ikke alle oppgavene klassen arbeider med vil nok være mulige å strekke så langt at det blir et fullstendig undersøkelseslandskap. Min tolkning er derfor at undersøkelseslandskapet er en del av en undersøkende matematikkundervisning. Yackel (1995) beskriver også at i en undersøkende matematikkundervisning vil elevene få anledning til å delta i det han kaller meningsfull matematisk aktivitet. I likhet med Wæge (2007) mener han at å kunne forklare og argumentere for egne løsninger og egen tenkning er en sentral del. Læreren vil da spille en viktig rolle i å legge til rette for elevenes forsøk på å forklare. På den ene siden kan læreren assistere elevene i det de forsøker å si, for å klargjøre ovenfor de andre deltakerne i klassen. På den andre siden kan læreren hjelpe elevene til selv å forstå det de prøver å forklare. Samtidig mener Yackel at læreren må være forsiktig i sine forsøk på å hjelpe elevene å utvikle mulige løsninger. Læreren kan utilsiktet hemme elevenes forsøk på å forklare. Det kan han gjøre ved at han stadfester at eleven allerede har funnet en mulig løsning. Han kan også lette elevenes ansvar av å selv finne ut hvilke aspekter av løsningene deres som trengs å utdypes og forklares mer.

Alrø og Skovsmose (2002) mener at skiftet fra oppgaveparadigmet og over til undersøkelseslandskapet gir rom for at kommunikasjonsmønstrene i klasserommet kan endres. Det åpnes for nye typer samarbeid og for nye læringsmuligheter. I delkapittel 2.4 vil jeg gå inn på ulike former for kommunikasjonsmønstre som knyttes til en undersøkende matematikkundervisning.

2.1.3 Undersøkende matematikkundervisning og sosiokulturell teori

En undersøkende matematikkundervisning baserer seg på sosiokulturell læringsteori (Goos, 2004; Wæge, 2007). Undervisningen legger til rette for at læring skal skje i samarbeid med andre, noe som er en av grunntankene i et sosiokulturelt perspektiv. Videre betraktes kunnskap innenfor sosiokulturell teori som noe som ikke kan overføres, men som konstrueres. Konstruksjon er alltid knyttet til aktivitet for den lærendes del (Dysthe, 2001). I en undersøkende matematikkundervisning fokuseres det nettopp på at elevene skal være aktive og utforskende, og at de selv skal både finne og argumentere for egne løsningsstrategier (Yackel, 1995; Wæge, 2007).

Innenfor den sosiokulturelle læringsteorien, er altså hvert individ avhengig av andre i sin læringsprosess. På hvert trinn i et barns utvikling vil det for eksempel eksistere enkelte problemer som barnet er på nippet til å klare å løse selv. Oppmuntring til å fortsette å prøve, noen ledetråder, litt struktur osv. kan være det som trengs for at eleven skal få løst problemet.

Vygotsky (1978, s. 85-86) mener derfor at det er viktig å ikke bare fokusere på hva eleven mestrer på egenhånd (det aktuelle utviklingsnivået), men også på hva han får til sammen med andre (det potensielle utviklingsnivået). *Den nærmeste utviklingssonen* (zone of proximal development) er nivået som ligger mellom disse. Det er området der eleven ikke klarer å løse problemet alene, men kan lykkes dersom han får veiledning fra en voksen eller samarbeider med en dyktigere jevnaldrende. Den nærmeste utviklingssonen definerer de intellektuelle funksjonene som ikke enda er ferdig modnet hos den lærende, men som er i modningsprosessen. Vygotsky (1978; 1981, i Ottesen, 2007) mener at det er mot dette nivået undervisningen må rettes, for her er læring mulig. Læringsprosessen kan ses på som en utvikling der elevene først er avhengig av andre (enten lærer eller andre elever) og så gradvis internaliserer kunnskapen slik at de klarer seg på egen hånd.

Et annet begrep som ofte ses i sammenheng med den nærmeste utviklingssonen, er *stillasbygging* (scaffolding). Begrepet viser til at barn bruker hjelpen fra en voksen som en støtte mens de bygger en solid forståelse. Den voksne ”kontrollerer” de elementene av oppgaven som i utgangspunktet er utenfor den lærendes kapasitet, slik at han kan konsentrere seg helt og holdent om de elementene som er innenfor hans kompetanserekkevidde. Støtten tilpasses etter hvert som barnet lærer og fjernes når den lærende er i stand til å ”stå alene” (Wood, Bruner & Ross, 1976, s. 90). Begrepet stillasbygging brukes ofte for å beskrive interaksjonen mellom den voksne og barnet innenfor den nærmeste utviklingssonen (Goos, 2004).

Jeg mener at Yackels (1995) beskrivelse av lærerens rolle relateres til både den nærmeste utviklingssonen beskrevet av Vygotsky (1978) og stillasbygging definert av Wood, Bruner og Ross (1976). Yackel påpeker som tidligere nevnt at læreren skal fasilitere og veilede elevenes forsøk på å forklare egne løsninger og egen tenkning. Da retter han undervisningen inn mot den nærmeste utviklingssonen, slik Vygotsky (1978) etterlyser. Samtidig kan han gi den nødvendige voksenassistansen, stillasbygging, slik at elevene blir i stand til å forstå det de forklarer. I delkapittel 2.4.2 knytter jeg de nevnte begrepene til et spesielt kommunikasjonsmønster, IC-modellen, som kan observeres i en undersøkende matematikkundervisning.

2.2 Underliggende ”spilleregler” i klasserommet

I en klasse vil deltakerne ha visse forventninger til hverandre. Summen av forventningene danner underliggende ”spilleregler” som er med på å påvirke hvordan læreren og elevene kommuniserer med hverandre (Bauersfeld, 1980). Her presenterer jeg slike ”spilleregler” og introduserer begrepene sosiale og sosiomatematiske normer og didaktisk kontrakt.

2.2.1 Sosiale og sosiomatematiske normer

Interaksjon er mer enn bare en rekke av handlinger og mothandlinger. Hver deltaker i interaksjonen vil tilpasse sine handlinger i samsvar med hva han antar er de andre deltakernes bakgrunnsforståelse, forventninger osv. (Voigt, 1994). Bauersfeld (1980) beskriver det han kaller *skjulte dimensjoner* i den såkalte realiteten av matematikklasserommet: Summen av situasjoner, regler, forventninger, tolkninger og subjektive realiteter. Han mener at for en utenforstående kan det faktisk være vanskelig å skjønne hva som foregår i en matematisk diskusjon. Som en forutsetning for kommunikasjon vil nemlig deltakerne måtte ha en felles forståelse som de tar som et implisitt referansegrunnlag når de snakker til hverandre. Tenk at en elev nettopp har presentert en løsning foran klassen, og læreren spør: ”Har noen løst oppgaven på en annen måte?” Da må elevene og læreren ha en felles forståelse for hva som utgjør, matematisk sett, en alternativ løsning.

Sosiale normer er et begrep som refererer til den generelle deltakelsesstrukturen i klasserommet (Gravemeijer & Cobb, 2006). Gjennom en prosess av gjensidige forhandlinger mellom læreren og elevene etableres det forventninger om hvordan man handler og forklarer seg i klasserommet. Yackel og Cobb (1996) fokuserte i sin studie spesielt på klasseromsnormer de kaller for sosiomatematiske normer. En *sosiomatematisk norm* handler om de normative aspektene ved klassediskusjoner som er spesifikke for matematiske aktiviteter (Gravemeijer & Cobb, 2006). Disse skiller seg altså fra generelle sosiale normer ved at de er spesifikke for det matematiske aspektet av det som skjer i klasserommet. For eksempel er den felles forventningen om at elevene skal kunne forklare hvordan de tenker og kunne argumentere for egne løsninger en sosial norm. Forståelsen av hva som utgjør en akseptabel matematisk forklaring er derimot en sosiomatematisk norm (Yackel & Cobb, 1996).

Hvilke sosiomatematiske og sosiale normer som ligger til grunn i to forskjellige klasser, er ikke nødvendigvis de samme. Yackel og Cobb (1996) hadde i sin studie fokus på en matematikklasse som drev med undersøkende matematikkundervisning. De la merke til at forståelsen av hva som utgjorde en sofistikert, elegant eller effektiv løsning var mindre eksplisitt enn forståelsen av hva som utgjorde en ulik løsning. Cobb, Yackel og Wood (1995) fulgte også en matematikklasse som gikk fra å arbeide på en tradisjonell måte med matematikk til å arbeide aktivt og utforskende. På eget initiativ begynte læreren etter hvert å utvikle og endre de sosiale normene i klasserommet slik at de skulle passe bedre med den nye undervisningen. Læreren ga eksplisitt uttrykk for at elevene skulle kunne forklare sin løsning for andre elever og lytte og prøve å forstå andres løsninger både i gruppearbeid og i helklassediskusjoner. Sosiomatematiske og sosiale normer kan dermed være ulike i ulike klasser, men de kan også endres innad i en enkelt klasse. Ofte er det læreren som tar initiativ til endringene, men også elevene er med på å påvirke hvilke normer som preger klassen.

2.2.2 Didaktisk kontrakt

De underliggende sosiale og sosiomatematiske normene i et klasserom, knyttes gjerne til begrepet *didaktisk kontrakt* (Balacheff, 1990). Balacheff (1990) definerer begrepet slik:

> *The rules of social interaction in the mathematics classroom include such issues as the legitimacy of the problem, its connection with the current classroom activity, and the responsibilities of both the teacher and pupils with respect to what constitutes a solution or to what is true. We call this set of rules a didactical contract. A rule belongs to the set, if it plays a role in the pupils' understanding of the related problem and thus in the constitution of the knowledge they construct.* (Balacheff, 1990, s. 260).

Reglene for sosial interaksjon i det matematiske klasserommet inkluderer i følge Balacheff slike tema som legitimiteten til et problem, forbindelsen det har med klasseromsaktivitetene og ansvaret både læreren og elevene har med hensyn til hva som utgjør en løsning eller til hva som er sant. Balacheff kaller mengden av regler for en didaktisk kontrakt.

Wedege, Skott, Wæge og Henningsen (2006) mener, i likhet med Balacheff, at didaktisk kontrakt er et begrep som brukes for å beskrive de eksplisitte og implisitte reglene for sosiale og matematiske samhandlinger i et gitt klasserom. Sentrale temaer i den didaktiske kontrakten er: Hva er matematikk og matematikkutdanning? Hvordan og hvorfor lærer du matematikk? Wedege et al (2006) beskriver et gjensidig virkningsforhold: Den didaktiske kontrakten består av visse regler som påvirker interaksjonen i klasserommet. Samtidig vil samhandlingene i klasserommet kunne virke tilbake og fornye eller endre reglene.

2.3 Tradisjonelle kommunikasjonsmønstre

Alrø og Skovsmose (2002) mener at kommunikasjon mellom lærer og elever i en tradisjonell matematikkundervisning ofte vil følge visse rutiner. Rutinene kalles gjerne tradisjonelle kommunikasjonsmønstre. Voigt (1994) viser til studier der det er observert at de tradisjonelle kommunikasjonsmønstrene er svært stabile. Læreren og elevene i en klasse kommuniserer med hverandre ut fra de regler og forventninger de allerede har til hverandre (Bauersfeld, 1980; Bauersfeld, 1988; Voigt, 1994; Voigt, 1995). Sporet kommunikasjonen går inn i endres derfor ikke så lett. Det er årsaken til at selv i undervisningssituasjoner som i utgangspunktet ikke følger et spesielt tradisjonelt mønster, kan tradisjonelle kommunikasjonsmønstre likevel observeres (Voigt, 1994).

2.3.1 IRE/IRF-mønster

Det kommunikasjonsmønsteret som oftest forekommer i tradisjonell undervisning er IRE/IRF-mønsteret; en tredelt sekvens bestående av lærerInitiering, elevRespons og lærerEvaluering/lærerFeedback (Lemke, 1990; Wells, 1999; Cazden, 2001) Mønsteret er ikke knyttet til matematikk spesielt, men kan observeres i alle fag. IRE/IRF-mønsteret innledes med at læreren stiller et spørsmål som oppmuntrer til elevsvar. En utvalgt elev svarer på spørsmålet og læreren kommenterer svaret. Dersom lærerens kommentar er av evaluerende karakter, for eksempel en vurdering om elevens svar er riktig eller galt, er siste del av interaksjonen en lærerEvaluering (Cazden, 2001). Wells (1999) påpeker at læreren ofte følger opp elevens svar, enten ved å utdype selv eller stille et nytt spørsmål. Han mener derfor at betegnelsen lærerFeedback er mer korrekt å bruke. Lemke (1990, s. 8) kaller mønsteret for den *tredelte dialogen* (triadic dialogue) og mener at en typisk sekvens vil være:

(Lærerforberedelse)

Spørsmål fra lærer

(Lærer ber elevene svare (stillhet))

(Elevene gir tegn til å ville svare (rekker opp hendene))

(Utvelgelse av elev til å svare)

Elevsvar

Lærerevaluering

(Lærer gir tilleggsinformasjon)

I likhet med Cazden (2001) bruker Lemke (1990) lærerEvaluering som betegnelse på lærerens respons på elevsvaret. Delene med uthevet skrift er i følge forfatteren de essensielle og er alltid en del av mønsteret. Trekkene i parentes er valgfrie og kan sløyfes. Dersom læreren og elevene holder seg "strengt" til den tredelte dialogen, kan de andre trekkene også være viktige elementer. For eksempel kan utvelgelse av elev til å svare være en viktig del av den tredelte dialogen i enkelte klasserom (Lemke, 1990).

Frekvensen av forekomsten av IRE/IRF-mønsteret kan ha en betydelig variasjon, men det er estimert at denne formen for kommunikasjon utgjør opptil 70 % av all kommunikasjon mellom lærer og elever i tradisjonelle klasserom (Wells, 1999). Cazden (2001) påpeker at IRE/IRF-mønsteret har blitt en "default option" – et spor lærer og elever går inn i om ingen foretar en bevisst endring. Studier gjort av Lemke (1990) har også vist at både elever og lærere har en sterk tendens til å bøye seg for "reglene" i den tredelte dialogen. Det kan ofte oppstå forvirring blant elevene om læreren for eksempel ikke gir dem en evaluerende kommentar på svaret, slik de forventer. I en klasse der læreren og elevene holder seg "strengt" til reglene i den tredelte dialogen, kan en elev faktisk bli nødt til å gjenta svaret sitt, dersom læreren ikke har valgt han ut på forhånd. Først da læreren har fått pekt ham ut til å svare, får eleven lov til å gi sitt svar. Selv om både elever og læreren bidrar til å opprettholde den tredelte dialogen, mener Lemke at hovedansvaret ligger hos læreren. Kommunikasjon innenfor IRE/IRF-mønsteret gir læreren mange fordeler; han bevarer kontrollen over klassen og temaet som diskuteres. Det stiller forfatteren seg noe kritisk til. Dersom læreren har hele kontrollen, vil elevene få for liten mulighet til å ta initiativ selv og styre retningen på diskusjoner.

En annen kritikk som ofte rettes mot IRE/IRF-mønsteret, er at læreren stiller for mange spørsmål som han allerede kjenner svaret på (Cazden, 2001; Mason, 1998). I følge Mason (1998) har spørsmålene som hensikt å teste elevenes kunnskap, og Cazden (2001) påpeker at de også kan fungere som en måte å gjøre en lærermonolog om til dialog med elevene. Selv om en monolog gjøres om til en dialog, gir IRE/IRF-mønsteret likevel ikke læreren nok mulighet til å få innsyn i elevenes tanker (Wells, 1999). Videre kritiseres mønsteret fordi det ikke gir rom for at elevene kan få stille egne spørsmål (Lemke, 1990; Wells, 1999)

2.3.2 Topazeeffekten

Et kommunikasjonsmønster som også kan observeres i matematikkundervisningen, er topazeeffekten beskrevet av Brousseau (1997). Jeg har valgt å plassere topazeeffekten innenfor tradisjonelle kommunikasjonsmønstre. Begrunnelsen er at jeg knytter forekomsten av mønsteret spesielt til en undervisning der det er stort fokus på oppgaveløsning og å finne det rette svaret, noe som er typisk for en tradisjonell matematikkundervisning (Mellin-Olsen, 1990; Alrø & Skovsmose, 2002; Skovsmose, 2003).

Begrepet topazeeffekten stammer fra et fransk skuespill av Marcel Pagnol kalt ”Topaze”. Topaze er professor, og i den første scenen i skuespillet holder han diktat for en svak student. Han vil gjerne at studenten skal lykkes, så han forsøker først med overtydelig uttalelse av ordene han leser opp. Da det ikke er nok, bidrar han med mer hjelp, helt til studenten har stavet hele setningen korrekt. *Topazeeffekten* kan altså beskrives på følgende måte: Læreren vil gjerne at elevene skal være aktive og selv komme frem til svaret. Men i det de ikke får til dette, vil han forkle det forventede svaret på ulike måter uten å gi det direkte. Læreren vil gjerne begynne med å gi en elev som står fast et hint. Dersom det ikke er nok, kan han stille eleven enklere spørsmål for å avgrense oppgaven og gjøre den lettere å forstå. Slik starter topazeeffekten. I verste fall kan sluttresultatet bli at læreren rett og slett forteller eleven hva han skal skrive. I tilfellet med professoren Topaze og studenten hans vil det være at han sier f.eks. ”Husk at å sette ”w” i ”two” (Brousseau, 1997, s. 25).

Novotná og Hošpesová (2007) studerte forekomsten av topazeeffekten i en 8.kl (14-15 år gamle elever). De fulgte klassen i ti etterfølgende 45 minutters økter innenfor temaet lineære likninger. Ulike former for topazeeffekt ble identifisert, og et hovedskille går mellom om hjelpen fra læreren blir *gitt eksplisitt* eller *foreslått/hintet implisitt*.

En eksplisitt form for topazeeffekt som ble observert i studien var at læreren beskrev de ulike stegene eller fremgangsmåten som eleven(e) forventes å følge. Videre kunne læreren stille spørsmål direkte relatert til den følgende løsningsprosedyren. Andre former for eksplisitt topazeeffekt innebærer å advare om mulige feil som kan bli begått eller minne elevene om hva de må huske på, som i ”Pass på, her må du...”. Læreren som var i fokus i studien til Novotná og Hošpesová pekte også ofte på en analogi. Hun viste til tidligere løste lignende problemer eller eksempler dersom elevene sto fast. Andre ganger minnet hun elevene på tidligere erfaring eller kunnskap.

Implisitte former for topazeeffekt som ble observert i studien var at læreren omformulerte oppgaven eller spørsmålet. Hun brukte også signalord, for eksempel å poengtere eller vektlegge viktige stikkord i oppgaveteksten. Dersom læreren ville frem til ett bestemt svar, var det flere tilfeller der hun selv sa første del eller første bokstav i ordet. Denne metoden valgte hun dersom det var vanskelig å finne et passende spørsmål å stille elevene. En annen form for implisitt topazeeffekt som ble identifisert i studien var at læreren betvilte korrektheten av svaret, dersom elevens svar var galt. Da stilte hun gjerne spørsmål som: ”Virkelig? Er du sikker?” eller ”Hørtes ikke det rart ut?”

Det som kjennetegner topazeeffekten er i følge Brousseau (1997) at det forventede svaret på en matematikkoppgave er bestemt på forhånd. Læreren leder da elevene frem til svaret, gjennom en eller flere av de ulike formene for eksplisitt eller implisitt hjelp. Kunnskapen som elevene trenger for å komme frem til svaret endres i løpet av den prosessen og kan i verste fall forsvinne helt (Brousseau, 1997). I det elevene går i gang med en matematikkoppgave er det altså en viss mengde kunnskap som trengs for å løse den. Gjennom at læreren forkler det forventede svaret, vil det i de aller fleste tilfeller føre til at det settes lavere intellektuelle krav til elevene. Kravene som stilles vil være lavere enn de som faktisk kreves for å løse den gitte oppgaven (Novotná & Hošpesová, 2007).

Novotná og Hošpesová (2007) fant at det var en nær sammenheng mellom lærerens forestillinger om matematikkundervisning og forekomsten av topazeeffekten. Læreren hadde en forestilling om at elevenes suksess i matematikk bare kunne oppnås ved gjentatte utførelser av en serie lignende prosedyrer. Hun mente at elevene trengte støtte som i topazeeffekten for å kunne lykkes med oppgavene. Faktisk ga læreren uttrykk for at elevene ikke ville være i stand til å arbeide individuelt uten noen form for hjelp eller støtte. Novotná og Hošpesová har funnet i studien sin at prisen av hyppig bruk av topazeeffekten kan være høy: Elevene kan bli avhengige av lærerens hjelp og tar derfor mindre ansvar selv for å løse de tildelte matematiske problemene.

2.3.3 Traktmønster

I en situasjon der en elev har avgitt et galt svar innenfor IRE/IRF-mønsteret, vil læreren bare fortelle eleven at svaret er galt, og så velge ut en annen til å svare korrekt. I stedet for å avvise elevens svar, kan læreren velge en alternativ strategi (Wood, 1998). Bauersfeld (1988) og hans kolleger observerte en rekke situasjoner fra matematikklasserommet og ble etter hvert oppmerksomme på et annet gitt mønster som deltakerne så ut til å følge ubevisst. For at eleven selv skulle få komme frem til det rette svaret, forsøkte læreren å hjelpe ham ved å lede ham gjennom en serie eksplisitte, enkle spørsmål. Bauersfeld (1988, s. 36) ga fenomenet navnet *traktmønsteret* (funnel pattern of interaction). Bakgrunnen er at han mente at en trakt var en passende metafor, siden spørsmålene læreren stilte ofte begynte som åpne, men ble stadig mer snevre. Traktmønsteret er i følge Kang og Kilpatrick (1992) et eksempel på eller en underkategori av topazeeffekten. Mønsteret kan typisk foregå slik: Læreren ser at en elev har problemer med en matematikkoppgave; han har enten fått feil svar eller sitter fast. For å hjelpe eleven videre i løsningsprosessen vil læreren da stille et åpent spørsmål. Når han ikke får en tilfredsstillende reaksjon fra eleven, i form av ingen eller feil respons, vil han gi den nødvendige informasjonen slik at eleven kan komme med en ”passende” reaksjon. ”Passende” vil si å gi det svaret læreren forventer å høre. Dersom eleven fortsatt svarer avvikende vil læreren presse på videre og stille mer presise og snevre spørsmål for å stimulere det forventede svaret. Kvaliteten på lærer-elev diskusjonen vil synke, siden læreren stadig senker kravene han har til eleven. Steg for steg vil læreren gjennom sine handlinger redusere sine antagelser om hva eleven er kapabel til, stikk i strid mot egne intensjoner. Han vil kanskje ikke engang se det selv; han tror at han gir ”tilrettelagt veiledning”. Eleven på sin side forstår at kravene som stilles til ham stadig forenkles og snevres inn, og at læreren søker etter et gitt svar. Spenningen mellom lærer og elev vokser. Dersom eleven ikke klarer å følge lærerens tankegang gjennom de stadig mer presise spørsmålene, vil han ha liten sjanse for å svare riktig. På et sent stadium vil læreren faktisk kunne avvise svar på et åpent spørsmål stilt tidligere. Jeg tolker Bauersfeld (1988) slik at læreren på det tidspunktet vil være svært fokusert på å få eleven til å svare korrekt på det nyeste, presise spørsmålet. Av den grunn vil han ikke anerkjenne svar gitt på et mer åpent spørsmål stilt tidligere. Til slutt kan et enkelt ord fra eleven være nok til at læreren selv presenterer den fullstendige løsningen. Traktmønsteret avsluttes alltid med at løsningen blir presentert, uavhengig av hvem som produserer den (Bauersfeld, 1988).

Gjennom traktmønsteret vil altså læreren senke kravene han har til eleven. Et åpent spørsmål som stiller visse intellektuelle krav til eleven snevres inn til presise, eksplisitte spørsmål som krever mindre å svare på. Slik er traktmønsteret et eksempel på topazeeffekten (Kang & Kilpatrick, 1992). Min vurdering er at traktmønsteret kan kobles spesielt til en bestemt form for eksplisitt topazeeffekt beskrevet av Novotná og Hošpesová (2007): Spørsmål direkte relatert til den følgende løsningsprosedyren.

Bauersfeld (1988) påpeker at verken læreren eller elevene alene kan klandres for sporet kommunikasjonen går inn i, fordi de ikke er klar over selv hvilken retning handlingene deres tar. Steinbring (1998) mener at det er forpliktelsen av at enhver matematikktime skal føre frem til et gitt mål som ofte er årsaken til at traktmønsteret oppstår. Det kan igjen kobles til ”farten” beskrevet hos Mellin-Olsen (1990), og presset lærere føler i forhold til å få elevene gjennom pensum eller læreplanen.

Mason (1998) mener at traktmønsteret kan være effektivt, uten å presisere på hvilken måte det er effektivt. Jeg tolker Mason slik at traktmønsteret er effektivt i den forstand at eleven, gjennom lærerens serie av spørsmål, får løst oppgaven. Mason påpeker likevel at hvis det blir en vane, hvis det ikke eksisterer alternativer, da er læreren fanget i en potensiell sammensvergelse med elevene som tvilsomt vil styrke læring. Holt (1964, i Mason 1998) beskriver en episode der han etter hvert ble klar over at en elev hadde utarbeidet en strategi av minimal respons helt til spørsmålene ble så enkle at det ikke krevde noen innsats å svare på dem. Mason oppmuntrer derfor lærere til å forsøke å unngå å bli fanget i traktmønsteret. Steinbring (1998) peker også på mulige problemer med mønsteret. Han mener at dess mer læreren forsøker å gjøre ny kunnskap eksplisitt gjennom traktmønsteret, dess mer vil den miste sin nye, teoretiske status og kan ofte ødelegges. Elevene får mindre anledning til å konstruere personlige ideer om den aktuelle kunnskapen. Wood (1998) er enig i dette, og han mener at traktmønsteret gir eleven liten mulighet til å delta i en meningsfull matematisk aktivitet. Han hevder at kommunikasjonsmønsteret formidler et syn på at matematikken som skal læres ligger utelukkende innenfor lærerens autoritet. Lærerens hensikt er å hjelpe elevene til å lære ved å lede dem til det rette svaret. Likevel vil det å lære matematikk, fra elevenes perspektiv, involvere å bli kjent med en mengde prosedyrer som læreren allerede kjenner, og som det er deres forpliktelse å lære. Steinbring har videre observert at elevene kan komme til å bli avhengige av lærerens hjelp og bli mindre selvstendige.

2.3.4 "Gjett hva læreren tenker"-mønsteret og stikkordsbasert oppførsel

Et annet kommunikasjonsmønster, som jeg mener har nært slektskap med både traktmønsteret og IRE/IRF-mønsteret, er "*gjett hva læreren tenker"-mønsteret*: Læreren stiller elevene et spørsmål, og elevene forsøker å gjette seg frem til hva han vil at de skal svare (Mason, 1998; Alrø & Skovsmose, 2002). I følge Alrø og Skovsmose (2002) kjennetegnes mønsteret av at læreren stiller en serie spørsmål som han allerede kjenner svaret på. Det er stort fokus på å svare riktig, og et korrekt svar vil føre til et nytt spørsmål. Læreren styrer altså hele retningen på kommunikasjonen, og elevene må anstrenge seg for å følge lærerens tankegang. Selv om læreren vet hva han vil frem til og kjenner hensikten med spørsmålene, er det ikke sikkert at elevene skjønner det. For elevene kan dermed spørsmålene virke usammenhengende. Siden de må bruke mye tid og krefter på å gjette hva læreren tenker, har de gjerne fokus på å gjette riktig, i stedet for å konsentrere seg om det matematiske innholdet i temaet. Alrø og Skovsmose beskriver flere ulike typer elevresponser innenfor "gjett hva læreren tenker"-mønsteret. Elevene kan velge å gjette tilfeldig, ikke svare i det hele tatt, eller late som om de opptatt med noe annet. De kan også gi et spørrende svar eller svare for så å avslå eget svar. Videre kan elevene spørre om hjelp, nekte for å kjenne svaret eller gi et ekko-svar: "Jeg fikk det samme som ham!". Alrø og Skovsmose mener at elevenes respons i et "gjett hva læreren tenker"-mønsteret viser at de da tar minimalt med ansvar for egen læring.

"Gjett hva læreren tenker"-mønsteret relaterer jeg til en type elevoppførsel som Boaler (1998; 1999) kaller for *stikkordsbasert* (cue-based behaviour). Boaler (1998; 1999) observerte i sin studie at elever som arbeidet på en tradisjonell måte med matematikk ofte baserte sin matematiske tenkning på hva de trodde ble forventet av dem, heller enn på det matematiske innholdet i et spørsmål. Hun la merke til at elevene brukte ikke-matematiske stikkord (cues) som indikator på lærerens eller lærebokas hensikt. Stikkordene som elevene baserte sin tenkning på, kunne være for eksempel hvilke ord læreren brukte i et spørsmål eller stemmeleiet hans. Videre svarte elevene i forhold til den forventede vanskelighetsgraden på et spørsmål (hva de trodde ble forventet av dem på et gitt stadium) eller konteksten til spørsmålet. Jeg mener at en stikkordsbasert oppførsel lett kan forekomme om læreren kommuniserer gjennom "gjett hva læreren tenker"-mønsteret.

2.4 Undersøkende kommunikasjonsmønstre

Skiftet fra oppgaveparadigmet og over til undersøkelseslandskapet gir rom for at kommunikasjonsmønstrene i klasserommet kan endres. Det åpnes for nye typer samarbeid og for nye læringsmuligheter (Alrø & Skovsmose, 2002). Innenfor en undersøkende matematikkundervisning vil det derfor kunne eksistere andre typer kommunikasjonsmønstre enn i en tradisjonell undervisning. Det betyr likevel ikke at ikke tradisjonelle mønstre også kan observeres (Voigt, 1994). Den ene årsaken til det er at tradisjonelle mønstre har stor grad av stabilitet. Dersom en lærer skal endre matematikkundervisningen fra tradisjonell og over til en mer undersøkende form, kan det ta lang tid å endre de underliggende ”spillereglene” i klasserommet (Voigt, 1994; Cobb, Yackel & Wood, 1995). Som nevnt innledningsvis vil verken læreren eller elevene heller alltid være bevisst klar over hvilket spor kommunikasjonen går inn i (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1994). En undersøkende matematikkundervisning åpner dermed for at nye kommunikasjonsmønstre kan oppstå, men tradisjonelle mønstre kan fortsatt bli observert.

2.4.1 Fokuseringsmønster

Et kommunikasjonsmønster som i følge Wood (1995, s.219) tilsynelatende kan minne om traktmønsteret er *fokuseringsmønsteret* (focusing pattern of interaction). Fellestrekket er at begge gjerne involverer at læreren stiller en serie spørsmål. Men forskjellen er viktig: I traktmønsteret har læreren på forhånd avgjort hvilket svar han vil at elevene skal komme frem til, og han leder dem inn mot det. I fokuseringsmønsteret, derimot, stiller læreren spørsmål for å snevre elevenes oppmerksomhetsfelt inn mot et gitt aspekt ved en løsning eller en oppgave. Deretter trekker han seg tilbake og lar elevene selv løse oppgaven, på den måten de ønsker. Et typisk eksempel på fokuseringsmønsteret kan være: En eller flere elever har presentert sine løsninger på en matematikkoppgave foran klassen. Læreren legger merke til at en av løsningene kan være vanskelig for andre elever å forstå eller har et spesielt interessant trekk ved seg som han ønsker at de andre skal bli klar over. Da kan han gjerne stille spørsmål som: ”Nå, hvordan fant du ut det?” Hensikten med å stille spørsmålet er å fokusere elevenes oppmerksomhet mot et gitt aspekt ved løsningen (Wood, 1995; Wood, 1998).

Ved å stille et fokuserende spørsmål gir læreren den eleven som forklarer sin løsning en ekstra mulighet til å reflektere over egen tenkning mens han forklarer for andre. Resten av klassen får mulighet til å selv prøve å forstå det unike aspektet ved en gitt løsning (Wood, 1995).

2.4.2 IC-modellen

Et annet kommunikasjonsmønster som kan ses i en undersøkende matematikkundervisning er det Alrø og Skovsmose (2002, s. 62) kaller *IC-modellen* (inquiry co-operation model). Modellen består av elementene: komme i kontakt, lokalisering, identifisering, forhandling, høyttenkning, omformulering, utfordring og evaluering.

En av de viktigste forutsetningene for kommunikasjon i IC-modellen er aktiv lytting. Alrø og Skovsmose (2002) presiserer at de bruker begrepet aktiv da den som lytter har et ansvar for å stille spørsmål og gi ikke-verbal støtte mens han forsøker å forstå den som snakker. Aktiv lytting betyr at læreren og elevene kommer i kontakt. ”*Å komme i kontakt*” betyr mer enn at læreren ber om oppmerksomhet. Det handler om at læreren og eleven retter seg inn mot hverandre for å samarbeide. Det er den første betingelsen for gjensidig undersøkelse. Videre kan læreren *lokalisere* elevens perspektiv ved å for eksempel spørre eleven om hvordan han oppfatter et gitt matematisk problem. Ofte kan det være vanskelig for eleven å uttrykke matematiske ideer eller generelt forklare hva han tenker om problemet. Læreren kan da fungere som en fasilitator ved å stille undersøkende spørsmål, mens han prøver å forstå elevens måte å oppfatte problemet på. Å fasilitere elevenes forsøk på å forklare er i følge Yackel (1995) en svært viktig del av lærerens rolle i en undersøkende matematikkundervisning. Dersom læreren klarer å hjelpe eleven med å uttrykke sine matematiske ideer, mener jeg at han bidrar med stillasbygging (Wood, Bruner & Ross, 1976). Han retter dermed undervisningen inn mot den nærmeste utviklingssonen, slik Vygotsky (1978) etterlyser. I lokaliseringsfasen kan læreren altså hjelpe eleven å uttrykke det han ikke er stand til å forklare på egenhånd. For å få informasjon om hva eleven tenker, kan læreren stille undersøkende spørsmål som ”Hva om...?”, ”Hvorfor det?” eller ”Hvorfor tenkte du sånn?”. Alrø og Skovsmose nevner ikke undersøkende spørsmål alene som et av elementene i IC-modellen, men jeg mener likevel at det er en sentral av modellen. Dersom eleven har vanskeligheter med å uttrykke sin måte å oppfatte et gitt problem på, kan spørsmålene hjelpe ham med å sette ord på det han tenker.

Da eleven er blitt i stand til å uttrykke sitt perspektiv, kan det omsettes til mer matematisk språk. Slik blir elevens tanker om problemet *identifisert* i matematisk terminologi; ikke bare av læreren, men også av eleven selv. Prosessen ved identifisering vil dermed legge et grunnlag for videre utforskning. På lokaliserings- eller identifiseringsstadiet kan det også forekomme at prosessen tar en annen retning, og at det blir eleven som forsøker å skjønne lærerens perspektiv. Da tolker jeg Alrø og Skovsmose (2002) som at kommunikasjonen ikke lenger følger IC-modellen. En viktig betingelse for at en dialog skal kunne klassifiseres som en IC-modell, er nemlig at læreren tar utgangspunkt i elevens oppfattelse av problemet.

Neste steg i IC-modellen er *forhandling.* Lærer og elev kan begge komme med ideer og synspunkter på hvordan problemet kan løses, ikke presentert som i ”slik skal det gjøres”, men som noe som kan undersøkes videre. Forhandling betyr å argumentere for og diskutere mulige løsningsstrategier; det finnes ikke en ”rett” metode. En sentral del av forhandlingsfasen er *høyttenkning*, der perspektiv og tanker blir synliggjort for den andre som deltar i interaksjonen. For å få klarhet i perspektivene, kan læreren gjerne *omformulere* elevens utsagn. Gjennom omformulering kan læreren sjekke at han virkelig forstår hva eleven mener. På samme måte kan eleven omformulere lærerens formuleringer for å bli sikker på han forstår lærerens perspektiv. Slik forhindres mulige misforståelser i å oppstå, og læreren og eleven kan komme frem til en felles forståelse. Videre kan læreren gi eleven en *utfordring* for at han skal kunne fortsette utforskningsprosessen. Utfordringen bør tilpasses elevens nivå og oppfattelse av problemet. Samtidig må også læreren være innstilt på å bli selv bli utfordret og begi seg inn i et ukjent ”terreng”. Til slutt kan læreren og eleven *evaluere* om de har sett problemet fra samme synspunkt, og om de har prøvd å løse problemet på samme måte. Misforståelser kan oppstå i kommunikasjon mellom lærer og elev, og de kan ofte ha ulike perspektiv på et problem. For eksempel vil en lærer gjerne se problemet i en større sammenheng og trekke det generelle ut fra det spesielle. Eleven på sin side betrakter ofte problemet som et konkret, praktisk et. Målet i en utforskningsprosess er ikke å ha det ”rette” perspektivet, men å ta et felles ansvar for prosessen. Fokuset skal ikke være på hva som er ”rett” eller ”galt”. På bakgrunn av det kan læreren og eleven evaluere perspektivene sine, og det gir også rom for å diskutere hva eleven har lært.

En viktig betingelse for at en dialog skal kunne klassifiseres som en IC-modell, er som tidligere nevnt at læreren tar utgangpunkt i elevens perspektiv. Alrø og Skovsmose (2002) mener at å undersøke elevenes perspektiv kan være en viktig ressurs for læring. På den ene siden får læreren mulighet til å ta del i hvordan elevene tenker. Samtidig hjelper det elevene å bli bevisste på hvordan de selv resonnerer. Det skal altså være elevenes perspektiv og ikke lærerens forklaringer som er utgangspunktet for et undersøkende samarbeid (inquiry co-operation).

Alrø og Skovsmose (2002) understreker at selv om de har beskrevet et kommunikasjonsmønster som består av gitte elementer, må ikke nødvendigvis alle elementene være til stede. De trenger heller ikke å forekomme i den rekkefølgen som de har beskrevet. Faktisk er det sjelden at fullt utviklede IC-modeller blir observert. Derimot er det vanligere å se mini-IC-modeller. Slik jeg tolker Alrø og Skovsmose, må heller ikke alle elementene i IC-modellen være til stede i en og samme samtale. Læreren kan gjerne forlate en elev eller en gruppe elever etter f.eks. forhandlingsfasen, og så senere returnere for å gi ny utfordring eller evaluere elevenes arbeid. Videre mener jeg at selv om Alrø og Skovsmose i utgangspunktet beskriver en samtale mellom to stykker (lærer og enkeltelev), kan det gjerne være flere deltakere i IC-modellen. Samarbeid mellom elever er en sentral av en undersøkende matematikkundervisning (Wæge, 2007). Derfor mener jeg at en samtale mellom elever som samarbeider og læreren gjerne kan klassifiseres som en IC-modell, dersom den oppfyller de andre betingelsene for å være et undersøkende samarbeid.

2.5 Andre kommunikasjonsmønstre

Ikke alle kommunikasjonsmønstrene er knyttet til en spesiell type undervisning. Her presenterer jeg et mønster som jeg mener ikke er verken typisk tradisjonelt eller undersøkende.

2.5.1 Tematisk mønster

Voigt (1994) mener at matematisk mening er et produkt av sosiale prosesser, spesielt et produkt av sosiale interaksjoner. Han viser til at matematiske objekter har en tvetydighet. Hva er for eksempel meningen av tallet 5 for et barn i en gitt situasjon? Er meningen bundet til konkrete ting (fem fingrer på en hånd), minner det barnet om tidligere hendelser, relaterer barnet tallet til andre andre tall (2 pluss 3 er 5) osv? I følge Bauersfeld (1980) vil ikke et matematisk objekt nødvendigvis i utgangspunktet bety det samme for hver deltaker i klasserommet. Siden læreren og elevene hans har forskjellig bakgrunnskunnskap, er det naturlig at de kan ha ulik forståelse av et matematisk begrep (Voigt, 1994). Men gjennom interaksjon endres meningen; Bauersfeld (1980) mener at det skjer en sammenfatning av mening gjennom menneskelig interaksjon. Voigt (1994) har observert at meningen forhandles frem mellom lærer og elever, både eksplisitt og implisitt.

Gjennom forhandlingene vil læreren og elevene danne seg et nettverk av matematiske meninger som blir forstått som felles. Med uttrykket ”forstått som felles” (taken as shared) mener Voigt (1995, s. 172-173) at deltakerne i klasserommet har en overbevisning om de andre deler deres meninger, eller at de er villige til å sette til side mulige tvil ved uunngåelige tvetydigheter. Voigt (1994, s. 283; 1995, s.174) kaller nettverket av gitte meninger for et *matematisk tema* (mathematical theme). Å sammenligne to oppgaver med hensyn til ulikheter og samsvar mellom dem er et eksempel på et matematisk tema. En elev kan typisk si om en oppgave: ”Den er jo helt lik den forrige”. Men hva mener han egentlig med det? Gjennom forhandlinger kan deltakerne i en klasse bli enige om hva det betyr at en oppgave er lik en annen. De som kommuniserer med hverandre vil gjerne forvente at den andre ”leser mellom linjene”. Fordi læreren ikke har noen forsikring mot elevenes kreativitet, kan de komme med originale bidrag til utviklingen av temaet. Læreren kan ikke være sikker på at elevene bidrar slik han forventer og ønsker. Når læreren og elevene sammen utvikler et matematisk tema, oppstår det Voigt (1995, s.184) kaller et *tematisk mønster* (thematic pattern). I et tematisk mønster Voigt (1995) beskriver som *direkte matematisering* vil en fortelling eller et bilde bli tolket som en spesifikk matematikk/beregningsoppgave, mens andre mulige tolkninger ikke blir vurdert. Læreren har da gjort seg opp en mening som hvordan oppgaven skal forstås. Om elevene oppfatter den annerledes, vil han gjerne bare fortelle elevene hvordan oppgaven skal løses. Dersom det skjer, er det min vurdering at det oppstår en topazeeffekt: Læreren leder elevene frem til svaret gjennom å fortelle hvordan de skal løse oppgaven. Et mulig faremoment med at læreren og elevene danner seg et nettverk av meninger som blir forstått som felles, er at alternative tolkninger av en matematisk oppgave, problem eller spørsmål vil bli oversett. Som i direkte matematisering, kan læreren komme til å overse innspill fra elevene og heller oppmuntre dem til å følge en bestemt løsningsmetode (Voigt, 1994; Voigt, 1995).

2.6 Læringsomgivelsene i klasserommet

For å gi et overordnet bilde av hvordan læreren og elevene i hver klasse kommuniserer med hverandre og for å gi en situasjonsbeskrivelse for kommunikasjonen, vil jeg beskrive matematikkundervisningen i begge klasse. Det danner grunnlaget for å gå i dybden på hvordan deltakerne i klasserommet snakker med hverandre.

Cobb (2000) presenterer fire aspekter som kan belyse læringsomgivelsene i et matematikklasserom. De fire aspektene er:

- Klasseromsaktivitetenes struktur
- Oppgavene elevene arbeider med
- Verktøyet

- Klasseromsdiskursen

Klasseromsaktivitetenes struktur omhandler hvordan timen er bygget opp og hvilke aktiviteter som skjer når. I en tradisjonell matematikkundervisning vil tavleundervisning og arbeid med oppgaver fra læreboka dominere. Timen vil normalt starte med at læreren gjennomgår nytt stoff. Presentasjonen er ofte svært lik den gitt i læreboka (Alrø & Skovsmose, 2002). I en undersøkende matematikkundervisning er strukturen av klasseromsaktivitetene delt på en annen måte. I starten av timen er det gjerne en dialog mellom lærere og elevene der nytt tema introduseres. Videre arbeider elevene individuelt eller i grupper på 2-4 elever, der elevene forsøker å finne egne metoder og løsningsstrategier. Det er fulgt av en klassediskusjon og refleksjon om elevenes strategier og løsninger. Til slutt i timen arbeider elevene med oppgaver (Wæge, 2007).

Det neste aspektet ved et klasseroms læringsmiljø er matematikkoppgavene elevene arbeider med (Cobb, 2000). I en tradisjonell matematikkundervisning arbeides det i hovedsak med oppgaver fra læreboka (Alrø & Skovsmose, 2002). Oppgavene kommer gjerne på rekke og rad til elevene, der hver er markert med svar i en fasit (Mellin-Olsen, 1990). Innenfor en undersøkende matematikkundervisning arbeides det derimot mer med åpne oppgaver, problemløsning eller prosjekter. Målet er da at elevene skal få mulighet til å utvikle egne løsningsstrategier, se sammenhenger og lete etter mønster og systemer (Wæge, 2007).

Cobb inkluderer videre elevers bruk av verktøy som et aspekt ved læringsmiljøet. Aktuelle verktøy kan være vanlig kalkulator, PC, digitale matematikkprogram eller konkreter. I tillegg til å se på hvilke verktøy elevene bruker, er det viktig å se på hvordan de faktisk benytter verktøyene.

Klasseromsdiskursen er det siste aspektet ved et klasseroms læringsmiljø. Det omhandler hvordan læreren og elevene kommuniserer matematikk (Cobb, 2000; Wæge, 2007). Hvilke sosiale og sosiomatematiske normer som preger klassen er i følge Cobb en sentral del av klasseromsdiskursen.